



Método de pronóstico y multicriterio para analizar la demanda y selección de proveedores en una PYME

Forecast and multicriteria approach to analyze the demand and supplier selection in an SME

Alvarez-Aranda Monserrat

Tecnológico de Estudios Superiores de Jocotitlán, Edo. México

Correo: aranda.alvarez.14@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-9750-4536>

Martínez-Urbina Luis Daniel

Tecnológico de Estudios Superiores de Jocotitlán, Edo. México

Correo: danodano955@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-5159-9875>

Aparicio-Urbano José

Tecnológico de Estudios Superiores de Jocotitlán, Edo. México

Correo: jose.aparicio@tesjo.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0002-6323-2605>

Cruz-Romero Marlenne

Tecnológico de Estudios Superiores de Jocotitlán, Edo. México

Correo: marlenne.cruz@tesjo.edu.mx

<https://orcid.org/0000-0001-8600-2776>

Resumen

En este artículo se presenta la aplicación de un enfoque híbrido que contempla un método de pronóstico y un método de toma de decisiones multicriterio para la selección de proveedores de materia prima en una PYME de tacos del Estado de México. El pronóstico se desarrolló mediante el software Minitab®18 a través un análisis de series de tiempo; evaluando el producto con mayor venta para un pronóstico de 15 días durante los tres principales meses donde la demanda es elevada, obteniendo como resultado el pronóstico de venta, el cual fue 54 tacos por día del tipo de taco más vendido de los cinco evaluados. Para la selección de proveedores se utilizó el método Electre I, se desarrollaron las matrices correspondientes para evaluar 13 proveedores de la PYME, se obtuvo como resultado que los proveedores 1, 3, 4, 5, 7, 9 y 12 sobresalen, correspondiente a un 53 %, descartando a los proveedores 2, 6, 8, 10, 11 y 13 correspondiente al 46 %, se logró seleccionar al mejor proveedor de acuerdo con los criterios evaluados.

Descriptor: PYME, proveedor, pronóstico, Electre, multicriterio.

Abstract

This article presents the application of the multicriteria method and the forecast method in an SME in the State of Mexico for the selection of suppliers. It was developed using the Minitab®18 software, developing a time analysis, where the objective of increasing demand by 10 % was consolidated; evaluating the product with the highest sales in a period of 15 days during the three main months where the demand is high, obtaining as a result the sales forecast is 54 and 55 tacos per day. For the Electre I method, matrices were developed evaluating the 13 suppliers of the SME, the result was that supplier 1, 3, 4, 5, 7, 9 and 12 stand out, corresponding to 53 %, discarding supplier 2, 6, 8, 10, 11 and 13 corresponding to 46 %, it was possible to increase the choice of suppliers with higher value.

Keywords: SME, provider, forecast, Electre, multicriteria.

INTRODUCCIÓN

Este artículo se desarrolló mediante los métodos de pronóstico y multicriterio, analizando los atributos más relevantes para la selección de proveedores. Basándose en la revisión de los meses con mayor demanda por cada 15 días, estos datos fueron extraídos aleatoriamente de la PYME, enfocándonos en el producto con mayor demanda. Para la implementación del análisis multicriterio se utilizó el método Electre I y matrices que descartaban los posibles proveedores para beneficio de la PYME (Bustos, 2012). El método de pronóstico modela los componentes de una serie que habitualmente se observa de forma fácil en una gráfica de series de tiempo de los datos. Este enfoque descompone los datos en sus partes componentes y luego extiende las estimaciones de los componentes en el futuro para generar pronósticos (Minitab 18, 2022).

Tener proveedores confiables es lo que hará una diferencia, sin embargo, mientras que el número de teorías acerca de las evaluaciones de proveedores está creciendo, existe escasa evidencia práctica (Maldonado, 2020). Añadiendo también, que actualmente en los procesos de selección de proveedores se apoya la creencia popular de que el costo o el precio del bien o servicio es el criterio más importante, y luego es seguida por calidad y la entrega, entre otros (Ocampo & Quintero, 2021).

En este sentido, uno de los frentes de trabajo importantes para la administración empresarial gira en torno a las actividades de aprovisionamiento, las cuales abarcan, de manera integral, la selección y evaluación permanente de la base de proveedores, las compras, el transporte de materiales y el almacenamiento de materias primas (Sarache *et al.*, 2004). Actualmente el mercado es altamente competitivo y cambiante, por ello la gestión de la cadena de suministro juega un papel fundamental para las organizaciones que buscan permanecer en el mínimo. La selección de proveedores es una decisión que hace parte de la gestión de la cadena de suministro y es considerada como uno de los problemas clave que enfrentan las organizaciones en busca de garantizar el correcto desarrollo de sus operaciones y mantener la competitividad en el mercado (Parra *et al.*, 2019).

Seleccionar a los proveedores no debe ser un simple impulso, es decir, no debe hacerse usando factores como proximidad o costo; por el contrario, debe ser elegido a través de un análisis multicriterio que involucre todos aquellos aspectos que afectan la decisión. Tomando como referencia que las otras PYMES no suman a proveedores en beneficio de las mismas. Frente a la gestión de proveedores, la norma ISO 9001 establece que: "La organización debe evaluar y seleccionar a los pro-

veedores en función de su capacidad para suministrar productos de acuerdo con los requisitos de la organización. Deben establecerse criterios para la selección, evaluación y reevaluación" (Cobo *et al.*, 2008). Tuvo lugar en la misma, la introducción de un amplio panorama del estado del campo por Roy y los dos primeros métodos multicriterio interactivos: el POP y el de Geoffrion. Estas ideas pioneras presentadas por diversos investigadores, culminaron en la celebración de la I Conferencia Mundial sobre Toma de Decisiones Multicriterio, la cual fue organizada en 1972 en la Universidad de Columbia en Carolina del Sur por Cochrane y Zeleny (Alvarez, 2019).

Este método sin duda es el más conocido y el más ampliamente utilizado de los métodos de sobre clasificación existentes y sobre todo en aplicaciones de la vida real (Melgar, 2016). Se buscó contribuir una relación denominada de superación, que representa las preferencias del decisor sólidamente establecidas y, posteriormente, explorar la relación de superación con vistas a ayudar al decisor a resolver el problema.

Estos métodos constituyen instrumentos para obtener una preselección de grupos de alternativas muy amplios. El tamaño del conjunto de soluciones eficientes se divide en subconjuntos de alternativas más favorables (Druet, 2013). Es decir, una alternativa sobre clasificación a otra, donde pasa a formar parte de un conjunto de alternativas más favorables, cuando es la menos igual de buena. Teniendo en cuenta el conjunto de atributos considerados para ello, es necesario que la concordancia entre ambas supere un índice y que la discordancia no supere a otro (Marín, 2019).

Se consideró la base de información estructurada, entre otras, en cuyo ámbito aparecen frecuentemente problemas en los que la selección de soluciones posibles debe realizarse en presencia de criterios múltiples y de diversa naturaleza (García, 2014). La esencia de estos métodos se basa en la comparabilidad parcial fundamental, según el cual, las preferencias pueden ser modeladas, por una parte, estableciendo cuatro relaciones binarias: indiferencia, preferencia estricta, preferencia grande y comparabilidad. Mientras que, a su vez, logra establecer límites de diferencia e indiferencia mediante la denominada función objetivo. Para la toma de decisiones Multicriterio y pronóstico posee mejoras significativas respecto al método original del cual proviene y del que conserva la formulación del problema y los conceptos básicos (concordancia, discordancia, núcleo del grafo de superación, veto), (Barberis & Escribano, 2012).

Aplicando el método Electre I, se establece una relación de preferencia en la selección del mejor proveedor, permitiendo clasificar las alternativas en función de la

relación de preferencia (Erol & Ferrel, 2003). Las empresas utilizan este método como necesidad de obtener beneficios a lo largo de su experiencia para la toma de decisiones en cada área (Peña & Rodríguez, 2018). Es importante señalar que otro de los factores que complica la selección de un proveedor es que muchos de los atributos se pueden encontrar en conflicto y que el logro de uno de estos demerite el logro de otros (García *et al.*, 2013). Este método permite jerarquizar las acciones posibles y seleccionar a los que reúnen criterios de aceptabilidad, la evaluación constante de proveedores ayuda a las empresas a optimizar sus gastos y prevenir riesgos (Medina, 2022).

DESARROLLO

Para este artículo se utilizó el método de pronóstico mediante software estadístico Minitab®18, se evaluaron 92 datos históricos de los tres principales meses donde la demanda es mayor, los datos corresponden a septiembre, octubre y noviembre. A su vez, se obtuvieron aleatoriamente por la PYME, siendo evaluados cada 15 días. Se consideró el producto con mayor demanda, teniendo como resultado un pronóstico de 54 tacos por día. El método cuadrático fue el mejor según el MAPE calculado. La PYME evaluada pertenece al giro comercial-alimenticio (Tabla 1).

Para obtener el pronóstico de los tres meses correspondientes (Tabla 2), previsto a 15 días, los valores se obtuvieron aleatoriamente mediante la información de la PYME. A través de la ecuación (1) tendencia ajustada se obtiene el pronóstico.

$$Yt = 47.839 + 0.0638 x^t \tag{1}$$

Para el método multicriterio se desarrolló el método Electre I, se evaluó la preferencia del decisor y la calidad del producto, después se desplazó en nueve matrices, las cuales evaluaron diferentes aspectos de cada proveedor. Se priorizó calidad y precio, enfocándose en los aspectos de la materia prima. La Tabla 3 muestra el

nombre de cada proveedor, el tipo de carne y el precio establecido por la demanda de mercado.

Tabla 2. Pronóstico

Pronósticos	
Periodo	Pronóstico
93	53.7699
94	53.8337
95	53.8975
96	53.9613
97	54.0251
98	54.0888
99	54.1526
100	54.2164
101	54.2802
102	54.3439
103	54.4077
104	54.4715
105	54.5353
106	54.599
107	54.6628

Fuente: El autor

Tabla 3. Selección de proveedores

Proveedores			
Tripa		Suadero	
Víctor	53	Juan	88
Martín	50	Román	90
Ricardo	48	Ricardo	95
Rubén	45	Rubén N.	90
Longaniza		José	90
Tomás	70	Adobada	
Cecina natural		Antonio	90
Osvaldo	120	Arrachera, costilla	
		Franco	150

Fuente: Obtenida de PYME

Tabla 1. MAPE, MAD Y MSD

	Lineal	Cuadrático	Exponencial	Multiplicativo		Aditivo		Suavización		Método Winters Multi.		
				Tendencia estacional	Solamente estacional	Tendencia estacional	Solamente estacional	Promedio móvil	Simple	Doble	Multi-plicativo	Auditivo
MAPE	4.29771	3.526	4.1718	4.17037	4.9707	4.2056	4.9692	3.8259	4.0976	4.25212	12.1088	10.3728
MAD	2.18947	1.7903	2.13818	2.1342	2.5031	2.14203	2.5024	1.96667	2.10018	2.17567	5.9573	5.1038
MSD	7.10761	5.72685	7.50068	7.44072	10.1777	7.32377	10.1764	6.96111	7.16759	7.64739	65.6143	49.4308

Fuente: El autor

MATRICES DE DECISIÓN

El método ELECTRE I se desarrolló en tres partes: la primera, una matriz de decisión, en la segunda una matriz de decisión normalizada y la tercera una matriz de decisión normalizada ponderada. Con base en la información de cada proveedor se desarrolló la Tabla 4.

Como se puede observar, en esta tabla se evalúan cuatro criterios, donde el primero es la forma de pago y se maneja en efectivo. El criterio dos, evalúa la velocidad de respuesta en días donde este no debe ser mayor a tres. El tercer criterio relaciona la calidad y el precio, depende de la demanda en el mercado. Finalmente, en el cuarto criterio se evalúa el color, olor, temperatura y consistencia que son los requisitos de calidad.

La Tabla 5 se obtiene de la relación con la Tabla 4. En esta se observa en primer lugar el costo del producto que se minimizará, en segundo lugar la calidad que se maximizará y finalmente en tercer lugar, la vida útil que no debe ser mayor a dos días.

Los pesos de los criterios se establecieron con el método ELECTRE I, el peso del criterio “Costo del producto” es 0.3, el peso del criterio “Calidad” es de 0.4 y el peso del criterio “Vida útil” es 0.3.

La Tabla 6 muestra el rango de cada criterio. El rango se calcula con la ecuación (2).

$$Rango = Máximo - Mínimo \tag{2}$$

La tercera matriz de decisión normalizada (Tabla 7) se realiza con la ecuación (3), siendo así que al máximo

criterio se le restará la alternativa que se estará evaluando y se divide en el máximo de criterio restando el mínimo del criterio. Para aplicar la fórmula de maximizar la alternativa que se está evaluando se restará el mínimo del criterio, el resultado del máximo y mínimo del criterio finalmente se divide como se muestra en la ecuación (4). Los resultados se visualizan en la Tabla 7.

$$V_{I=\frac{\max r_i - r_j}{\max r_i - \min r_j}} \tag{3}$$

$$dV_{I=\frac{r_i - \min r_i}{\max r_i - \min r_i}} \tag{4}$$

Desarrollo de las ecuaciones (3) y (4).

$$V_{i=\frac{150-105}{88}} \quad V_{i=0.84906}$$

Para el proceso de la Tabla 8, los resultados se obtienen de la multiplicación del peso criterio por la matriz de decisión normalizada en cada proveedor, importante resaltar que no deben ser mayores a uno.

En la matriz de concordancia (Tabla 10) se busca encontrar el índice donde los atributos sean mejor en relación con las otras alternativas. La Tabla 9, que utiliza la ecuación (4) para obtener resultados, compara las alter-

Tabla 4. Matriz multicriterio

	Formas de pago	Velocidad de respuesta (días)	Relación (calidad/ precio)	Requisitos de calidad	
Proveedores	1	Efectivo	1 a 2	Media	Alta
	2	Efectivo	1	Media	Media
	3	Efectivo	2 a 3	Media	Media
	4	Efectivo	1	Alta	Alta
	5	Efectivo	1	Media	Alta
	6	Efectivo	5	Alta	Alta
	7	Efectivo	1	Alta	Alta
	8	Efectivo	1	Alta	Alta
	9	Efectivo	1	Alta	Alta
	10	Efectivo	2	Media	Alta
	11	Efectivo	1	Media	Alta
	12	Efectivo	5	Alta	Alta
	13	Efectivo	1	Alta	Alta

Fuente: El autor

Tabla 5. Matriz de decisión

Matriz de decisión		Costo del producto (MIN)	Calidad (MAX)	Vida útil días (MIN)
Alternativas	Proveedor 1	53	60	1
	Proveedor 2	50	55	2
	Proveedor 3	48	58	2
	Proveedor 4	45	55	2
	Proveedor 5	88	88	1
	Proveedor 6	90	100	2
	Proveedor 7	95	95	2
	Proveedor 8	90	90	2
	Proveedor 9	90	95	1
	Proveedor 10	150	155	2
	Proveedor 11	120	127	2
	Proveedor 12	70	77	2
	Proveedor 13	130	140	1
Peso criterio		0.3	0.4	0.3

Fuente:El autor

Tabla 6. Rango

Rango	Costo del producto (MIN)	Calidad (MAX)	Vida útil días (MIN)
Mínimo	45	55	2
Máximo	150	155	3
Rango	105	100	1

Fuente: El autor

Tabla 7. Matriz de decisión normalizada

Matriz de decisión		Costo del producto (MIN)	Calidad (MAX)	Vida útil días (MIN)
Alternativas	Proveedor 1	0.84906	0.75000	2
	Proveedor 2	0.90000	0.81818	1
	Proveedor 3	0.97143	0.77586	1
	Proveedor 4	1.00000	0.81818	1
	Proveedor 5	0.59048	0.33000	2
	Proveedor 6	0.57143	0.45000	1
	Proveedor 7	0.52381	0.47368	1
	Proveedor 8	0.57143	0.50000	1
	Proveedor 9	0.57143	0.47368	2
	Proveedor 10	0.00000	1.00000	1
	Proveedor 11	0.28571	0.35433	1
	Proveedor 12	0.76190	0.58442	1
	Proveedor 13	0.19048	0.32143	2
Peso criterio		0.3	0.4	0.3

Fuente: El autor

nativas de cada criterio. Para obtener el índice se utilizan los datos en la Tabla 8. Con la ecuación (5) se evalúa qué alternativa es la mejor dando el peso por cada criterio, comparando el proveedor uno con el proveedor

dos y así sucesivamente, eligiendo el número mayor. Por último, se obtiene umbral de concordancia (Tabla 11) siendo el promedio general.

Tabla 8. Matriz de decisión normalizada ponderada

Matriz de decisión		Costo del producto (MIN)	Calidad (MAX)	Vida útil días (MIN)
Alternativas	Proveedor 1	0.25472	0.30000	0.6
	Proveedor 2	0.27000	0.32727	0.3
	Proveedor 3	0.29143	0.31034	0.3
	Proveedor 4	0.30000	0.32727	0.3
	Proveedor 5	0.17714	0.13200	0.6
	Proveedor 6	0.17143	0.18000	0.3
	Proveedor 7	0.15714	0.18947	0.3
	Proveedor 8	0.17143	0.20000	0.3
	Proveedor 9	0.17143	0.18947	0.6
	Proveedor 10	0.00000	0.40000	0.3
	Proveedor 11	0.08571	0.14173	0.3
	Proveedor 12	0.22857	0.23377	0.3
	Proveedor 13	0.05714	0.12857	0.6
Peso criterio		0.3	0.4	0.3

Fuente: El autor

Tabla 9. Matriz de decisión normalizada ponderada

Proveedor 1	0.25475	0.30000	0
Proveedor 2	0.27000	0.32727	0
Peso criterio	0.3	0.4	0.3

Fuente: Obtenida de Tabla 6: Matriz de decisión normalizada ponderada

Tabla 10. Matriz de concordancia

	Proveedores												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1		0.4	0.4	0.4	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
2	0.4		0.4	0.4	0.7	0.4	0.7	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
3	0.4	0.4		0.7	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.7	0.4
4	0.4	0.4	0.3		0.4	0.3	0.3	0.4	0.7	0.4	0.4	0.7	0.4
5	0.7	0.3	0.3	0.7		0.3	0.7	0.3	0.3	0.4	0.4	0.7	0.4
6	0.7	0.4	0.4	0.3	0.3		0.3	0.4	0.3	0.3	0.3	0.7	0.4
7	0.4	0.4	0.4	0.3	0.7	0.3		0.4	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4
8	0.4	0.4	0.4	0.4	0.7	0.4	0.4		0.7	0.4	0.4	0.7	0.4
9	0.4	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4		0.3	0.3	0.4	0.4
10	0.4	0.4	0.4	0.7	0.7	0.7	0.7	0.4	0.3		0.3	0.4	0.4
11	0.4	0.4	0.7	0.7	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.3		0.4	0.4
12	0.7	0.4	0.7	0.4	0.3	0.4	0.7	0.4	0.7	0.4	0.4		0.4
13	0.7	0.7	0.7	0.7	0.4	0.4	0.4	0.4	0.7	0.4	0.4	0.4	

Fuente: El autor

$$ik = \sum_{j:c_j(A) > c_j(AK)} w_j + \frac{1}{2} \sum_{j:c_j(Ai) = c_j(AK)} w_j; 0 \forall \text{ otra alternativa} \quad (5)$$

Tabla 11. Umbral de concordancia (Promedio)

Umbral de concordancia	0.43782
UC	

Fuente: El autor

MATRICES DE RELACIÓN

La matriz de discorcordancia (Tabla 14) busca encontrar el punto donde no exista ningún atributo con un índice bajo.

Con relación en las otras alternativas para obtener resultados es importe describir en primer lugar que con la ecuación 6 se hace la comparación entre proveedores donde esta relaciona el valor absoluto máximo de los negativos y se divide con el valor máximo absoluto obteniendo como resultado -0.0909 a partir de las Tablas 12 y 13.

$$D_{ik} = \frac{\max |C_{j(A_j) - C_{j(A_k)}}| \vee |C_{j(A_j) < C_{j(A_k)}}|}{\max |C_{j(A_j) - c_{j(A_k)}}|} \quad (6)$$

Tabla 14. Matriz de discorcordancia

		Proveedores												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Proveedores	1		0.091	0.122	0.151	0.462	0.278	0.368	0.278	0.754	0.393	0.528	0.221	0.868
	2	0.051		0.790	0.000	0.651	0.000	0.000	0.000	0.459	0.269	0.000	0.000	0.710
	3	0.122	0.790		0.000	0.594	0.000	0.000	0.000	0.403	0.308	0.000	0.000	0.781
	4	0.151	0.000	0.000		0.651	0.000	0.000	0.000	0.459	0.242	0.000	0.000	0.810
	5	0.000	0.651	0.594	0.651		0.160	0.192	0.227	0.099	0.893	0.032	0.339	0.000
	6	0.400	0.000	0.000	0.000	0.160		0.663	0.000	0.000	0.779	0.000	0.000	0.381
	7	0.368	0.000	0.000	0.000	0.192	0.663		0.000	0.000	0.746	0.000	0.000	0.333
	8	0.333	0.000	0.000	0.000	0.227	0.000	0.000		0.035	0.857	0.000	0.000	0.381
	9	0.000	0.459	0.400	0.459	0.994	0.000	0.000	0.035		0.702	0.286	0.190	0.000
	10	0.333	0.269	0.308	0.242	0.893	0.779	0.746	0.857	0.702		0.344	0.727	0.905
	11	0.563	0.000	0.000	0.000	0.032	0.000	0.000	0.000	0.286	0.332		0.000	0.095
	12	0.345	0.345	0.000	0.000	0.339	0.000	0.000	0.000	0.190	0.000	0.000		0.000
	13	0.000	0.710	0.781	0.810	0.000	0.381	0.333	0.381	0.000	0.905	0.095	0.571	

Fuente: El autor

Tabla 15. Umbral de discorcordancia (Promedio)

Umbral de discorcordancia	0.2648
UC	

Fuente: El autor

Bajo la fórmula de matriz de discordancia (recopilación de datos) y la recopilación de datos (matriz de discordancia) surgen los siguientes resultados.

Tabla 12. Matriz de decisión normalizada ponderada

0.25472	0.30000	0.6
0.27000	0.32727	0.3

Fuente: El autor

Tabla 13. Procedimiento de discorcordancia
0.25472 - 0.27000 = -0.01528

0.25472	0.30000	0.6
0.27000	0.32727	0.3
-0.01528	-0.02727	0.30000

Fuente: El autor

$$\frac{-0.02727}{0.30000} = -0.0909$$

Por último, se obtiene umbral de discorcordancia siendo el promedio general (Tabla 15).

MATRIZ DE DOMINANCIAS

La matriz de dominancia concordante (Tabla 16) se relaciona con la matriz de concordancia (Tabla 10) y su umbral, asignando valores de 0 y 1. Esta matriz de dominancia (Tabla 16) compara cada alternativa, si esta es mayor al umbral de concordancia se le asigna 1 y si es menor al índice de concordancia será 0. Por último, se obtiene el umbral concordante, siendo el promedio (Tabla 17).

Para obtener la matriz de dominancia discordante (Tabla 18), se entrelaza con la Tabla 10, matriz de discordancia. Se compara cada alternativa, si esta es mayor al umbral de concordancia (Tabla 17) se le asigna 0 y si es menor al índice de concordancia será 1. Por último, se obtiene el umbral discordante (Tabla 19) a través del promedio.

Tabla 16. Matriz de dominancia concordante

		Proveedores												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Proveedores	1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0		0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
	3	0	0		1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	4	0	0	0		0	0	0	0	1	0	0	1	0
	5	1	0	0	1		0	1	0	0	0	0	1	0
	6	1	0	0	0	0		0	0	0	0	0	1	0
	7	0	0	0	0	1	0		0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0
	10	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0		0	0
	11	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0		0
	12	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0		0
	13	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	

Fuente: El autor

Tabla 17. Umbral de concordante (Promedio)

Umbral concordante	0.1987179
UC	

Fuente: El autor

Tabla 18. Matriz de dominancia discordante

		Proveedores													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Proveedores	1		1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
	2	1		0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	
	3	1	0		1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	
	4	1	1	1		0	1	1	1	0	1	1	1	0	
	5	1	0	0	0		1	1	1	1	0	1	0	1	
	6	0	1	1	1	1		0	1	1	0	1	1	0	
	7	0	1	1	1	1	1		1	1	0	1	1	0	
	8	0	1	1	1	1	1	1		1	0	1	1	0	
	9	1	0	0	0	1	1	1	1		1	0	1	1	
	10	0	0	1	1	0	0	0	0	0		0	0	0	
	11	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0		1	
	12	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1		1
	13	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0		0

Fuente: El autor

Tabla 19. Umbral de discordante (Promedio)

Umbral discordante	0.58861
UC	

Fuente: El autor

MATRIZ DE DOMINANCIA AGREGADA

Ya obtenidas, la matriz de decisión (Tablas 4, 5, 6, 7, 8 y 9), la matriz de relación (Tablas 10, 11, 12, 13, 14 y 15) y la matriz de dominancia (Tablas 16, 17, 18 y 19), se calcula la matriz de dominancia agregada (Tabla 20) la cual se determina multiplicando la matriz de dominancia concordante (Tabla 16) y matriz de dominancia discordante (Tabla 18). En la Tabla 20 en la columna rotulada como "Suma fila" indica cuántas veces la alternativa supera a las demás y fila rotulada como "Suma columna" indica cuántas veces la alternativa es superada por las demás.

A partir de la matriz de dominancia agregada (Tabla 20) se obtiene la siguiente red, donde en el nivel uno los

proveedores 2, 6, 8, 10, 11 y 13 no fueron superados por ningún otro proveedor. Para el nivel dos, los proveedores 1, 3, 5 y 7 fueron superados por los proveedores del nivel 1. Para el nivel tres los proveedores 4, 9 y 12 fueron superados por los proveedores del nivel 2. Finalmente se elige a los proveedores 1, 3, 5, y 7, su calidad no es mínima y con la revisión de pronóstico por cada 15 días, mejorará. Proveedores del nivel 3, son alternativas sobre clasificadas, en este caso los proveedores 4, 9 y 12, debido a que poseen una excelente calidad.

DISCUSIÓN Y RESULTADOS

El enfoque del método multicriterio ha proporcionado la mejor alternativa en función de las matrices evaluando los criterios de forma de pago, velocidad de respuesta, relación calidad/precio y calidad. La metodología propuesta dio como resultado que el proveedor 12 sobresale por su alta calidad, por otra parte, los proveedores del nivel 2 que son los proveedores 1, 3, 5 y 7 se mantie-

Tabla 20. Matriz de dominancia agregada

	Proveedores													Suma fila	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0		0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0		1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2
4	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
5	1	0	0	0		0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
6	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	1	0	0	1
7	0	0	0	0	1	0		0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	1	0	0		1	0	0	1	0	0	3
9	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0	0		0	0	0	0	1
11	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0		0	0	0	2
12	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0		0	0	2
13	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0	2
Suma columna	2	0	2	3	2	0	2	0	3	0	0	4	0		

Fuente: El autor

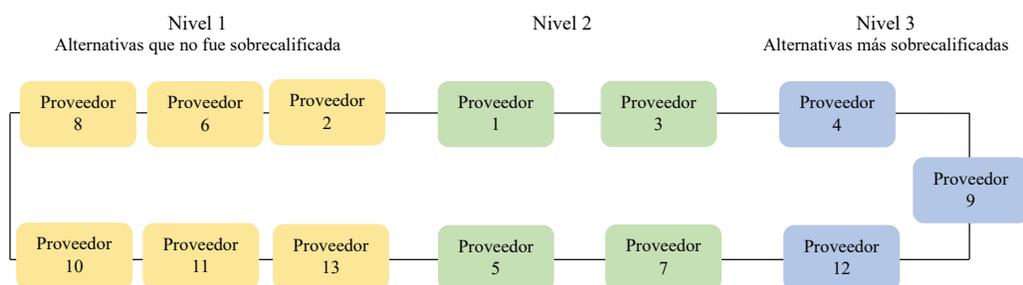


Figura 1. Red de proveedores
Fuente: El autor

nen en un estado neutro. Además, se obtuvo que, de los 13 proveedores evaluados, los proveedores 2, 6, 8, 10, 11 y 13 no sobresalen y son un 46 % del total de proveedores. A su vez, para fines prácticos elegimos el producto con mayor demanda y con el pronóstico se determinó la demanda de 54 tacos por día según el MAPE reportado.

CONCLUSIONES

Se logró satisfacer la demanda de la PYME con un 23 % que corresponden a los tres proveedores con un alto rango de demanda por parte de la PYME, además se estableció la selección de los más confiables, evaluando los criterios establecidos para que la PYME sea más eficiente, dando mejores resultados para los clientes. Lo anterior mediante la primera matriz multicriterio de evaluación (Tabla 4), que corresponde a los principales aspectos para el manejo y control de proveedores. También la matriz de decisión (Tablas 4, 5, 6, 7, 8 y 9) tomó como referencia la demanda en el mercado basándose en calidad, costo del producto y su vida útil. Enseguida la matriz de decisión normalizada (Tabla 7) y matriz de decisión normalizada ponderada (8 y 9), se descartó y verificó cada proveedor para maximizar la calidad del producto. Después la matriz de concordancia (Tabla 10) y matriz de discordancia (Tabla 14), las cuales dependen de las matrices anteriores para obtener al mejor proveedor. Se continuó con la matriz de dominancia concordante (Tabla 16) y matriz de dominancia discordante (Tabla 18), donde se descartó a los proveedores con menor porcentaje; finalmente, la matriz de proveedores arrojó como resultado al mejor proveedor. Este artículo demostró la importancia de llevar a cabo un análisis de producto para determinar qué proveedor varía en cuanto a calidad, cantidad y sabor.

REFERENCIAS

Alvarez, Y. P. Universidad Central Marta Abreu de las villas. (2019). Recuperado de <https://dspace.uclv.edu.cu/bitstream/handle/123456789/11431/P%3a9rez%20Alvarez%2c%20Yohana.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Barberis, G. F., & Escribano-Ródenas, Ma del C. (2012). Utilización del método ELECTRE IS de ayuda a la decisión multicriterio en la valoración y selección de alternativas de inversión. *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA Actas*, 10(1), 10.

Bustos-Camargo, F. (2012). *Propuesta metodológica para la selección de sistemas de tecnologías de la información en cadenas de distribución Urbana de Mercancía* (Tesis de doctorado). Universidad Nacional Autónoma de México.

Cobo, J., Ortiz, I., & Mataix, C. (2008). Selección y evaluación de proveedores de comercio justo mediante técnicas multicrite-

rio. En 12th International Conference on Project Engineering, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, 1, p. 14. Recuperado de <http://dspace.aepro.com/xmlui/handle/123456789/1897>

Druet-Solanas, D. (2013). *Aplicación de una herramienta de ayuda a la decisión multicriterio discreta en la elección de un activo en el sector del Metal. Métodos ELECTRE I y IV* (Tesis de licenciatura). Centro Politécnico Superior, Universidad Zaragoza, Recuperado de <https://core.ac.uk/reader/289973560>

Erol, I., & Ferrell, W. (2003). A methodology for selection problems with multiple, conflicting objectives and both qualitative and quantitative criteria. *International Journal of Production Economics*, 86(3), 187-199.

García-Alcaraz, J. L., Alvarado-Iniesta, A. & Maldonado-Macías, A. A. (2013). Selección de proveedores basada en análisis dimensional. *Contaduría y administración*, 58(3), [http://dx.doi.org/10.1016/S0186-1042\(13\)71229-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0186-1042(13)71229-4)

García-Cebrian, L. I. (2014). Localización empresarial en Aragón. *Revista de Métodos Cuantitativos para la economía y la empresa*, 17.

Maldonado-Benalcázar, A. (2020). *Aplicación y análisis de metodologías multicriterio para la selección de proveedores* (Tesis de magister). Universidad Concepción Chile.

Marín-Gómez, O. H. (2019). *Universidad del Valle. Propuesta de aplicación de una herramienta multicriterio para la selección de empresas transportadoras en una empresa manufacturera del norte del valle del cauca* (Tesis de licenciatura). Universidad Del Valle, Sede Zarzal. Recuperado de: <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/16652/0598341.pdf?sequence=1>.

Medina-Neyra, A. M. (2021). 5 Criterios para la evaluación y selección de proveedores. Equipo ORCA. Recuperado el 20 de mayo de 2022 de <https://blog.orcagrc.com/evaluacion-y-seleccion-de-proveedores>

Melgar-González, A. (2016). *Valoración de proveedores en la industria del automóvil. Evaluación de calidad de proveedores para Renault S.A.* (Tesis de licenciatura). Universidad de Valladolid. Recuperado de <https://1library.co/document/ynew1wpy-valoracion-proveedores-industria-automovil-evaluacion-calidad-proveedores-renault.html>.

Minitab 18 (2022). Recuperado el 3 de marzo de <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/time-series/supporting-topics/basics/methods-for-analyzing-time-series/>

Ocampo-Murillo, H. F., & Quintero-Garzón, M. L. (2020). Selección de proveedores de insumos críticos en términos de sostenibilidad a través de la metodología multicriterio en una empresa del sector azucarero. *Entramado*, 16(2), 24-44. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.6436>

Parra-Calderón, C. A., Osorio-Gómez, J. C., & Escandón-López, J. C. (2019). Metodología multicriterio para la selección de proveedores bajo consideraciones de riesgo. *Scientia et Technica*, vol. 24(2), 232-239. <https://doi.org/10.22517/23447214.19681>

Peña-Flores, L. A., & Rodríguez-Rojas, Y. L. (2018). Evaluation and selection of providers procedure based on the hierarchical analysis process and a mixed integer/linear programming. *Ingeniería*, 23(3), 230-251. <https://doi.org/10.14483/23448393.13316>

Sarache, W. A., Hoyos-Montoya, C., & Burbano, J. C. (2004). Procedimiento para la evaluación de proveedores mediante técnicas multicriterio. *Scientia Et Technica*, X(24), 219-224. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84912053040>

Cómo citar:

Alvarez-Aranda, M., Martínez-Urbina, L. D., Aparicio-Urbano, J., & Cruz-Romero, M. (2023). Método de pronóstico y multicriterio para analizar la demanda y selección de proveedores en una PYME. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-11. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.009>



Medición de asentamientos en pavimentos dañados por subsidencia usando ortomosaicos y MDE mediante GPS y VANT

Measurement of settlements in subsidence damaged pavements using orthomosaics and DEM using GPS and UAV

Galeana-Pérez Víctor Manuel
Universidad Autónoma de Querétaro
División de Posgrado
Facultad de Ingeniería
Correo: vmgaleana26@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-5613-2489>

Chávez-Alegría Omar
Universidad Autónoma de Querétaro
División de Posgrado
Facultad de Ingeniería
Correo: omar.chavez@uaq.mx
<https://orcid.org/0000-0003-4474-0206>

Medellin-Aguilar Gerardo
Universidad Autónoma de Querétaro
División de Posgrado
Facultad de Ingeniería
Correo: gerardo.medellin@uaq.mx
<https://orcid.org/0000-0002-3691-8046>

Zamora-Castro Sergio Aurelio
Universidad Veracruzana
Departamento de Ingeniería Civil
Facultad de Ingeniería
Correo: szamora@uv.mx
<https://orcid.org/0000-0002-5237-6320>

Resumen

El fenómeno subsidencia ocasionado por la sobreexplotación excesiva de algunos acuíferos para el abastecimiento de agua potable, ha provocado la aparición de agrietamientos y asentamientos diferenciales en los pavimentos, repercutiendo en un sin número de daños en las vías terrestres en diferentes estados de la República Mexicana y del mundo. En efecto, la tecnología ha progresado y de esta manera se han incorporado nuevas técnicas para acelerar la solución a este tipo de problemas como el Vehículo Aéreo No Tripulado (VANT) y el Sistema de Posicionamiento Global (GPS); estas tecnologías han influido en distintas tareas como: a) levantar grandes áreas en periodos pequeños, b) disminuir el alto requerimiento de personal y c) la poca demanda de los recursos necesarios para cubrir las necesidades de uso. Esta investigación presenta una metodología para la medición de los agrietamientos en pavimentos con la finalidad de acelerar el proceso de identificación y predicción de asentamientos en un área, misma que presenta continuos movimientos por subsidencia desde hace años, provocando cuantiosos daños en la infraestructura existente. Se consideró monitorear el área por doce meses, obteniendo un ortomosaico y cinco Modelos Digitales de Elevación (MDE) cada dos meses y procesando mediante softwares especializados en fotogrametría VANT usando Puntos de Control Terrestres (GCP o BN) para poder corregir los MDE mediante la ortorectificación de las fotografías. Los resultados obtenidos muestran cómo se reduce el tiempo de identificación de daños en los pavimentos, asimismo, se han obtenido asentamientos de magnitud con 5.7 cm en el área, además de un procesamiento de datos de dos horas cubriendo un área de 27,224 m². De la misma manera, con este procesamiento es posible conocer un valor más aproximado, se han podido medir la longitud y ancho de las grietas por la relación GSD (cm/pix) que es programada en el vuelo del VANT.

Descriptor: VANT, GPS, ortomosaico, modelo digital de elevación, pavimento, asentamientos, Agisoft Metashape.

Abstract

The subsidence phenomenon caused by the excessive overexploitation of some aquifers for the supply of drinking water, has caused the appearance of cracks and differential settlements in the pavements, affecting countless damages to land roads in different states of the Mexican Republic and of the world. Indeed, technology has progressed and thus new techniques have been incorporated to speed up the solution to these types of problems, being: the Unmanned Aerial Vehicle (UAV) and the Global Positioning System (GPS); These technologies have influenced different tasks such as: a) raising large areas in small periods, b) reducing the high requirement of personnel and, c) the low demand for the resources necessary to cover the needs of use. This research presents a methodology for the measurement of cracks in pavements in order to speed up the process of identification and prediction of settlements in an area, which has had continuous movements due to subsidence for years, causing extensive damage to existing infrastructure. It was considered to monitor the area for twelve months, obtaining an orthomosaic and five Digital Elevation Models (DEMs) every two months and processing through specialized UAV photogrammetry software using Ground Control Points (GCP or BN) in order to correct the DEMs through orthorectification of the photographs. The results obtained show how the time to identify pavement damage is reduced, likewise, settlements of a magnitude of 5.7 cm have been obtained in the area, in addition to a two-hour data processing covering an area of 27,224 m². In the same way, with this processing it is possible to know a more approximate value, it has been possible to measure the length and width of the cracks by the GSD ratio (cm/pix) that is programmed in the UAV flight.

Keywords: UAV, GPS, orthomosaic, digital elevation model, pavement, settlements, Agisoft Metashape.

INTRODUCCIÓN

Hoy en día, ciertas partes de la República Mexicana y distintos sitios del mundo enfrentan problemas debido a los asentamientos diferenciales y agrietamientos en los suelos ocasionados por el fenómeno de subsidencia, provocando cuantiosos daños en las vías terrestres, asimismo destacando su importancia en ayudar a satisfacer las actividades económicas de cualquier ciudad (Pacheco, 2007; Medellín, 2015; Lira, 2016; Ochoa *et al.*, 2018); debido al constante mantenimiento de las vías terrestres donde el monitoreo o la inspección del deterioro de los pavimentos juega un papel importante en la conservación de las infraestructuras, permitiendo sugerir procedimientos para su reparación, mantenimiento y reposición del mismo.

El fenómeno de subsidencia es una de las principales causas en los pavimentos, atribuyéndose a la sobreexplotación de los mantos acuíferos para el abastecimiento de agua potable. Esta problemática se ha presentado en diferentes ciudades de la República Mexicana, tales como: Aguascalientes, Celaya, Ciudad de México, Irapuato, León, Morelia, Querétaro, Salamanca, San Luis Potosí, entre otros (Carreón *et al.*, 2006; Ávila y Garduño, 2008; Tomás *et al.*, 2009; Pacheco *et al.*, 2013). La demanda excesiva del vital líquido en las zonas áridas y semiáridas en Querétaro han provocado el abatimiento de agua subterránea en diferentes zonas, ocasionando que las afectaciones se incrementen de una forma excesiva sin percibir soluciones a corto plazo (Chávez, 2008). En Querétaro, al menos 16 pozos profundos de agua potable han colapsado a la pérdida del esfuerzo cortante provocado por las diferentes fallas que cruzan la ciudad; así mismo, muchas de las fallas observadas en las llanuras son ocasionadas por el fenómeno de subsidencia, ocasionando hundimientos de uno a tres metros en los últimos 40 años (Castellazzi *et al.*, 2016).

La infinidad de daños en los pavimentos y las técnicas para la identificación de las áreas que requieren de atención, conllevan al desarrollo de nuevas tecnologías que permitan reducir los tiempos de recolección de información, considerando excelentes facilidades y condiciones de trabajo. Los Vehículos Aéreos No Tripulados (VANT) son instrumentos de alta accesibilidad, de bajo costo y permiten obtener fotografías de alta resolución de manera sencilla y flexible (Hemmelder *et al.*, 2018), también posibilitan salvaguardar la integridad de los operadores en ambientes peligrosos, además de que necesitan pocas restricciones de vuelo (ISPRS, 2004; Shi *et al.*, 2011; Xiang & Tian, 2011; Patterson *et al.*, 2014). Los VANT han recopilado con mayor amplitud los datos en campo (Dering *et al.*, 2019); aunado a lo anterior, para

mejorar la precisión de los resultados es posible combinarlos con herramientas adicionales para un mejor desempeño (Jiménez *et al.*, 2017); una de esas herramientas es el GPS, cuya función es reducir el sesgo de la información usando al menos cuatro o cinco GCP, debido a que estos se agregan a las estaciones de la cámara durante el proceso de la información evitando que existan errores significativos, principalmente en las elevaciones, cuando solo se ocupan las posiciones de la cámara para realizar el procesamiento (Forlani *et al.*, 2018); el uso adecuado de GCP, distribuidos en la zona, permite tener un mejor control para la corrección plani-altimétrica de las imágenes, generando errores aceptables (Jimenez *et al.*, 2017; Liew *et al.*, 2012; Martínez, *et al.*, 2018).

El presente artículo describe una metodología para detectar los daños en los pavimentos por agrietamientos y asentamientos en áreas con subsidencia mediante el uso de un VANT y un GPS usando imágenes de alta resolución contemplando ocho GCP georreferenciados y corregidos por la estación más cercana al sitio de estudio; cuyo objetivo es identificar de una manera rápida y específica las superficies dañadas por medio de la generación de MDEs y ortomosaicos, obteniendo las elevaciones de los modelos obtenidos.

MARCO TEÓRICO

ESTUDIOS PREVIOS

Algunos autores han centrado sus investigaciones en el fenómeno subsidencia, considerando que los primeros casos fueron por extracción de agua y se estudiaron por Fuller en 1908 (Poland, 1984). Posteriormente, se comprobó que la extracción de agua de un acuífero está vinculada a la compresión del mismo y que la minoración de la acumulación puede ser permanente o recuperable (Meinzer, 1928). Sin embargo, desde el decenio de 1950, Nabor Carrillo mencionó que la subsidencia estaba vinculada a la extracción de agua subterránea de arcillas de origen lacustre (Marsal & Mazari, 1959). Asimismo, algunos autores enfocaron sus investigaciones en el fenómeno de subsidencia mediante tecnologías como el VANT y el GPS, debido a las excelentes condiciones de trabajo y facilidad de uso: Niethammer *et al.* (2012) y Luccier *et al.* (2013) utilizaron los VANT para reconstruir deslizamientos de tierra por medio de fotografías aéreas; Miller & Shrizaei (2019), quienes posteriormente al huracán "Harvey" notaron que la subsidencia en Texas modificó algunas áreas de inundación por medio de un procesamiento interferométrico.

Los GPS han incursionado en la ingeniería de una forma eficiente por la facilidad de poder adquirir datos

precisos en campo; Cortés *et al.* (2010) y Llenera & Suárez (2015) han ocupado los GPS para elaborar sistemas de referencia y tiempo utilizando las distintas posiciones de los satélites para obtener finalmente altitud, longitud y latitud de un punto sobre la superficie de la tierra mediante triangulaciones en computadoras.

El sitio de estudio para esta investigación fue seleccionado por los constantes movimientos a través de los años, siendo el resultado de interés por los investigadores, debido a los cuantiosos daños que han ocurrido en este lugar por las diferentes fallas que atraviesa la ciudad de Santiago de Querétaro; todo lo anterior ocasionado por el sistema de fallas con dirección norte-sur y desplazamiento normal (Carreón *et al.*, 2005). Por otro lado, Pacheco (2007) construyó algunos mapas de anomalía gravimétrica y gradiente, mediante un estudio gravimétrico en el cual utilizó seis perfiles sobre la formación de fallas. Como consecuencia de lo anterior,

Protección Civil del Estado de Querétaro (2015) creó el Atlas de Riesgos (Figura 1), donde se registró el riesgo de hundimientos y fracturamiento del subsuelo, así como también su vulnerabilidad en las zonas aledañas a las fallas existentes.

FENÓMENO DE SUBSIDENCIA

Diferentes autores han descrito el fenómeno subsidencia como el hundimiento o asentamiento de la superficie terrestre, obtenido durante varios procesos, el cual conlleva a que existan desplazamientos verticales y en algunos casos puedan ser horizontales en una escala pequeña (Poland *et al.*, 1972). Corapcioglu (1984) la define como aquella que implica el asentamiento de la superficie terrestre en un sitio considerando diferentes factores, los cuales pueden ser naturales o causados por las actividades humanas; Galloway *et al.* (1999) y Mede-

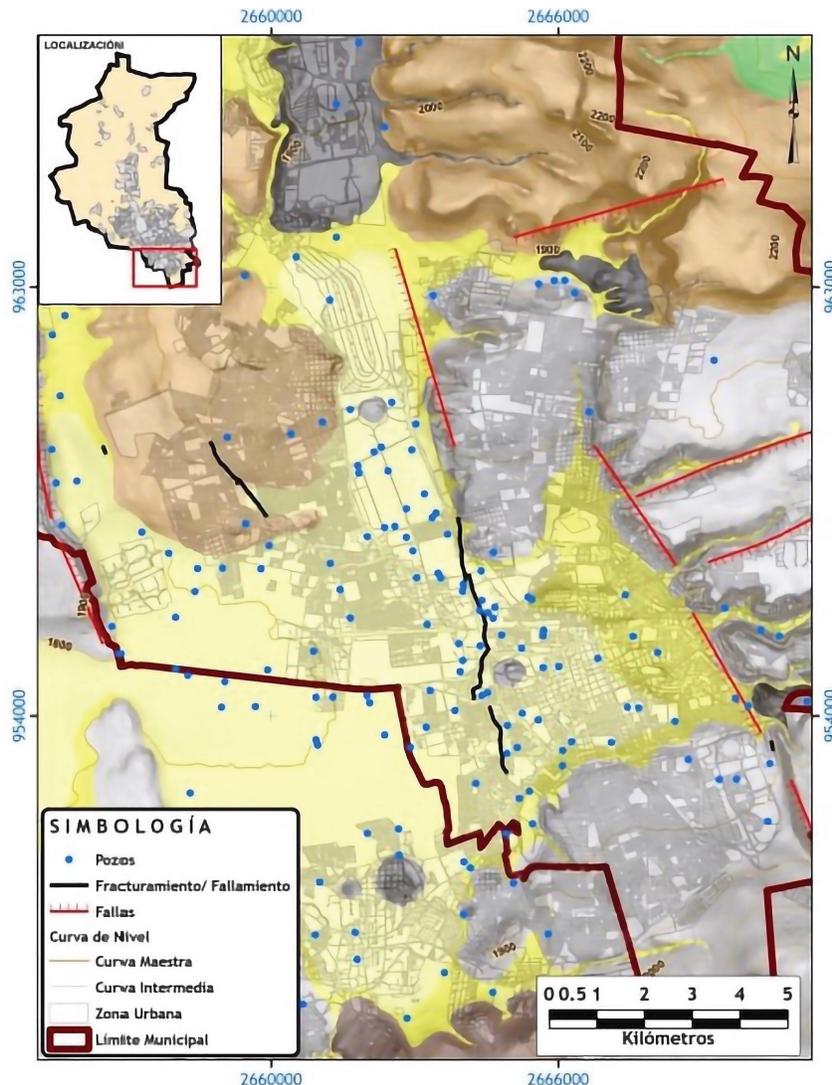


Figura 1. Ubicación de fallas y fracturamientos en Querétaro
Fuente: Protección Civil (2015)

llín (2015) aluden que es aquel asentamiento gradual o hundimiento repentino de una superficie debido a los movimientos subsuperficiales de los materiales por distintas actividades extractivas de fluidos, sedimentación, descenso de nivel freático, entre otros.

VANT

Los VANT son conocidos abiertamente como drones, los cuales son normalmente utilizados para adquirir imágenes aéreas en pequeños tiempos y a alturas deseadas, manteniendo una elevada resolución (Colomina & Molina, 2014). Los VANT están compuestos por una plataforma área equipada con un sistema de navegación, una cámara y un control remoto donde se programa y monitorea la actividad con la ayuda de un dispositivo móvil (Escalante *et al.*, 2016).

De acuerdo con Barmpounakis *et al.* (2016) es necesario determinar el modo de grabación del video, se deben configurar parámetros como estabilización, localización, navegación e identificación de objetos.

GPS

Los GPS son instrumentos autónomos y tienen su propio sistema de referencia y escala de tiempo usando las distintas posiciones de los satélites (Llenera y Suárez, 2015); aunado lo anterior, es necesario contar con computadoras en red para poder obtener altitud y longitud de un punto sobre la superficie de la tierra (Cortés *et al.*, 2010).

Por otro lado, Cortés *et al.* (2010) describe que son herramientas de gran exactitud, pero tienen algunos errores por diferentes factores como interferencias eléctricas imprevistas, el error multisenda, fenómenos meteorológicos, la imprecisión de los relojes, entre otros más.

PUNTO DE CONTROL TERRESTRE (GCP)

Cruz (2008), menciona que un GCP es un punto físico sobre la tierra, el cual es establecido por un sistema de coordenadas y que sirve como guía para realizar distintos trabajos; el propósito de los GCP es poder georreferenciar de acuerdo con las necesidades de cada proyecto, objetos o fenómenos de interés. Asimismo, se utilizan para la rectificación de imágenes aéreas en un enfoque no paramétrico. Si se usa el GCP en la fotogrametría VANT, es necesario colocar varios puntos y tener una excelente distribución de puntos en el área de interés (Liew *et al.*, 2012).

ORTOMOSAICOS

Un mosaico es un conjunto de imágenes capturadas desde una o varias cámaras, con él es probable poder realizar traslapes entre las imágenes, uniéndolas y combinándolas en una sola, amplificando el rango de visión de la escena (Cheng *et al.*, 2007). Escalante *et al.* (2016), mencionan que, si un mosaico es corregido por distorsiones generadas por el relieve y los objetos que interfieren con él, adoptan el nombre de ortomosaicos.

MODELO DIGITAL DE ELEVACIÓN (MDE)

Un MDE es una representación visual y matemática de las alturas de un sitio en estudio, está relacionada al nivel medio del mar y es posible obtener formas del relieve para ser caracterizadas, así como también elementos y otros objetos presentes. Frecuentemente son utilizados en distintos estudios relacionados con la geología, la ingeniería, la arquitectura y el medio ambiente (Akturk & Altunel, 2018; INEGI, 2019).

Existen dos tipos de MDE: uno es el Modelo Digital de Superficie (MDS), que representa todos los elementos existentes o presentes en la superficie de la tierra (vegetación, edificaciones, infraestructura); y el Modelo Digital de Terreno (MDT) donde se produce la forma del terreno una vez que fueron removidos todos los elementos ajenos (Fuentes *et al.*, 2012).

MATERIALES Y MÉTODOS

ÁREA DE ESTUDIO

La investigación para este artículo se centró en el municipio de Santiago de Querétaro, Estado de Querétaro, México (Figura 2), la zona en estudio tiene una topografía irregular debido a que cruza una falla por subsidencia, esta se encuentra en continuo movimiento desde hace años y ha provocado que la infraestructura carretera del sitio se dañe a pesar de las continuas reparaciones, esta falla se ubica en la parte del centro del municipio de Querétaro, la cual se muestra en la Figura 3, atravesando las colonias de “El Ensueño”, “Jardines de la Hacienda” y “San Pablo”, entre otras.

El sitio de estudio presenta desplazamientos verticales orientados de NE-SW y NW-SE, donde la colonia con más daños es la denominada “El Ensueño”, y que se encuentra en el elipsoide WGS 84 (World Geodetic System, 1984), con los parámetros de semieje mayor 6378137.00 y semieje menor 6356752.314, y que se ubica en la zona 14 con coordenadas UTM 2276546.01 N y 352689.16 E, donde se considera un área de 27, 224 m². Los datos recolectados por diferentes colegas e investi-



Figura 2. Macro y micro localización de Santiago de Querétaro

gadores han determinado que las variaciones de los niveles estáticos en la zona en estudio en los últimos años ha sido de 120 m, donde se tiene un estrato deformable superior a los 20 m, presentándose a consecuencia de esto un asentamiento acumulado de 29 cm en un periodo de 19 meses, lo que da un asentamiento anual entre 12 y 15 cm.

COLOCACIÓN DE PUNTOS DE CONTROL TERRESTRE

En el sitio de estudio se colocaron ocho GPC distribuidos de manera estratégica, con la finalidad de poder tener un excelente control de la corrección plani-altimétrica de las imágenes; se distribuyeron seis a lo largo de la falla y dos ubicados a unos 30 metros de ella, estos últimos sirvieron como testigos para la creación de los modelos. Se situaron de esa manera debido a que los desplazamientos pueden ser más notorios si los GCP se

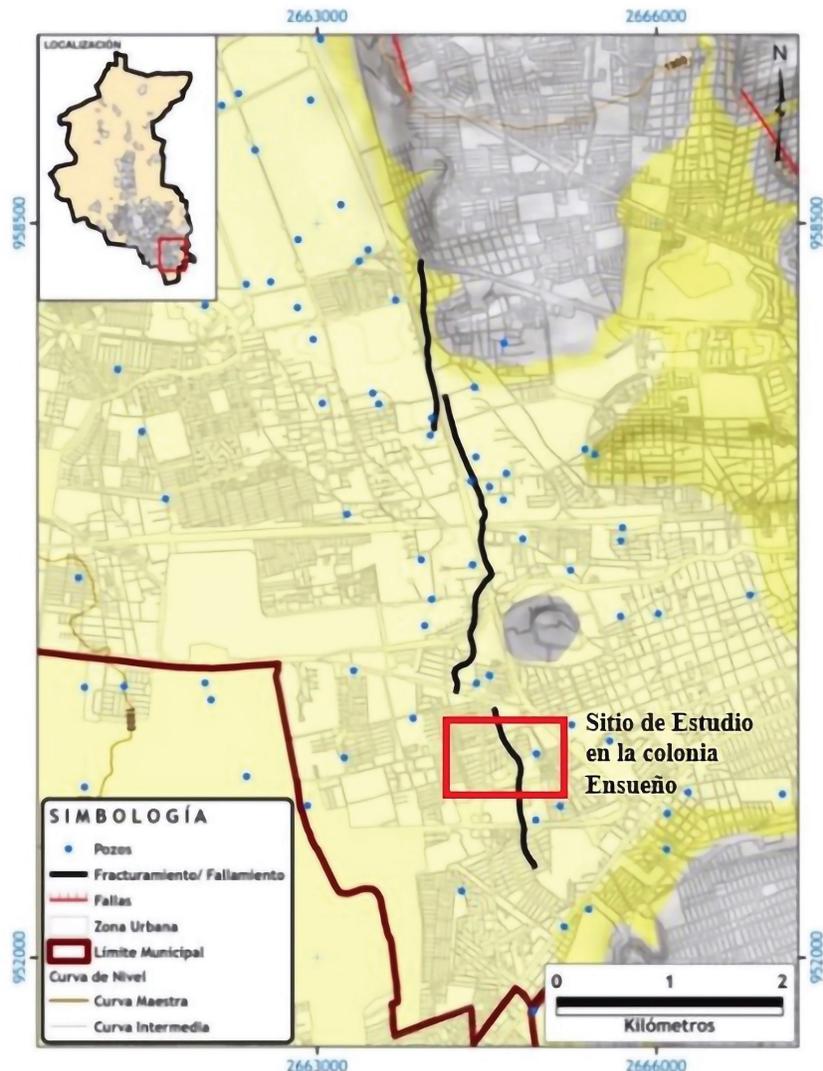


Figura 3. Sistema de fallas en la Zona Centro y ubicación en la colonia “El Ensueño”.

Adaptada de Protección Civil (2015)

encuentran a desnivel (un GCP arriba y otro abajo); cada uno fue construido con placas de acero soldadas a varillas de acero (Figura 4) y que de esta manera pudieran medirse con el GPS de doble frecuencia mostrado en la Figura 5.

La distribución final de los GCP en la Colonia “El Ensueño” se muestra en la Figura 6; por otro lado, para la identificación de los GCP se utilizaron dianas durante el vuelo del VANT, debido a que las placas no eran visibles.



Figura 4. Colocación de GCP en la colonia “El Ensueño”

RECOPIACIÓN DE DATOS

Para la recopilación de los datos se usó un VANT DJI Phantom 4, con sensor de imágenes de 20 megapíxeles, alcance de transmisión de 7 kilómetros y autonomía de 30 minutos de acuerdo con especificaciones del fabricante, sin embargo, el vuelo se apega a las consideraciones de la normativa oficial vigente (NOM-107-SCT3-2019). Asimismo, un GPS Sokkia GRX2 con software de campo Magnet Field y precisión en modo estático: Sólo: L1: H: 3mm + 0.8 ppm, V: 4mm + 1.0 ppm, según datos de fabricante.



Figura 5. GCP colocado en el sitio de estudio

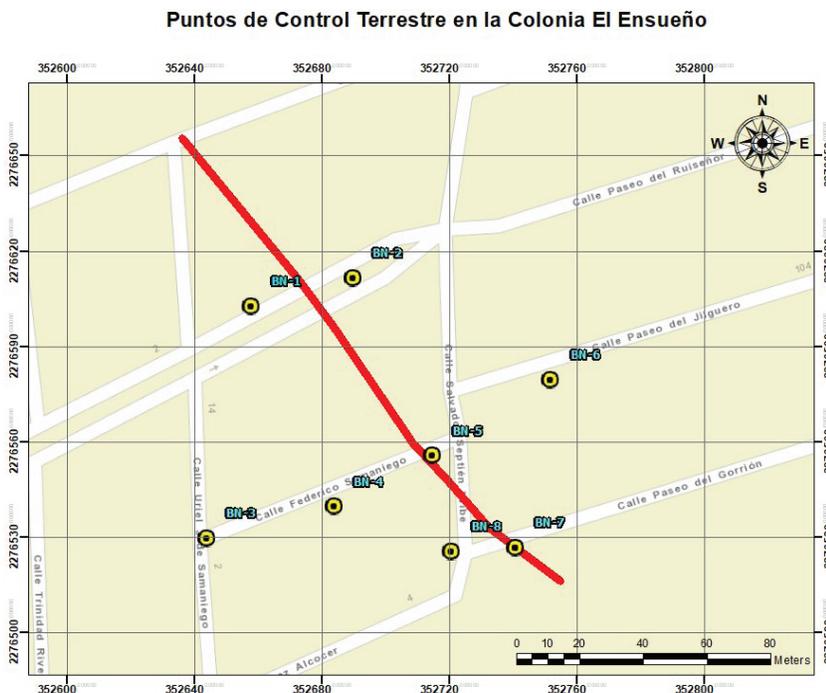


Figura 6. Ubicación de los GCP en la colonia “El Ensueño”

MEDICIÓN DE PUNTOS DE CONTROL TERRESTRE

Las mediciones de los GCP se realizaron con el GPS Sokkia GRX2 de modo estático y las fechas de medición se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Fechas de las mediciones de los GCP

Medición	Fecha
1	21 y 22 de noviembre de 2019
2	23 y 24 de enero de 2020
3	18 de marzo de 2020
4	16 de agosto de 2020
5	19 y 20 de octubre de 2020

Algunos ejemplos se muestran en las Figuras 7 y 8, esto se realizó en cada uno de los ocho puntos durante el periodo de la investigación. Cada punto fue medido durante una hora con el GPS de alta precisión para cumplir los requisitos que establece el INEGI en las normativas, cabe mencionar que el periodo largo de medición se realiza para obtener un menor margen de error en los datos recopilados.



Figura 7. GCP-1 y GRX2 GPS utilizados

PLANEACIÓN DE VUELO Y ADQUISICIÓN DE IMÁGENES

Los vuelos realizados con el VANT se enlistan en la Tabla 2.

La planeación de los vuelos se realizó mediante la aplicación móvil Pix4D (Figura 9) seleccionando los parámetros de traslape de imágenes de 80 % y 70 %, altitud de 60 metros y GSD de 2.67 cm/px.

PROCESAMIENTO DE DATOS

Para procesar los datos obtenidos por el VANT y el GPS durante las mediciones en campo, se emplearon dos softwares: a) Topcon Tools para el procesamiento de los datos obtenidos por el GPS en el método estático y, b) Agisoft Metashape para el procesamiento de las imágenes obtenidas por el VANT.



Figura 8. Medición de GCP en la colonia “El Ensueño” con el GPS Sokkia GRX2

Tabla 2 Vuelos realizados con el VANT

Vuelo	Fecha	Tiempo de vuelo	Dimensiones del área cubierta
1	26 de noviembre de 2019	6 minutos y 26 segundos	127 x 144 m
2	27 de enero de 2020	6 minutos y 15 segundos	127 x 144 m
3	19 de marzo de 2020	8 minutos y 2 segundos	164 x 166 m
4	23 de agosto de 2020	9 minutos y 2 segundos	164 x 166 m
5	20 de octubre de 2020	8 minutos y 48 segundos	164 x 166 m

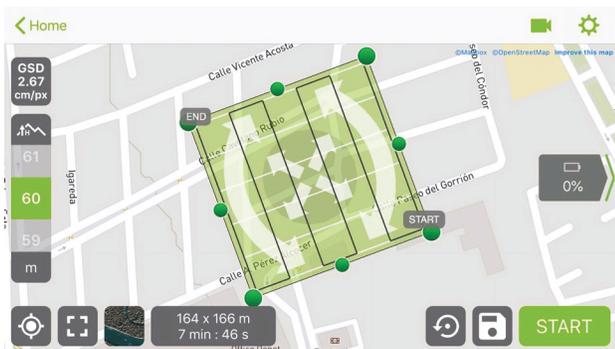


Figura 9. Ejemplo de plan de vuelo del VANT en la colonia “El Ensueño”

PUNTOS DE CONTROL TERRESTRES

Para procesar los ocho GCP que fueron medidos durante todas las fechas especificadas anteriormente, se descargaron de la Red Geodésica Nacional Activa (RGNA) del INEGI, las mediciones de la estación UQRO con las coordenadas UTM 2277537.296 N y 352773.121 E, usando el elipsoide WGS 84 para el postproceso de los datos, dicha estación está ubicada en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ), la cual es la estación activa del Estado de Querétaro. Dichos datos obtenidos en formato RINEX se procesaron con el software UNERINEX del INEGI para unir las mediciones de las 24 horas, utilizando todas las fechas en las que se realizaron las mediciones para ser procesados mediante el software Topcon Tools y de esta manera poder corregir las coordenadas obtenidas por el GPS y tener un mínimo margen de error.

IMÁGENES

Las imágenes fueron procesadas con el software Agisoft Metashape y el procedimiento fue el siguiente:

1. Añadir las fotografías para procesar y orientarlas.
2. Crear la nube de puntos densa y posteriormente la malla.
3. Incluir los GCP mediante marcadores, identificando en todas las imágenes incluidas para el procesamiento las dianas que fueron colocadas renombrando cada punto y anexando las coordenadas exactas obtenidas por el GPS de alta precisión anteriormente medidas.
4. Seleccionar todas las imágenes, y desmarcar, con la finalidad de que las coordenadas con las que trabaje el procesamiento sean las coordenadas que se incluyeron anteriormente obtenidas por el GPS y no las obtenidas por el vuelo del VANT, puesto que estas pueden tener muchas deficiencias.
5. Optimizar el cálculo de las orientaciones y seguido de ello volver a crear la nube de puntos densa y la malla.
6. Clasificar los puntos del terreno mediante la pestaña de herramientas, nube de puntos densa y clasificar los puntos deseados.
7. Hacer la textura y después el modelo de teselas.
8. Para generar el modelo digital de elevaciones, este debe hacerse desde la capa de clase de puntos de terreno.
9. Crear el ortomosaico de las fotografías procesadas.
10. Finalmente, hacer la exportación de los archivos deseados y la generación del reporte del procesamiento.

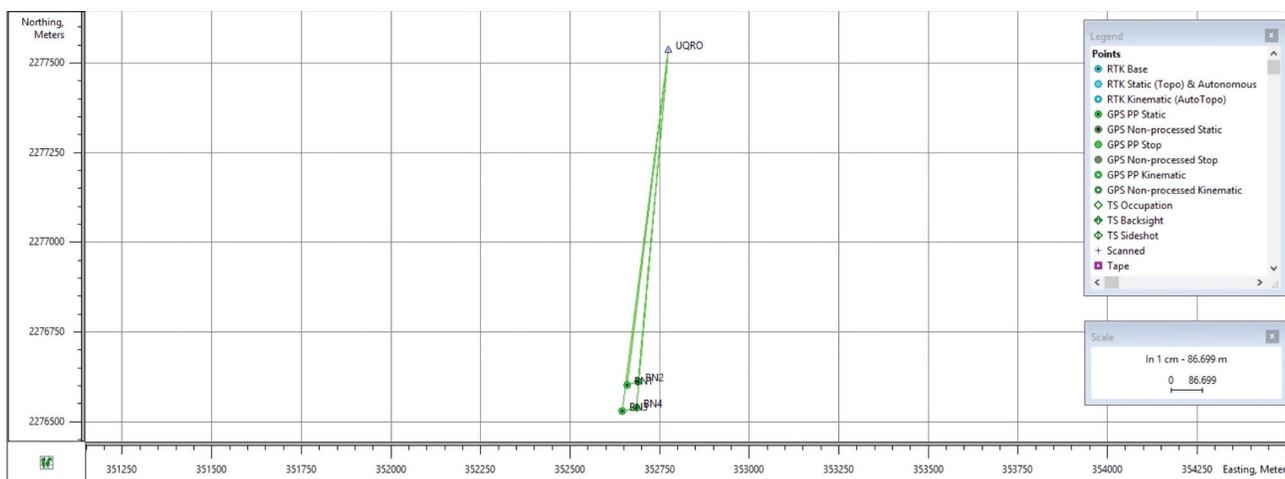


Figura 10. Procesamiento de los GCP del 1 al 4

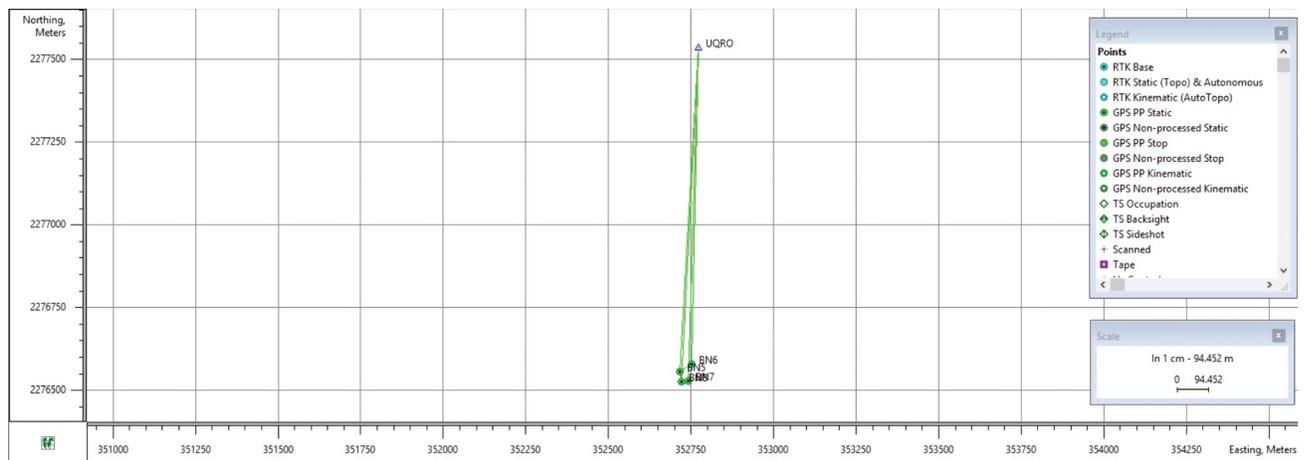


Figura 11. Procesamiento de los GCP del 5 al 8

RESULTADOS

Los GCP fueron medidos por el GPS Sokkia GRX2 en modo estático, procesados con el software Topcon Tools y georreferenciados a la RGNA de INEGI, dichas actividades se ilustran a continuación, así mismo se muestran algunos ejemplos de postproceso de una medición en las Figuras 10 y 11, donde se observa el enlace de la estación activa de Querétaro y los GCP en coordenadas UTM.

Cabe señalar que el procesamiento se hizo por separado, debido a que se utilizó la versión DEMO del software al no contar con la licencia específica. La versión DEMO solo permite procesar cinco puntos como máximo por trabajo, por lo cual se procesaron cuatro y cua-

tro, adjuntando a cada trabajo el punto de la estación activa de INEGI.

Como resultado del postprocesamiento de las mediciones, se obtuvieron las coordenadas y elevaciones de los GCP durante el periodo de la toma de datos en campo, la información se presenta en la Tabla 3, en la Figura 12 se ilustran a manera de ejemplo los comportamientos de cada BN.

Posteriormente, las coordenadas y elevaciones fueron incluidas en el software Agisoft Metashape, mediante el cual se obtuvo el ortomosaico del área de estudio mostrado en la Figura 13.

Los MDE obtenidos se muestran en las Figuras 14 a la 18 donde se pueden verificar los asentamientos que

Tabla 3. Coordenadas y elevaciones de GCP obtenidas mediante Topcon Tools

Punto de control terrestre (GCP)	Coordenadas UTM			Elevación (m)				
	Norte	Este		Medición 1	Medición 2	Medición 3	Medición 4	Medición 5
BN-1	2276603.172	352658.640		1799.990	1799.989	1799.986	1799.985	1799.976
BN-2	2276612.117	352690.927		1801.213	1801.213	1801.211	1801.208	1801.206
BN-3	2276530.970	352644.985		1799.848	1799.848	1799.835	1799.832	1799.831
BN-4	2276540.409	352684.722		1800.064	1800.063	1800.060	1800.060	1800.059
BN-5	2276556.600	352715.471		1800.893	1800.892	1800.890	1800.887	1800.888
BN-6	2276580.704	352752.989		1801.601	1800.597	1801.592	1801.591	1801.591
BN-7	2276527.735	352741.952		1801.091	1801.080	1801.078	1801.072	1801.073
BN-8	2276526.361	352721.866		1800.211	1800.200	1800.194	1800.184	1800.154

MEDICIONES DE GCP

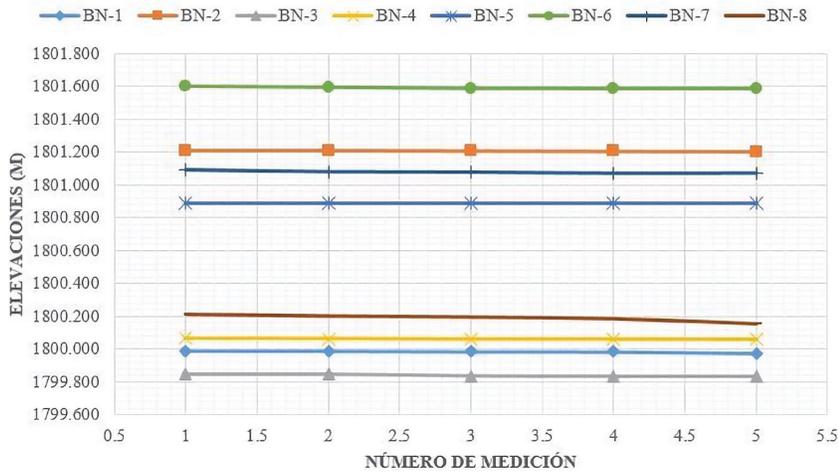


Figura 12. Gráfica de comportamientos de GCP



Figura 13. Ortomosaico del área de estudio en "El Ensueño"

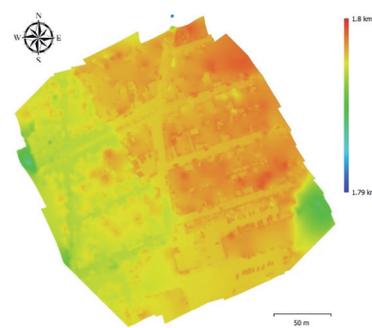


Figura 15. MDE con fecha 24 de enero de 2020. Medición 2

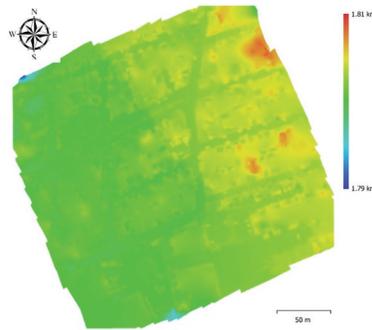


Figura 16. MDE con fecha 18 de marzo de 2020. Medición 3

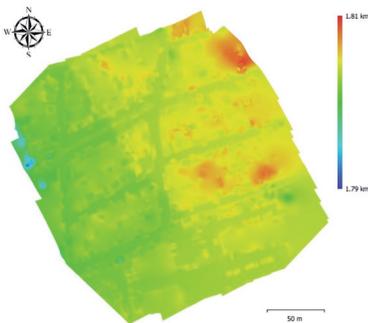


Figura 14. MDE con fecha 26 de noviembre de 2019. Medición 1

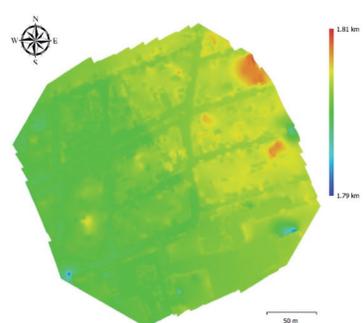


Figura 17. MDE con fecha 16 de agosto de 2020. Medición 4

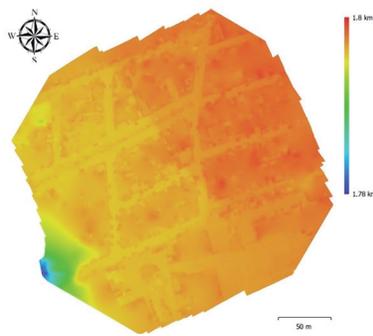


Figura 18. MDE con fecha 20 de octubre de 2020. Medición 5

se tuvieron durante el periodo de la investigación, los cuales afectaron los diferentes tipos de pavimentos de la zona (concreto hidráulico en su mayoría, asfalto y adoquín) los cuales se encuentran en mayor parte de manera longitudinal en la falla del área de estudio. Esta área presenta agrietamientos superficiales en gran parte de su extensión, así como daños a las capas inferiores, causa principal de que el pavimento falle continuamente aun siendo reparado. Dicho fenómeno seguirá ocurriendo debido a las condiciones actuales del terreno debido a los continuos movimientos del sitio de estudio. En las figuras señaladas se puede apreciar la distinta gama de colores que presentan los MDE obtenidas mediante el procesamiento de las mismas, lo cual indican las elevaciones del sitio de estudio, considerando la zona más alta del lado derecho con una elevación promedio de 1800 msnm y del lado izquierdo con una elevación de 1799 msnm la zona más baja.

CONCLUSIONES

El uso de los VANT aporta información espacial importante sobre la problemática en las vías terrestres; en este caso, fue la base para definir las afectaciones en los pavimentos en un sitio experimental donde el fenómeno de análisis fue la subsidencia. Es muy importante integrar estas tecnologías a cualquier problemática a fin de detectar daños en las vías terrestres.

La metodología plasmada en la presente investigación basada en el uso de las tecnologías (VANT y GPS) y del uso de softwares especializados (Topcon Tools y Agisoft Metashape) nos permitieron modelar y simular la problemática de la subsidencia, en este caso, con los monitoreos realizados (GPC) permitió definir con mayor precisión el fenómeno de subsidencia. Con ello, nos permite diagnosticar y proponer soluciones de procesos factibles para las restauraciones o mantenimientos en general.

El método utilizado funcionó de manera satisfactoria al ejecutarlo de manera conjunta, el uso de VANT

con un GPS independiente y puntos de control terrestres ofrecieron resultados optimistas en términos de efectividad de la metodología. Lo innovador en esto, es que hay requerimientos mínimos de personal, se opera de manera rápida y confiable en la identificación de daños a través del ortomosaico, y resulta más práctico en trabajabilidad.

Las intensidades de los asentamientos se observan en los MDE realizados, donde físicamente en la zona experimental se tienen fallas estructurales en las diversas capas del pavimento; cabe mencionar que fuera de esta área, los pavimentos se encuentran en óptimas condiciones.

Los asentamientos registrados por medio del análisis digital y de campo, representa los cambios de niveles que se han registrado a través del tiempo, mismos que nos permitieron determinar las afectaciones que se han registrado, dado que según el análisis realizado son alrededor de 5.7 cm en el momento del monitoreo de la presente investigación

Sobre los resultados obtenidos se determinó que la zona continuará presentando grietas en la infraestructura urbana, debido a que la región se encuentra prácticamente a lo largo de la falla geológica detectada, de esta manera los pavimentos continuarán presentando desgastes superficiales y en las capas inferiores. Con esto se sabe ahora que la región es un lugar inestable por efectos de la subsidencia, presentándose velocidades de asentamientos variables, por lo cual se requiere del monitoreo continuo para determinar en tiempo real las variaciones diferenciales y así poder corregir mediante acciones de mantenimiento los deterioros que pueden ocasionar daños materiales mediante tecnologías que faciliten la recolección de datos para la ejecución de soluciones.

REFERENCIAS

- Akturk, E., & Altunel, A. (2018). Accuracy assesment of a low-cost UAV derived Digital Elevation Model (DEM) in a highly broken and vegetated terrain. *Measurement*, 136, 382-386. <http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2018.12.101>
- Ávila, J., & Garduño, V. (2008). A GPR study of subsidence-creep-fault processes in Morelia, Michoacán, México. *Engineering Geology*, 100, 69-81. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2008.03.003>
- Barmounakis, E. N., Vlahogianni, E. I., & Golias, J. C. (2016). Unmanned aerial aircraft systems for transportation engineering: Current practice and future challenges. *International Journal of Transportation Science and Technology*, 5(3), 111-122. <https://doi.org/10.1016/j.ijtst.2017.02.001>
- Carreón, D., Cerca, M., Luna, L., & Gámez, F. J. (2005). Influencia de la estratigrafía y estructura geológica en el flujo de agua

- subterránea del Valle de Querétaro. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 22(1), 1-18. <http://doi.org/10.1007/s10040-016-1384-0>
- Carreón, D., Cerca, M., Ochoa, G., Teatini, P., & Zuñiga, F., Carreón, D., Cerca, M., Ochoa, G. (2016). Shearing along faults and stratigraphic joints controlled by land subsidence in the Valley of Queretaro, Mexico. *Hydrogeology Journal*, 24(3), 657-674.
- Carreón, D., Hidalgo, C., & Hernández, M. (2006). Mecanismos de fracturamiento de depósitos arcillosos en zonas urbanas. Caso de deformación diferencial en Chalco, Estado de México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 237-25.
- Castellazzi, P., Ivera, A., Arroyo, N., Martel, R., Calderhead, A., Normand, J., & Gárfias, J. (2016). Land subsidence in major cities of Central Mexico: Interpreting InSAR-derived land subsidence mapping with hydrogeological data. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 47, 102-111. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jag.2015.12.002>
- Chávez, O. (2008). *Modelación física - experimental del fenómeno de subsidencia* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Querétaro, Santiago de Querétaro, Querétaro.
- Cheng, Y., Xue, D., Cheng, Y., & Li, Y. (2007). A fast mosaic approach for remote sensing imagen. En International Conference on Mechatronics and Automation, 2009-2013.
- Colomina, I., & Molina, P. (2014). Unmanned aerial systems for photogrammetry and remote sensing: A review. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 92, 79-97. <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2014.02.013>
- Corapcioglu, M. (1984). Land subsidence-a state-of-the-art review. *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, 369-444.
- Cortés, J., Medina, F., & Mendoza, J. (2010). Implementación de un sistema de posicionamiento global utilizando el módulo GPS SIRFSTARIII. MTI-6 DE STARSNAV. *Scientia et Technica*, Año XVI(45), 233-238.
- Cruz, M. (2008). *Caracterización de puntos de control en teledetección: Aplicación a la corrección geométrica automática de imágenes NOAA-AVHRR GAC-5 KM* (Tesis de Doctorado). Universidad de Almería, Almería, España.
- Dering, G. M., Micklethwaite, S., Thiele, S. T., Vollgger, S. A., & Crude, A. R. (2019). Review of drones, photogrammetry and emerging sensor technology for the study of dykes: Best practises and future potential. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 373, 148-166. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2019.01.018>
- Escalante, J. O., Cáceres, J. J., & Porras, H. (2016). Ortomosaicos y modelos digitales de elevación generados a partir de imágenes tomadas con sistemas UAV. *Revista Tecnura*, 20(50), 119-140. <http://http://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.tecnura.2016.4.a09>
- Forlani, G., Dall'Asta, E., Diotri, F., Mora di Cella, U., Roncella, R., & Santise, M. (2018). Quality assessment of DSMs produced from UAV flights georeferenced with on-board RTK positioning. *Remote Sensing*, 10(311). <https://doi.org/10.3390/rs10020311>
- Fuentes, J. E., Bolaños, J. A., & Rozo, D. M. (2012). Modelo digital de superficie a partir de imágenes de satélite Ikonos para el análisis de áreas de inundación de Santa Marta, Colombia. *Boletín de Investigaciones Marinas y Costeras*, 41(2), 251-266. <https://doi.org/10.25268/bimc.invemar.2012.41.2.87>
- Galloway, D., Jones, D., & Ingebritsen, S. (1999). Land Subsidence in the United States. U.S. Geological Survey Circular 1182.
- Hemmelder, S., Marra, W., Markies, H., & De Jong, S. M. (2018). Monitoring river morphology & bank erosion using UAV imagery - A case study of the river Buëch, Hautes-Alpes, France. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 73, 428-437. https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2018IJAEO..73.428H/doi:10.1016/j.jag.2018.07.016
- INEGI. (2019). Modelos Digitales de Elevación (MDE)-Descripción.
- ISPRS. (2004). Approved resolutions of the XXth ISPRS Congress-Istanbul. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Science*, 35, 40.
- Jimenez, S. I., Ojeda, W., Ontiveros, R. E., Flores, J., Marcial, M. J., & Robles, B. D. (2017). Quantification of the error of digital terrain models derived from images acquired with UAV. *Ingeniería Agrícola y Biosistemas*, 9(2), 85-100. <http://dx.doi.org/10.5154/r.inagbi.2017.03.007>
- Liew, L. H., Wang, Y. C., & Cheah, W. S. (2012). Evaluation of control points' distribution on distortions and geometric transformations for aerial images rectification. *Procedia Engineering*, 41, 1002-1008. <https://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.275>
- Lira, P. (2016). *Estudio de la vulnerabilidad estructural de las construcciones ante fracturamientos por subsidencia* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Aguascalientes, Aguascalientes. <http://hdl.handle.net/11317/611>
- Llenera, E., & Suárez, E. (2015). Sistema de navegación para personas no videntes, mediante el uso del sistema de posicionamiento híbrido (GPS & GLONAS), para la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE. 1-12.
- Luccier, A., De Jong, M. S., & Turner, D. (2013). Mapping landslide displacements using Structure from Motion (SfM) and image correlation of multi-temporal UAV photography. *Progress in Physical Geography*, 38(1), 97-116. <https://doi.org/10.1177/0309133313515293>
- Marsal, R., & Mazari, M. (1959). *El subsuelo de la Cd. de México*. México. UNAM, Fac. de Ingeniería, I y II, 505.
- Martínez, P., Agüera, F., Carvajal, F., Mesas, F., García, A., & Pérez, F. (2018). Assessment of UAV-photogrammetric mapping accuracy based on variation of ground control points. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 72, 1-10. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jag.2018.05.015>
- Medellín, G. (2015). *Evaluación y proyección de daños por el fenómeno de subsidencia en la Avenida 5 de Febrero y propuesta de solución* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Querétaro, Santiago de Querétaro, Querétaro.

- Meinzer, O. (1928). Compressibility and elasticity of artesian aquifers. *Economic Geology*, 23(3), 263-291. <https://doi.org/10.2113/gsecongeo.23.3.263>
- Miller, M., & Shirzaei, M. (2019). Land subsidence in Houston correlated with flooding from Hurricane Harvey. *Remote Sensing of Environment*, 225, 368-378. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2019.03.022>
- Niethammer, U., James, M. R., Rothmund, S., Travelletti, J., & Joswig, M. (2012). UAV-based remote sensing of the Super-Sauze landslide: Evaluation and results. *Engineering Geology*, 128, 2-11. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2011.03.012>
- Ochoa, G., Carreón, D., Franceschini, A., Cerca, M., & Teatini, P. (2018). Overexploitation of groundwater resources in the faulted basin of Querétaro, Mexico: A 3D deformation and stress analysis. *Engineering Geology*, 245, 192-206. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.08.014>
- Pacheco, J. (2007). *Modelo de subsidencia del valle de Querétaro y predicción de agrietamientos superficiales* (Tesis de Doctorado). Universidad Autónoma de México, Santiago de Querétaro, Querétaro.
- Pacheco, J., Hernández, M., Burbey, T., González, N., Ortíz, J., Zermeno, M., & Solís, A. (2013). Land subsidence and ground failure associated to groundwater exploitation in the Aguascalientes Valley, México. *Engineering Geology*, 164, 172-186. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2013.06.015>
- Patterson, T., McClean, S., Morrow, P., Parr, G., & Luo, C. (2014). Timely autonomous identification of UAV safe landing zones. *Image and Vision Computing*, 32(9), 568-578. <http://dx.doi.org/10.1016/j.imavis.2014.06.006>
- Poland, J. (1984). Guidebook to studies of land subsidence due to ground-water withdrawal. UNESCO Studies and Reports in Hydrology, (40). New York: Unipublications.
- Poland, J., Lofgren, B., & Riley, F. (1972). Glossary of selected terms useful in studies of the mechanics of aquifer systems and land subsidence due to fluid withdrawal. U.S. Geological Survey Water-Supply Paper 2025.
- Protección Civil. (2015). *Atlas de Riesgos del Municipio de Querétaro 2015*. Santiago de Querétaro, Querétaro, México.
- Rico, A., & Del Castillo, H. (2005). *La Ingeniería de suelos en las vías terrestres, carreteras, ferrocarriles y aeropistas 2*. México: Limusa.
- Secretaría de Comunicaciones y Transportes. (2019). Requerimientos para operar un sistema de aeronave pilotada a distancia (RPAS) en el espacio aéreo mexicano. Norma Oficial Mexicana NOM-107-SCT3-2019. Diario Oficial de la Federación .
- Shi, J., Wang, J., & Xu, Y. (2011). Object-Based change detection using georeferenced UAV images. ISPRS-International Archives of the Photogrammetry. *Remote Sensing and Spacial Information Sciences*, 38, 177-182. <http://dx.doi.org/10.5194/isprsarchives-XXXVIII-1-C22-177-2011>
- Tomás, R., Herrera, G., Delgado, J., & Peña, F. (2009). Subsidencia del terreno. *Enseñanza de las Ciencias de la Tierra*, 17(3), 295-302. <https://raco.cat/index.php/ECT/article/view/199932>
- U.S. Department of Transportation Federal Highway. (2014). Distress Identification Manual for the Long-Term Pavement Performance Program.
- Xiang, H., & Tian, L. (2011). Development of a low-cost agricultural remote sensing system based on an autonomous unmanned aerial vehicle (UAV). *Biosystems Engineering*, 108(2), 174-190. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2010.11.010>

Cómo citar:

Galeana-Pérez, V. M., Chávez-Alegria, O., Medellín-Aguilar, G., & Zamora-Castro, S. A. (2023). Medición de asentamientos en pavimentos dañados por subsidencia usando ortomosaicos y MDE mediante GPS y VANT. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-13. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.010>



Etapas del análisis de frecuencias conjunto de crecientes con la distribución GVE biviariada

Stages of the joint flood frequencies analysis with the bivariate GEV distribution

Campos-Aranda Daniel Francisco

Profesor Jubilado de la UASLP

Correo: campos_aranda@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-9876-3967>

Resumen

Las crecientes que ocurren en nuestro país cada año, generan daños y ponen en peligro a la infraestructura hidráulica de los embalses, cuyo dimensionamiento por seguridad hidrológica está basado en el *hidrograma de la creciente de diseño*. La estimación más simple de tal hidrograma se realiza con el análisis de frecuencias *conjunto* del gasto pico y volumen anuales. En este estudio se ajustó la *distribución General de Valores Extremos biviariada* (GVEb), al registro de 52 crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, del estado de Coahuila, México. Este proceso abarca ocho etapas: 1) verificación de la aleatoriedad de los registros anuales; 2) estimación de las probabilidades empíricas conjuntas; 3) ajuste de la GVEb mediante método de máxima verosimilitud; 4) validación de la función GVEb; 5) ratificación de las marginales GVE; 6) verificación de las restricciones de probabilidad; 7) estimación de los eventos de diseño univariados híbridos y 8) conjuntos con selección del subgrupo crítico. La etapa 4 es la más importante, por el contraste entre probabilidades conjuntas teóricas y empíricas; las primeras estimadas con la GVEb y las segundas obtenidas en el plano bidimensional. La etapa 1 se realiza con base en el Test de Wald-Wolfowitz. En la etapa 3 se emplea el algoritmo Complex. Las etapas 4 y 5 utilizan el Test de Kolmogorov-Smirnov. En la etapa 8 se emplea la gráfica del periodo de retorno conjunto de tipo AND. Por último, se formulan las conclusiones, las cuales destacan las ventajas de aplicar la GVEb.

Descriptor: Distribución GVEb, distribuciones condicionales, probabilidades empíricas conjuntas, algoritmo Complex, validación de la GVEb, periodos de retorno conjuntos, eventos críticos.

Abstract

The floods that occur in our country every year, cause damages and endanger the hydraulic infrastructure of the reservoirs. Therefore, its safety hydrological dimensioning is based on the *hydrograph of the design flood*, its simplest estimation is made with the *joint frequency analysis* of the annual peak flow and volume. In this study, the *bivariate General Extreme Values distribution* (GEVb) was adjusted to the record of the 52 annual floods of entry to the Venustiano Carranza Dam, in the state of Coahuila, Mexico. This process encompasses eight stages: 1) verification of the randomness of the annual records; 2) estimation of the joint empirical probabilities; 3) adjustment of the GEVb function through the maximum likelihood method; 4) validation of the GEVb function; 5) ratification of GEV marginal functions; 6) verification of probability constraints; 7) estimation of hybrid univariate design events and 8) estimation of joint design events and selection of the critical subgroup. Stage 4 is the most important, due to the contrast between theoretical and empirical joint probabilities; the first ones estimated with the GEVb and the second ones obtained in the two-dimensional plane. Stage 1 is carried out based on the Wald-Wolfowitz Test. In stage 3 the Complex algorithm is used. Stages 4 and 5 use the Kolmogorov-Smirnov Test. In stage 8, the graphs of the joint return period of type AND are used. Finally, Conclusions are formulated, which highlight the advantages of applying the GEVb.

Keywords: GEVb distribution, conditional distributions, joint empirical probabilities, Complex algorithm, GEVb validation, joint return periods, critical events.

INTRODUCCIÓN

De manera preponderante, la porción centro-sur de la República Mexicana se localiza en la zona de influencia de los huracanes que se originan en los océanos Atlántico y Pacífico. Por otra parte, su porción norte la afectan los frentes fríos. Ambos fenómenos meteorológicos generan lluvias de gran magnitud, que producen *crecientes o avenidas máximas*, las cuales inundan extensas regiones y ponen en peligro a las obras hidráulicas (Aldama, 2000; Aldama *et al.*, 2006).

Quizás la obra hidráulica más importante, por sus beneficios y peligrosidad de falla, sean los *embalses* de todo tipo. En relación con su dimensionamiento de seguridad hidrológica, desde hace dos décadas, sus *Crecientes de Diseño* se analizan como *eventos multivariados*, ya que las características que definen su *hidrograma* están correlacionadas. El enfoque más simple, el *bivariado*, está justificado por la escasa sensibilidad que tienen los embalses al lapso en que se llega al gasto pico del hidrograma (Aldama, 2000) y por la correlación que guardan tal gasto máximo con el volumen y el volumen con la duración total (Goel *et al.*, 1998; Yue *et al.*, 1999; Yue & Rasmussen, 2002).

Ramírez & Aldama (2000), Yue & Rasmussen (2002) y Volpi & Fiori (2012) destacan que el análisis de frecuencias bivariado conduce a una infinidad de combinaciones de gasto pico y volumen para una probabilidad de excedencia *conjunta* adoptada. Lo anterior implica que para un mismo *periodo de retorno conjunto* existen muchas *crecientes o hidrogramas* que producirán distintos efectos en el embalse que se diseña o revisa; adoptando lógicamente, el que genera las condiciones más críticas o severas en su vertedor y almacenamiento.

Los *objetivos* de este estudio fueron los cinco siguientes:

- 1) Exponer la distribución General de Valores Extremos bivariada (GVEb) y su método de ajuste por máxima verosimilitud.
- 2) Citar las ecuaciones de los periodos de retorno conjuntos.
- 3) Detallar la selección de los eventos de diseño críticos y la estimación de las probabilidades empíricas conjuntas.
- 4) Exponer la técnica de validación de la GVEb y de sus marginales.
- 5) Aplicar la teoría operativa al registro de 52 gastos pico y volúmenes anuales de las crecientes de entrada a la Presa Venustiano Carranza (*Don Martín*), del estado de Coahuila, México.

TEORÍA OPERATIVA

DISTRIBUCIÓN GVE BIVARIADA (GVEb)

Emil Julius Gumbel estableció a inicios de los años sesenta el llamado *modelo bivariado logístico*, el cual acepta como distribuciones *marginales* las de valores extremos: Gumbel, General de Valores Extremos (GVE), Gumbel mixta y TCEV o de valores extremos de dos componentes (Escalante & Raynal, 1994; Ramírez & Aldama, 2000; Escalante & Reyes, 2004), su ecuación es:

$$F(x,y) = \exp\{-[(-\ln F(x))^m + (-\ln F(y))^m]^{1/m}\} \quad (m \geq 1) \quad (1)$$

Donde:

$F(x)$ y $F(y)$ = funciones de distribución de probabilidades (FDP) *marginales* de las variables aleatorias X y Y
 m = parámetro de asociación, el cual depende de la correlación entre las variables

Si las marginales son distribuciones GVE o General de Valores Extremos (Hosking & Wallis, 1997; Rao & Hamed, 2000; Stedinger, 2017), sus expresiones son:

$$F(x) = \exp\left\{-\left[1 - k_1 \left(\frac{x-u_1}{\alpha_1}\right)\right]_+^{1/k_1}\right\} \quad (2)$$

$$F(y) = \exp\left\{-\left[1 - k_2 \left(\frac{y-u_2}{\alpha_2}\right)\right]_+^{1/k_2}\right\} \quad (3)$$

u, α y k son los parámetros de ubicación, escala y forma. Sustituyendo las ecuaciones 2 y 3 en la 1, se obtiene la FDP de la GVEb (Escalante & Raynal, 1994):

$$F(x,y,\theta) = \exp\left\{-\left[\left(1 - k_1 \left(\frac{x-u_1}{\alpha_1}\right)\right)_+^{m/k_1} + \left(1 - k_2 \left(\frac{y-u_2}{\alpha_2}\right)\right)_+^{m/k_2}\right]^{1/m}\right\} \quad (4)$$

con $\theta = u_1, \alpha_1, k_1, u_2, \alpha_2, k_2, m$; son los siete parámetros de ajuste y se obtienen con el método estadístico de máxima verosimilitud.

La distribución GVE representa tres modelos probabilísticos: si $k < 0$ la GVE tiene el tipo Fréchet, sin límite superior; caso aquí estudiado; si $k = 0$ se tiene el modelo Gumbel y cuando $k > 0$ se tiene la Weibull, con límite superior. La distribución GVE está definida por el conjunto $\{x: [1 - k(x - u)/\alpha] > 0\}$, lo cual se indica con el signo + afuera del paréntesis.

Coles (2001) destaca que cualquier combinación de parámetros de ajuste que viola la condición anterior de

positividad, implica que al menos uno de los puntos observados (x_i), está más allá de los puntos finales de la distribución y entonces la función de verosimilitud es cero y su versión logarítmica $-\infty$.

La solución inversa de las ecuaciones 2 y 3, permiten la estimación de predicciones (x_p, y_p) asociadas a una probabilidad de no excedencia $p = F(x)$ ó $p = F(y)$, son las siguientes:

$$x_p = u_1 + \alpha_1/k_1\{1 - [-\ln(p)]^{k_1}\} \quad \text{para } k_1 \neq 0 \quad (5)$$

$$y_p = u_2 + \alpha_2/k_2\{1 - [-\ln(p)]^{k_2}\} \quad \text{para } k_2 \neq 0 \quad (6)$$

En este estudio se ajustó la distribución GVE con tres métodos: Sextiles, momentos L y máxima verosimilitud, los cuales se pueden consultar respectivamente en: Campos (2006), Hosking & Wallis (1997) y Rao & Hamed (2000).

RESTRICCIONES DE PROBABILIDAD

Las probabilidades de no excedencia univariadas y conjunta de la distribución GVEb, deben cumplir con la restricción siguiente (Escalante & Raynal, 1994; Ramírez & Aldama, 2000; Escalante, 2004):

$$F_x(x) \cdot F_y(y) < F(x,y) < \min [F_x(x), F_y(y)] \quad (7)$$

MÉTODO DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

Para una muestra aleatoria (X_1, X_2, \dots, X_n) de observaciones independientes e idénticamente distribuidas (*iid*) que siguen una FDP denominada F_θ con parámetros de ajuste $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$. La probabilidad de obtener un valor X_p , será (Rao & Hamed, 2000; Coles, 2001; Meylan *et al.*, 2012):

$$P(x_i \leq X \leq x_i + dx_i) = f_\theta(x_i) \cdot dx_i \quad (8)$$

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \left\{ -(\ln \alpha_1 + \ln \alpha_2) + \ln \left[1 - k_1 \left(\frac{x_i - u_1}{\alpha_1} \right)_+^{k_1 - 1} \right] + \ln \left[1 - k_2 \left(\frac{y_i - u_2}{\alpha_2} \right)_+^{k_2 - 1} \right] + \ln \left[\left(1 - k_1 \left(\frac{x_i - u_1}{\alpha_1} \right)_+^{m/k_1} + \left(1 - k_2 \left(\frac{y_i - u_2}{\alpha_2} \right)_+^{m/k_2} \right)^{\frac{1}{m-2}} \right] + \ln \left[(m-1) + \left(\left(1 - k_1 \left(\frac{x_i - u_1}{\alpha_1} \right)_+^{m/k_1} + \left(1 - k_2 \left(\frac{y_i - u_2}{\alpha_2} \right)_+^{m/k_2} \right)^{1/m} \right) - \left[\left(1 - k_1 \left(\frac{x_i - u_1}{\alpha_1} \right)_+^{m/k_1} + \left(1 - k_2 \left(\frac{y_i - u_2}{\alpha_2} \right)_+^{m/k_2} \right)^{1/m} \right] \right] \right] \right\} \quad (11)$$

siendo, $f_\theta(x_i)$ la función de densidad de probabilidad. Como los datos son *iid*, la probabilidad de obtener los n valores X_p , será la probabilidad conjunta o *función de verosimilitud*, designada L del inglés *likelihood*; cuya ecuación es:

$$L(\theta) = f_\theta(x_1) \cdot f_\theta(x_2) \cdots f_\theta(x_n) = \prod_{i=1}^n f_\theta(x_i) \quad (9)$$

El método de máxima verosimilitud consiste en encontrar un vector $\hat{\theta}$ de parámetros que hagan máxima a $L(\theta)$ y por lo tanto, a la probabilidad de obtener la muestra (X_1, X_2, \dots, X_n). Con frecuencia, resulta más conveniente tomar logaritmos y trabajar con la *función logarítmica de verosimilitud* (Coles, 2001), es decir:

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_{i=1}^n \log f_\theta(x_i) \quad (10)$$

Lo anterior, es aceptable debido a que la función logarítmica es monotónica y entonces la función $l(\theta)$ alcanza su máximo en el mismo punto que la función $L(\theta)$.

$l(\theta)$ DE LA DISTRIBUCIÓN GVEb

La función logarítmica de verosimilitud de la GVEb para el caso simple de variables aleatorias X, Y con igual amplitud de registro (n), ha sido expuesta por Escalante & Raynal (1994) y es la ecuación (11).

EL ALGORITMO COMPLEX

La maximización de la ecuación 11 para obtener los siete parámetros *óptimos* de ajuste ($\theta = u_1, \alpha_1, k_1, u_2, \alpha_2, k_2, m$). de la distribución GVEb, debe ser abordada de manera *numérica* dada la complejidad de tal ecuación y de sus derivadas parciales respecto a θ . Para ello, se seleccionó el algoritmo Complex, de múltiples variables acotadas (Box, 1965), que es una técnica de exploración local, cuyos antecedentes, proceso operativo y su código en lenguaje *Basic*, se pueden consultar en Campos (2003). En Bunday (1985) se tiene otra descripción y código de este método de búsqueda.

El número de variables de decisión y dependientes son siete ($u_1, \alpha_1, k_1, u_2, \alpha_2, k_2, m$) y $2n$ (dos veces el número de años del registro); pues las variables dependientes son las restricciones de positividad: $[1 - k_1(x_i - u_1) / \alpha_1]$ y $[1 - k_2(y_i - u_2) / \alpha_2]$. Se asigna el signo negativo a la función objetivo, debido a que el algoritmo Complex minimiza tal función y se desea maximizar el resultado de la ecuación 11.

PERIODOS DE RETORNO UNIVARIADOS

La probabilidad de un evento se define como el cociente del número de casos favorables (ncf) entre el número de casos posibles (ncp) a dicho evento y varía de cero a uno. Debido al manejo *anual* de las variables X, Y , la probabilidad de excedencia $F(x)$ es igual al recíproco del *periodo de retorno* (T_x) en años; pues en cada año se tiene, $ncf = 1$ y $ncp = T_x$, entonces (Yue & Rasmussen, 2002; Shiau, 2003):

$$T_x = \frac{1}{F(x)} = \frac{1}{1 - F(x)} \tag{12}$$

$$T_y = \frac{1}{F(y)} = \frac{1}{1 - F(y)} \tag{13}$$

En las expresiones anteriores, $F(x)$ y $F(y)$ se estiman con las ecuaciones 2 y 3.

PERIODOS DE RETORNO CONJUNTOS

El primer *periodo de retorno conjunto* del evento (X, Y) se define bajo la condición OR y la ecuación 14 de la manera siguiente (Goel *et al.*, 1998; Yue, 2000b; Shiau, 2003):

$$T(x, y) = \frac{1}{1 - F(x, y)} \tag{14}$$

$F(x, y)$ es la probabilidad de no excedencia *conjunta* que se estima con la ecuación 4, previa estimación de sus parámetros de ajuste óptimos ($u_1, \alpha_1, k_1, u_2, \alpha_2, k_2, m$) con el método de máxima verosimilitud. Este evento representa el caso en que los límites x ó y , o ambos *pueden* ser excedidos.

El segundo *periodo de retorno conjunto* del evento (X, Y) está asociado al caso en que ambos límites *son* excedidos ($X > x, Y > y$) o condición AND, su ecuación es (Goel *et al.*, 1998; Aldama, 2000; Ramírez & Aldama, 2000; Yue, 2000b y Shiau, 2003):

$$T'(x, y) = \frac{1}{F(x, y)} = \frac{1}{1 + F(x, y) - F_x(x) - F_y(y)} \tag{15}$$

Aldama (2000) obtiene la expresión $F'(x, y)$ de la probabilidad conjunta de excedencia mediante un razonamiento de probabilidades lógico y simple aplicado en el plano cartesiano. En cambio, Yue y Rasmussen (2002) recurren al plano cartesiano para definir numéricamente un evento bivariado (X, Y), que puede ocurrir en alguno de los cuatro cuadrantes.

Diversos autores (Yue, 2000b; Yue & Rasmussen, 2002; Shiau, 2003) han mostrado las gráficas de los dos periodos de retorno conjuntos y han discutido sus diferencias. En la Figura 1 se muestra la gráfica del periodo de retorno conjunto $T'(Q, V)$, construida con los datos de la aplicación numérica que será expuesta.

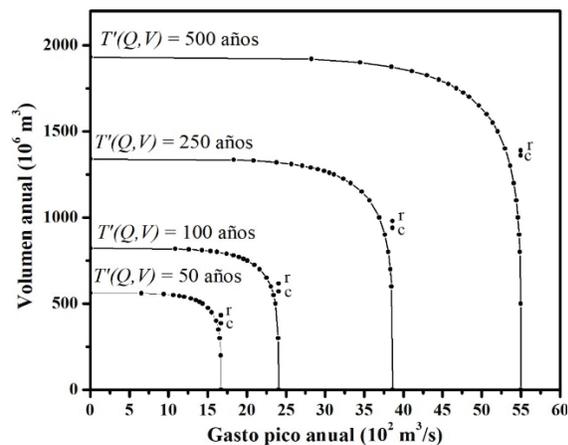


Figura 1. Gráficas de los cuatro periodos de retorno conjunto $T'(Q, V)$ de diseño, de las crecientes de entrada a la presa Venustiano Carranza (*Don Martín*), México

De acuerdo con Yue *et al.* (1999), Yue (2000b) y Yue & Rasmussen (2002) existe un tercer tipo de *periodo de retorno conjunto*, que tiene aplicación en la práctica hidrológica y que se define para un evento X dado que $Y \leq y$ o para un evento Y dado que $X \leq x$ y por ello, se designan *condicionales*. Para tales eventos, sus distribuciones de probabilidad condicional se definen de manera simple, con estas ecuaciones:

$$F(X|Y \leq y) = \frac{F(x, y)}{F(y)} \tag{16}$$

$$F(Y|X \leq x) = \frac{F(x, y)}{F(x)} \tag{17}$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación 14, se obtienen las fórmulas del *periodo de retorno conjunto condicional*:

$$T_{x|y} = \frac{1}{1 - F(X|Y \leq y)} \tag{18}$$

$$T_{y|x} = \frac{1}{1 - F(Y|X \leq x)} \tag{19}$$

EVENTOS CRÍTICOS DEL $T'(x,y)$

Volpi y Fiori (2012) destacan que la gráfica del periodo de retorno conjunto de tipo AND, mostrada como Figura 1, presenta una severa inconsistencia al contener, en un contexto bivariado, umbrales críticos univariados. Debido a lo anterior, tal gráfica se considera integrada por dos porciones, las dos designadas *simples* (*naive part*) y la *correcta* (*proper part*). Las partes rectas son las colas o rectas asíntotas a la parte curva. La probabilidad de ocurrencia de un evento o pareja de Q y V , es variable en la parte curva y decrece a lo largo de la parte recta, aunque todos los valores definen el mismo periodo de retorno conjunto. En resumen, las parejas de valores de las rectas asíntotas tienen probabilidades de ocurrencia bajas y por ello no deben ser incluidos en los análisis de búsqueda de las crecientes (Q y V) críticas o severas.

TEST DE WALD-WOLFOWITZ

Esta prueba no paramétrica ha sido utilizada por Bobée & Ashkar (1991), Rao & Hamed (2000) y Meylan *et al.* (2012) para probar *independencia* y *estacionariedad* en registros de gastos máximos anuales (X_i). Permite verificar su aleatoriedad, cuando su estadístico U no excede de 1.96, en una prueba con nivel de significancia de 5 %.

ESTIMACIÓN DE PROBABILIDADES EMPÍRICAS

Las probabilidades de no excedencia *empíricas* univariadas y bivariadas se estimaron con base en la fórmula de Cunnane, que de acuerdo con Stedinger (2017) conduce a probabilidades de no excedencia (p) aproximadamente insesgadas, su expresión es:

$$p = \frac{i - 0.40}{n + 0.20} \quad (20)$$

siendo i el número del dato cuando se ordenan de menor a mayor y n su número total.

Para la estimación de las probabilidades empíricas bivariadas se siguió el mismo principio que aplica para la ecuación 20 (Yue *et al.*, 1999; Yue, 2000b; Yue & Rasmussen, 2002), por ello se trabajó en el plano bidimensional, con los datos ordenados en forma progresiva; los gastos pico (Q) en los renglones y los volúmenes (V) en las columnas. El plano formado es un cuadrado de n por n casillas, con n casillas en su diagonal principal, cuando el número de orden del renglón es igual al de la columna. Después cada pareja de datos anuales (Q y V) se localiza en el plano bidimensional y la casilla definida por la intersección del renglón y columna se identifica con el número i que corresponde al año histórico dibujado.

Cuando las n parejas de datos están dibujadas, se busca el año 1 y se define un área rectangular o cuadrada de valores menores de Q y de V , cuyo *conteo* de casillas numeradas dentro, es NM_i o combinaciones de Q y V menores. Calculados los n valores de NM_i , se aplica la ecuación 20 para calcular la probabilidad *empírica* conjunta:

$$F_e(x,y) = P(Q \leq q, V \leq v) = \frac{NM_i - 0.40}{n + 0.20} \quad (21)$$

VALIDACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN GVEB

Esta es la etapa más importante del proceso de ajuste de la GVEB, pues en ella se verifica que tal modelo reproduzca fielmente las probabilidades conjuntas observadas (ecuación 21). Yue (2000a) indica que la forma más simple de representar las probabilidades conjuntas empíricas y teóricas, consiste en llevar al eje de las abscisas la primera y al eje de las ordenadas la segunda; lógicamente cada pareja de datos define un punto que coincide o se aleja de la recta a 45°.

Yue (2000b) y Yue & Rasmussen (2002) aplican el test de Kolmogorov-Smirnov con un nivel de significancia (α) de 5 % para aceptar o rechazar la *diferencia máxima absoluta* (*dma*) entre las probabilidades conjuntas. Para evaluar la estadística (D_n) del test, se utilizó la expresión que exponen Meylan *et al.* (2012), para $\alpha = 5$ % es:

$$D_n = 1.358 / \sqrt{n} \quad (22)$$

n es el número de datos. Si la *dma* es menor que D_n se acepta la GVEB.

CRECIENTES DE ENTRADA A LA PRESA VENUSTIANO CARRANZA, MÉXICO

Aldama *et al.* (2006) exponen los 52 gastos máximos y sus volúmenes de las crecientes anuales que entran a la Presa Venustiano Carranza (*Don Martín*), en el estado de Coahuila, México. Su área de cuenca es de 31034 km². Tales datos se muestran en la Tabla 1.

RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN

VERIFICACIÓN DE LA ALEATORIEDAD

A los registros de gasto pico y volumen anual de la Tabla 1 se les aplicó el test de Wald-Wolfowitz, para probar su independencia y estacionariedad. Se encontró que ambas series son *aleatorias*, con $U = 0.726$ y $U = 1.054$.

Tabla 1. Gastos pico, volúmenes y sus números de orden bivariados de las crecientes que ingresaron a la Presa Venustiano Carranza, México (Aldama et al., 2006)

Año	Q (m ³ /s)	V (Mm ³)	NM _i	Año	Q (m ³ /s)	V (Mm ³)	NM _i
1930	241.0	38.76	19	1956	68.6	13.75	3
1931	89.2	53.59	8	1957	451.2	83.73	36
1932	1071.2	403.78	49	1958	1342.1	529.11	51
1933	203.2	62.10	21	1959	521.6	94.18	38
1934	90.7	11.48	3	1960	99.5	33.31	10
1935	431.2	75.40	34	1961	569.4	161.03	42
1936	62.0	64.75	4	1962	92.8	12.03	4
1937	138.3	19.64	11	1963	340.8	33.13	15
1938	166.3	35.01	17	1964	586.4	156.79	42
1939	134.2	16.99	9	1965	214.6	38.78	19
1940	182.1	21.18	12	1966	76.8	19.12	4
1941	252.1	43.43	21	1967	425.6	215.79	38
1942	339.7	63.62	28	1968	119.6	33.24	11
1943	284.8	35.02	19	1969	50.9	25.81	3
1944	655.9	269.58	46	1970	511.3	246.39	42
1945	146.7	28.04	13	1971	4320.7	983.02	52
1946	243.4	93.00	27	1972	214.2	129.87	25
1947	339.4	63.61	27	1973	449.2	65.18	33
1948	238.4	99.71	27	1974	756.5	244.05	46
1949	97.7	55.93	11	1975	751.6	169.43	44
1950	280.2	71.81	28	1976	614.3	466.05	46
1954	115.5	34.09	12	1995	80.6	13.48	3
1952	114.7	14.87	7	1996	47.6	4.69	2
1953	238.4	99.71	27	1997	87.4	15.96	5
1954	367.0	39.17	23	1998	29.5	3.75	1
1955	213.5	56.00	21	1999	85.0	64.22	7

AJUSTE DE LA DISTRIBUCIÓN GVE

A los registros de la Tabla 1, se les ajustaron distribuciones GVE con los métodos de sextiles, momentos L y máxima verosimilitud. En la Tabla 2 se muestran los estadísticos básicos y los valores de los parámetros de ajuste de cada distribución GVE.

BÚSQUEDA DE LOS PARÁMETROS ÓPTIMOS DE LA GVE_B

Debido a la gran similitud que mostraron los parámetros de ajuste de la distribución GVE en la Tabla 2, con los tres métodos aplicados para ambos registros, se decidió adoptar a los valores inferiores, iniciales y superiores de cada variable de decisión, con base en tales resultados; quedando así: u_1 (160,167,175), α_1 (125,138,148), k_1 (-0.50,

-0.52, -0.54), u_2 (38,40,49), α_2 (42,43,47) y k_2 (-0.512, -0.535, -0.545). Además, se definieron cinco intervalos para el parámetro de asociación (m) y se adoptó como inicial el valor medio, tales límites fueron: 1.0 a 1.5, 1.5 a 2.0, 2.0 a 2.5, 2.5 a 3.0 y 3.0 a 3.5. En la Tabla 3 se muestran los resultados principales de las cinco corridas numéricas del algoritmo Complex. Los valores de la última columna se estimaron como se detalla en seguida.

Con base en los parámetros de ajuste óptimos, expuestos en las columnas 4 a 7 de la Tabla 3, se estimaron con la ecuación 4 las probabilidades de no excedencia conjunta teórica $F(x,y)$, utilizando los datos x_i, y_i de la Tabla 1. Con base en la ecuación 21 y su procedimiento gráfico descrito, se calcularon las llamadas probabilidades de no excedencia empíricas bivariadas $F_e(x,y)$, contra las cuales se contrastan los valores de la $F(x,y)$.

Tabla 2. Parámetros estadísticos y de ajuste de la distribución GVE en los registros de gasto pico y volumen anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

Parámetros estadísticos					Datos	Parámetros de ajuste		
Media	Mediana	<i>Cv</i>	<i>Cs</i>	<i>Ck</i>	(<i>ma*</i>)	Ubicación	Escala	Forma
377.8	226.5	1.636	5.372	36.063	Q (sx)	167.2507	124.9967	-0.5404
					Q (mL)	160.2071	137.6962	-0.5178
					Q (mv)	174.8915	148.3761	-0.4974
110.1	55.9	1.525	3.457	17.364	V (sx)	37.9797	43.3311	-0.5354
					V (mL)	39.6841	41.6717	-0.5449
					V (mv)	46.8705	47.0951	-0.5120

* método de ajuste: (sx) sextiles, (mL) momentos L y (mv) máxima verosimilitud

Tabla 3. Resultados óptimos del algoritmo Complex durante la maximización de la ecuación 11, con las crecientes de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

FO inicial	FO final	Núm. Iter.	Parámetros de ajuste			<i>m</i> inic.	<i>rx_y</i>
			<i>u₁, u₂</i>	<i>α₁, α₂</i>	<i>k₁, k₂</i>	<i>m</i> final	<i>dma</i>
549.8	537.8	141	162.540	125.003	-0.500	1.25	0.9872
			46.894	42.006	-0.512	1.50	0.1637
538.7	527.2	163	160.167	125.000	-0.500	1.75	0.9924
			43.458	42.002	-0.512	2.00	0.1164
528.7	517.8	121	160.000	125.002	-0.500	2.25	0.9952
			39.713	42.001	-0.512	2.50	0.0802
519.9	509.6	116	163.902	125.003	-0.500	2.75	0.9933
			44.067	42.000	-0.512	3.00	0.1116
512.2	502.3	97	161.897	125.001	-0.500	3.25	0.9959
			38.000	42.000	-0.512	3.50	0.0658

La mejor correspondencia o similitud entre ambas probabilidades conjuntas $F_e(x,y)$ y $F(x,y)$, se obtuvo para la quinta aplicación numérica del algoritmo Complex, con un valor del coeficiente de correlación (r_{xy}) de 0.9959 y diferencias máximas positiva y negativa de 0.0630 y -0.0658, que se indican sombreadas en la Tabla 4.

diferencias positivas (24) y negativas (28). También se indican en un círculo las diferencias máximas negativa (pareja 38) y positiva (pareja 44). El valor del estadístico del test de Kolmogorov-Smirnov es 0.1883 (ecuación 22), por lo cual, la distribución GVEb es aceptada como modelo probabilístico conjunto de los datos de la Tabla 1, ya que $dma = 0.0658 < Dn = 0.1883$.

VALIDACIÓN DEL MODELO PROBABILÍSTICO

En la Figura 2 se han dibujado ambas probabilidades de no excedencia conjuntas (empíricas y teóricas de la Tabla 4 completa), observándose un buen balance entre

Tabla 4. Probabilidades de no excedencia conjuntas y sus diferencias para una parte de las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

Núm.	$F_e(x,y)$ empírica	$F(x,y)$ teórica	Diferencias	Núm.	$F_e(x,y)$ empírica	$F(x,y)$ teórica	Diferencias
1	0.3563	0.3593	-0.0030	30	0.7203	0.6922	0.0281
5	0.0498	0.0817	-0.0319	35	0.7969	0.8245	-0.0276
10	0.1648	0.1464	0.0184	38	0.7203	0.7861	-0.0658
15	0.8736	0.8875	-0.0139	44	0.6245	0.5615	0.0630
20	0.2031	0.1609	0.0422	49	0.0307	0.0223	0.0084
25	0.4330	0.3763	0.0567	52	0.1264	0.1234	0.0030

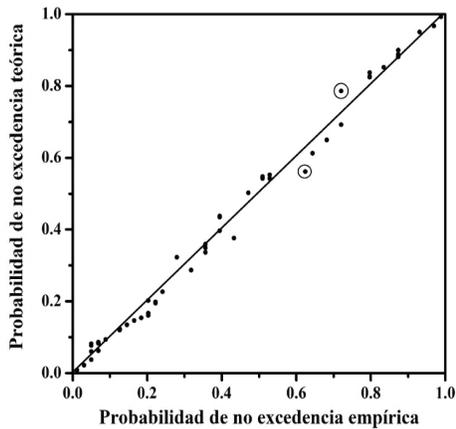


Figura 2. Contraste gráfico de probabilidades conjuntas del gasto pico y volúmenes de las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

RATIFICACIÓN DE LAS MARGINALES

Primeramente, los gastos pico y volúmenes de la Tabla 1 se ordenaron de menor a mayor. Después, se calcularon sus probabilidades de no excedencia *teóricas* con las ecuaciones 2 y 3 utilizando los parámetros de ajuste óptimos de la Tabla 3 para la quinta corrida del algoritmo Complex. Las probabilidades de no excedencia *empíricas* de ambas series (*Q* y *V*) se estimaron con la ecuación 20.

En las Figuras 3 y 4 se muestra el contraste gráfico de probabilidades para cada serie ordenada. Las diferencias máximas entre probabilidades empíricas y teóricas de los gastos pico y volúmenes fueron 0.0912 y -0.0674 ; la primera ocurrió en el dato ordenado número 14 y la segunda en el 3, como se muestra en la Tabla 5. Como ambas diferencias absolutas son menores que $D_n = 0.1883$ (ecuación 22), se acepta que los registros de *Q* y *V* de la Tabla 1 tienen las marginales GVE definidas con el algoritmo Complex.

Tabla 5. Probabilidades empíricas (F_e) y teóricas en las distribuciones marginales GVE y sus diferencias para una parte de las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

Núm.	Q	V	F_e	$F(Q)$	$F(V)$	Dif Q	Dif V
1	29.5	3.75	0.0115	0.0109	0.0565	0.0006	-0.0450
3	50.9	11.48	0.0498	0.0394	0.1172	0.0104	-0.0674
10	89.2	19.12	0.1839	0.1370	0.1889	0.0470	-0.0050
14	99.5	28.04	0.2605	0.1693	0.2759	0.0912	-0.0154
20	146.7	35.02	0.3755	0.3216	0.3413	0.0536	0.0342
30	243.4	63.62	0.5670	0.5662	0.5554	0.0008	0.0117
40	449.2	99.71	0.7586	0.8053	0.7158	-0.0467	0.0428
52	4320.7	983.02	0.9885	0.9968	0.9928	-0.0083	-0.0043

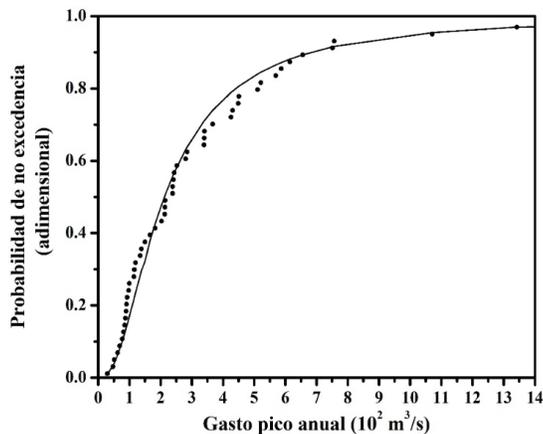


Figura 3. Distribución marginal GVE del gasto pico anual de las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

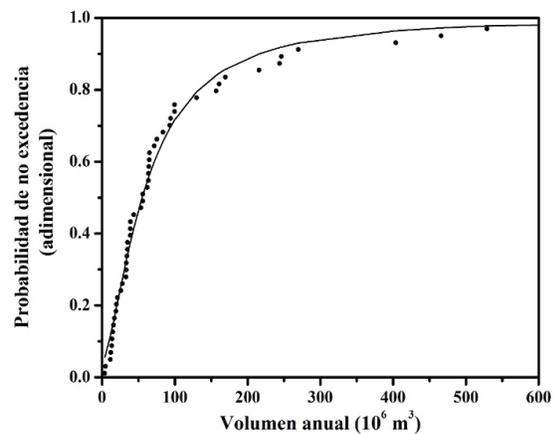


Figura 4. Distribución marginal GVE del volumen anual de las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

VERIFICACIÓN DE LAS RESTRICCIONES DE PROBABILIDAD

Antes de proceder a estimar los periodos de retorno conjuntos de diseño $T'(Q,V)$, es conveniente verificar la ecuación 7, que establece las restricciones de la probabilidad conjunta. Lo anterior se muestra en la Tabla 6 para un número reducido de parejas de datos históricos.

Se observa en la Tabla 6 y en su versión completa, que el valor de la columna 5 es siempre mayor que el de la 4 y menor que el más pequeño de las columnas 6 ó 7. Por lo cual, se cumple con la restricción que impone la ecuación 7.

PREDICCIONES UNIVARIADAS Y PERIODOS DE RETORNO CONJUNTOS DE DISEÑO

Aplicando en las ecuaciones 5 y 6 los seis parámetros de ajuste óptimos de la quinta corrida del algoritmo Complex, mostrados en la Tabla 3, se obtuvieron las predicciones mostradas en la Tabla 7.

En esta aplicación numérica, las predicciones univariadas y los periodos de retorno conjuntos de diseño, fueron establecidos con apego estricto a sus ocurrencias reales. Por lo anterior, los datos de Q y V de la Tabla 1, se ordenaron de menor a mayor, para detectar sus valores extremos o dispersos (*outliers*); es decir, los que se apartan de manera notable de la tendencia general. Para el gasto pico se definió uno de 4320.7 m³/s y para el volumen se obtuvieron dos: uno de 529.11 y otro de 983.02 Mm³.

Debido a la amplitud del registro conjunto, de 52 años, las primeras predicciones por revisar de la Tabla 7 son del periodo de retorno de 50 años, cuyos valores de 1671 m³/s y 561 Mm³ se consideran acordes con los datos extremos observados. Para los periodos de retorno

mayores, resultan aceptables, como máximo, las de 500 años, cuya predicción de gasto pico de 5499 m³/s puede aceptarse factible de ocurrir; en cambio, la del volumen es casi del doble del máximo observado. Por lo anterior, los periodos de retorno conjuntos de diseño serán los cuatro siguientes: 50, 100, 250 y 500 años.

EVENTOS DE DISEÑO OBTENIDOS CON REGRESIÓN

El diagrama de dispersión de las 52 parejas de datos originales (Tabla 1) mostró una nube de puntos con tendencia lineal con un coeficiente de correlación lineal (r_{xy}) de 0.9188 La ecuación de regresión lineal que la representa es la siguiente (Campos, 2003) (Ecuación 23).

$$V = 15.7991 + 0.2497 \cdot Q \tag{23}$$

De la Tabla 7 se obtienen las predicciones siguientes para el gasto pico (Q) y los cuatro periodos de retorno conjuntos de diseño: 1671, 2406, 3861 y 5499 m³/s. Con base en la ecuación 23 se definen los volúmenes anuales (V) siguientes: 433, 617, 980 y 1389 Mm³, para los eventos de diseño buscados. Estas cuatro parejas de valores de Q y V se han dibujado en la Figura 1 y se indican con la letra "r".

EVENTOS DE DISEÑO CONDICIONALES TIPO $T(Q|V)$

Están definidos por las ecuaciones 18 y 19, cuya aplicación emplea las expresiones 2 a 4. Para los cuatro periodos de retorno conjuntos de diseño definidos, se obtienen de la Tabla 7 los siguientes cuatro gastos pico: 1671, 2406, 3861 y 5499 m³/s. Adoptando tales

Tabla 6. Verificación de las restricciones de probabilidad conjunta de una parte de las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

1	2	3	4	5	6	7
Núm.	Q	V	$F(x) \cdot F(y)$	$F(x,y)$	$F(x)$	$F(y)$
1	241.0	38.76	0.2103	0.3593	0.5615	0.3745
15	655.9	269.58	0.8305	0.8875	0.8932	0.9297
30	521.6	94.18	0.5891	0.6922	0.8452	0.6970
45	756.5	244.05	0.8406	0.8996	0.9161	0.9176
52	85.0	64.22	0.0694	0.1234	0.1242	0.5589

Tabla 7. Predicciones univariadas calculadas con la distribución GVE en las crecientes anuales de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

Datos	Periodos de retorno univariados, en años							
	2	5	10	25	50	100	250	500
Q (m ³ /s)	212	441	682	1149	1671	2406	3861	5499
V (Mm ³)	55	133	216	378	561	821	1340	1931

gastos como valores *condicionantes* ($X \leq x$), se procedió por tanteos del volumen (y) a estimar, con la ecuación 19, el periodo de retorno condicional que debe igualar al del gasto pico. Los volúmenes estimados fueron: 386, 571, 940 y 1360 Mm³. Estas cuatro parejas de valores de Q y V se han dibujado en la Figura 1 y se indican con la letra "c".

GRÁFICAS DEL PERIODO DE RETORNO CONJUNTO $T'(Q,V)$

Los periodos de retorno conjuntos de tipo AND se estiman con base en la ecuación 15. Para cada periodo de retorno conjunto de diseño se seleccionan arbitrariamente volúmenes y gastos pico, para obtener sus probabilidades de no excedencia marginales (ecuaciones 2 y 3) y conjunta (ecuación 4). En la Tabla 8 se muestran algunos resultados para definir las cuatro gráficas de la Figura 1.

En la Figura 1 o en la Tabla 8 se pueden seleccionar infinitas parejas de Q y V , que satisfacen el periodo de retorno conjunto de diseño y que definen como *subgrupo de parejas críticas* las que están dentro de la porción curva de cada gráfica de $T'(Q,V)$, fuera de las rectas asíntotas (Volpi & Fiori, 2012).

Las combinaciones de gasto pico y volumen que tienen el mismo *periodo de retorno conjunto*, establecen crecientes o *hidrogramas* que producirán diferentes efectos en el embalse que se diseña o revisa; adoptando por seguridad, el que genera las condiciones más críticas, severas o desfavorables. Lo anterior, está incorporando en el diseño hidrológico las características físicas del vertedor y almacenamiento o vaso del embalse en proyecto o bajo revisión. Para formar cada hidrograma de diseño, existen métodos teóricos y empíricos (Aldama, 2000; Ramírez & Aldama, 2000).

Tabla 8. Parejas de gasto pico y volumen anual utilizadas para definir las gráficas del periodo de retorno conjunto (Figura 1), con el modelo bivariado GVE, en las crecientes de entrada a la Presa Venustiano Carranza, México

$T'(Q,V)$ 50 años		$T'(Q,V)$ 100 años		$T'(Q,V)$ 250 años		$T'(Q,V)$ 500 años	
Vol. Mm ³	Q m ³ /s	Vol. Mm ³	Q m ³ /s	Vol. Mm ³	Q m ³ /s	Vol. Mm ³	Q m ³ /s
0	1671	0	2406	0	3861	0	5499
200	1668	300	2402	600	3847	500	5498
300	1655	500	2366	700	3833	800	5487
350	1638	550	2343	800	3808	900	5478
400	1608	600	2307	900	3764	1000	5463
450	1551	650	2252	1000	3692	1100	5441
475	1505	700	2163	1100	3566	1200	5410
500	1435	725	2097	1150	3468	1300	5365
510	1397	750	2006	1200	3328	1400	5299
520	1349	760	1958	1225	3234	1500	5204
530	1287	770	1901	1250	3113	1550	5140
540	1200	780	1831	1260	3054	1600	5062
545	1140	790	1742	1270	2987	1650	4965
550	1061	800	1620	1280	2907	1700	4840
555	940	805	1537	1290	2816	1725	4765
560	653	810	1427	1300	2708	1750	4677
561	0	815	1260	1310	2569	1775	4574
		818	1087	1320	2381	1800	4451
		821	0	1330	2087	1825	4301
				1335	1833	1850	4108
				1340	0	1875	3847
						1900	3447
						1920	2824
						1931	0

CONCLUSIONES

Se expuso la aplicación de la distribución GVE bivariable (GVEb), en el análisis de frecuencias conjunto de los 52 gastos pico (Q) y volúmenes (V) anuales de las crecientes de entrada a la Presa Venustiano Carranza (*Don Martín*), Coahuila, México. El ajuste de la GVEb incluye ocho etapas, que fueron descritas y que abarcan desde la prueba de aleatoriedad de los datos, hasta la estimación de los periodos de retorno conjuntos de tipo AND. La etapa más importante es la validación de la GVEb, que implica el contraste entre las probabilidades empíricas y teóricas *conjuntas* (Figura 2).

En el análisis de frecuencias conjunto (Figura 1) se definen decenas de *parejas críticas* de Q y V , para formar los hidrogramas de diseño, que producirán diferentes efectos en el embalse que se dimensiona o revisa. Se adopta por seguridad, el que genera las condiciones más severas. De esta manera se están incorporando en el diseño hidrológico las características físicas del embalse (lago y vertedor) bajo estudio.

La GVEb es adecuada para procesar de manera conjunta registros de Q y V de crecientes anuales, que presentan valores extremos dispersos (*outliers*), pero que no están integrados por poblaciones mixtas. Por lo anterior, la GVEb permite procesar crecientes de cuencas medianas y grandes, de zonas o regiones con mecanismos meteorológicos únicos de formación de las crecientes.

REFERENCIAS

Aldama, A. A. (2000). Hidrología de avenidas. Conferencia Enzo Levi 1998. *Ingeniería Hidráulica en México*, XV(3), 5-46.

Aldama, A. A., Ramírez, A. I., Aparicio, J., Mejía-Zermeño, R., & Ortega-Gil, G. E. (2006). *Seguridad hidrológica de las presas en México*. Jiutepec, Morelos: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. 188 p.

Bobée, B., & Ashkar, F. (1991). *The gamma family and derived distributions applied in Hydrology*. Chapter 1: Data requirements for hydrologic frequency analysis (pp. 1-12). Littleton, Colorado, U.S.A.: Water Resources Publications. 203 p.

Box, M. J. (1965). A new method of constrained optimization and a comparison with other methods. *Computer Journal*, 8(1), 42-52. <https://doi.org/10.1093/comjnl/8.1.42>

Bunday, B. D. (1985). *Basic optimisation methods*. Theme 6.2: The Complex method (pp. 98-106). London, England: Edward Arnold publishers, Ltd. 128 p.

Campos-Aranda, D. F. (2003). *Introducción a los métodos numéricos: Software en basic y aplicaciones en hidrología superficial*. Capítulo 5: Ajuste de Curvas (pp. 93-127) y Capítulo 9: Optimización Numérica (pp. 172-211). San Luis Potosí, México: Editorial Universitaria Potosina. 222 p.

Campos-Aranda, D. F. (2006). *Análisis probabilístico univariado de datos hidrológicos*. *Avances en hidráulica* 13. AMH-IMTA. México, 172 p.

Coles, S. (2001). *An introduction to statistical modeling of extreme values*. Chapter 2: Basics of Statistical Modeling (pp. 18-44) and chapter 3: Classical extreme value theory and models (pp. 45-73). London, England: Springer Verlag. 208 p.

Escalante-Sandoval, C. A., & Raynal-Villaseñor, J. A. (1994). A trivariate extreme value distribution applied to flood frequency analysis. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 99(4), 369-375.

Escalante-Sandoval, C. A., & Reyes-Chávez, L. (2004). Análisis bivariado de gastos máximos anuales con distribuciones marginales TCEV. En XVIII Congreso Nacional de Hidráulica. (pp. 523-529). 10 al 12 de noviembre. San Luis Potosí, México.

Goel, N. K., Seth, S. M., & Chandra, S. (1998). Multivariate modeling of flood flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 124(2), 146-155. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1998\)124:2\(146\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1998)124:2(146))

Hosking, J. R., & Wallis, J. R. (1997). *Regional frequency analysis. An approach based on L-moments*. Appendix: L-moments for some specific distributions (pp. 191-209). Cambridge, England: Cambridge University Press. 224 p.

Meylan, P., Favre, A. C., & Musy, A. (2012). *Predictive hydrology. A frequency analysis approach*. Chapter 3: Selecting and checking data series (pp. 29-70) and Chapter 5: Estimation of model parameters (pp. 9-102). Boca Raton, Florida, U.S.A.: CRC Press. 212 p.

Ramírez-Orozco, A. I., & Aldama, A. A. (2000). *Análisis de frecuencias conjunto para estimación de avenidas de diseño*. Capítulo 1: Teoría estadística y análisis de frecuencias conjunto (pp. 25-58). *Avances en Hidráulica* Núm. 7. México: AMH-IMTA. 169 p.

Rao, A. R., & Hamed, K. H. (2000). *Flood frequency analysis*. Theme 1.8: Tests on hydrologic data (pp. 12-21) and Chapter 7: Extreme value distributions (pp. 207-257). Boca Raton, Florida, U.S.A.: CRC Press. 350 p.

Shiau, J. T. (2003). Return period of bivariate distributed extreme hydrological events. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 17(1-2), 42-57. <https://doi.org/10.1007/s00477-003-0125-9>

Stedinger, J. R. (2017). *Flood frequency analysis* (pp. 76.1-76.8). En: *Handbook of Applied Hydrology*. Singh, V. P. (Ed.). New York, U.S.A.: McGraw-Hill Education. Second Edition.

Volpi, E., & Fiori, A. (2012). Design event selection in bivariate hydrological frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*, 57(8), 1506-1515. <https://doi.org/10.1080/02626667.2012.726357>

Yue, S., Ouarda, T. B. M. J., Bobée, B., Legendre, P., & Bruneau, P. (1999). The Gumbel mixed model for flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 226(1-2), 88-100. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(99\)00168-7](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(99)00168-7)

Yue, S. (2000a). Joint probability distribution of annual maximum storm peaks and amounts as represented by daily rainfalls. *Hydrological Sciences Journal*, 45(2), 315-326. <https://doi.org/10.1080/02626660009492327>

Yue, S. (2000b). The gumbel mixed model applied to storm frequency analysis. *Water Resources Management*, 14(5), 377-389. <https://doi.org/10.1023/A:1011124423923>

Yue, S., & Rasmussen, P. (2002). Bivariate frequency analysis: discussion of some useful concepts in hydrological application. *Hydrological Processes*, 16(14), 2881-2898. <https://doi.org/10.1002/hyp.1185>

Cómo citar:

Campos-Aranda, D. F. (2023). Etapas del análisis de frecuencias conjunto de crecientes con la distribución GVE bivariada. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-12. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.011>



Área óptima para zapatas combinadas rectangulares asumiendo que la superficie de contacto con el suelo trabaja parcialmente a compresión

Optimal area for rectangular combined footings assuming that the contact surface with the soil works partially to compression

Montes-Paramo Pablo

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Contaduría y Administración
Instituto de Investigaciones Multidisciplinarias
Correo: pmontesp@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-5105-4760>

Luevanos-Rojas Arnulfo

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Contaduría y Administración
Instituto de Investigaciones Multidisciplinarias
Correo: arnulfo_2007@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0198-3614>

López-Chavarría Sandra

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Contaduría y Administración
Instituto de Investigaciones Multidisciplinarias
Correo: sandylopez5@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-8909-1794>

Medina-Elizondo Manuel

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Contaduría y Administración
Instituto de Investigaciones Multidisciplinarias
Correo: drmanuelmedina@yahoo.com.mx
<https://orcid.org/0000-0002-6113-4964>

Sandoval-Rivas Ricardo

Universidad Autónoma de Coahuila
Facultad de Contaduría y Administración
Instituto de Investigaciones Multidisciplinarias
Correo: ricardo_sandoval_rivas@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8674-323X>

Resumen

Este documento presenta un modelo matemático para obtener el área mínima de la superficie de contacto con el suelo (el suelo se considera elástico) para zapatas combinadas rectangulares rígidas asumiendo que la superficie de contacto trabaja parcialmente a compresión, es decir, una parte del área de contacto de la zapata está sujeta a compresión y en la otra parte de la zapata no hay presión (presión cero). Algunos documentos presentan el costo mínimo (el costo mínimo depende del área de contacto de la zapata con el suelo) para diseño de zapatas combinadas rectangulares (Velázquez *et al.*, 2018), pero se considera el área de la zapata con el suelo trabajando completamente en compresión, y otros documentos muestran las ecuaciones para las dimensiones de la zapata combinada rectangular trabajando parcialmente a compresión, pero el momento sobre el eje transversal no se considera (Luévanos, 2016). La metodología se desarrolla para los cinco casos posibles de zapatas sometidas a flexión biaxial y cuatro casos posibles de zapatas sometidas a flexión uniaxial (dos en dirección transversal y dos en dirección longitudinal de la zapata), tomando en cuenta las propiedades geométricas que se generan del diagrama de presiones producidas por el suelo sobre la zapata. Ejemplos numéricos se muestran para encontrar el área mínima de zapatas combinadas rectangulares bajo flexión biaxial y uniaxial. El modelo propuesto presenta una reducción significativa en el área mínima de contacto en el suelo, respecto al modelo propuesto por otros autores, si la fuerza resultante se encuentra fuera del núcleo central.

Descriptores: Área mínima, zapatas rectangulares combinadas, flexión biaxial, flexión uniaxial, área trabaja parcialmente bajo compresión.

Abstract

This paper presents a mathematical model to obtain the minimum area of the contact surface with soil (the soil is considered elastic) for rigid rectangular combined footings assuming that the contact surface works partially to compression, i.e., a part of the contact area of the footing is subject to compression and the other there is not pressure (pressure zero). Some papers present the minimum cost (the minimum cost depends on the contact area of the footing with the soil) for design of rectangular combined footings (Velázquez *et al.*, 2018), but the footing area with the soil working completely in compression is considered, and other papers show the equations for the dimensions of the rectangular combined footing partially working to compression, but the moment on the transverse axis is not considered (Luévanos, 2016). The methodology is developed for the five possible cases of footings subjected to biaxial bending, and four possible cases of footings subjected to uniaxial bending (two in the transverse direction and two in the longitudinal direction of the footing), taking into account the geometric properties generated from the diagram of pressures produced by the soil on the footing. Numerical examples are shown to find the minimum area of rectangular combined footings under biaxial and uniaxial bending. The proposed model presents a significant reduction in the minimum contact area on the soil with respect to the model proposed by other authors, if the resultant force is located outside the central nucleus.

Keywords: Minimum area, rectangular combined footings, biaxial bending, uniaxial bending, area works partially under compression.

INTRODUCCIÓN

Las zapatas o cimientos de concreto reforzado (subestructura) son elementos estructurales para soportar las cargas de las columnas y los muros para transmitir y distribuir sus cargas al suelo.

El miembro estructural más importante de una estructura es la base o subestructura, porque la falla de dicha subestructura es muy costosa y muy difícil de reparar. Por otro lado, la falla de la superestructura es posible repararla o modificarla para salvar esos elementos estructurales.

La Figura 1 muestra la distribución de esfuerzos de contacto bajo la base de la cimentación sometida a una carga concentrada ubicada en el centro de gravedad de la cimentación bajo suelos arcillosos y arenosos para cimentaciones rígidas. Las Figuras 1a y 1b se presentan para cimentaciones rígidas que muestran asentamientos uniformes y esfuerzos variables en contacto con el suelo. Además, dado que las zapatas extendidas reales se acercan a la rigidez perfecta, la distribución de los esfuerzos de contacto no es uniforme. No obstante, por simplicidad, se supone que la distribución de esfuerzos de contacto es uniforme para facilitar el cálculo de la capacidad portante y el asentamiento, como se muestra en la Figura 1c. La diferencia del momento máximo entre la Figura 1b y la Figura 1c es M_{\max} Figura 1b = 1.27 M_{\max} Figura 1c (Zeevaert, 1973). El error debido a esta suposición no es significativo (Coduto, 2001).

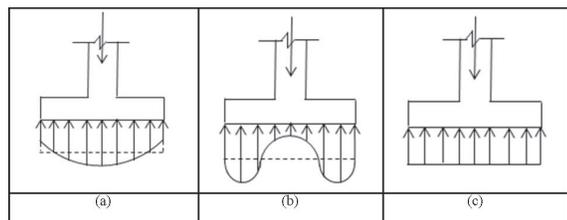


Figura 1. Distribución de la presión a lo largo de la base de zapatas poco profundas sometidas a cargas concentradas: a) Zapatas rígidas sobre suelos arenosos, b) Zapatas rígidas sobre suelos arcillosos, c) Distribución simplificada (Coduto, 2001)

El objetivo principal de un ingeniero estructural es obtener el dimensionamiento óptimo de la zapata para soportar las cargas que descienden de la superestructura.

Las investigaciones más importantes presentadas en el pasado respecto a las zapatas aisladas rectangulares para el manejo eficiente de los problemas de interacción suelo-zapata se han llevado a cabo mediante el uso de métodos analíticos (Peck *et al.*, 1974; Jiang & Jiang, 1983; Vitone & Valsangkar, 1986; Irlés-Más & Irlés-Más, 1992; Algin, 2000, 2001, 2007; Özmen, 2011; Bezmalinovic, 2016; Aydogdu, 2016; Girgin, 2017; Rawat *et al.*, 2020), por graficas o ayudas de diseño (Teng, 1979; Hightner &

Anders, 1985; Young & Budynas, 2002; Galvis & Smith, 2020), y por métodos analíticos y graficas o ayudas de diseño (Rodríguez & Aristizabal, 2004, 2013a y b). Estos documentos se desarrollan para obtener la capacidad de carga axial y momento biaxial de la zapata, o la distribución de presión en el área de contacto de una zapata aislada rectangular rígida descansando sobre el suelo, y si se desean obtener las dimensiones de la zapata debe ser a través de un procedimiento iterativo.

Las aportaciones más importantes sobre los estudios de zapatas combinadas rectangulares son de Konapure & Vivek (2013) y Vivek *et al.* (2014), quienes presentaron un estudio comparativo sobre el análisis elástico convencional simplificado por el Método de Elementos Finitos y el Modelo de Winkler para zapatas combinadas rectangulares, utilizando el software MATLAB para resolver el problema que incluye las reacciones en los apoyos, los esfuerzos de flexión y cortante y los desplazamientos. Luévanos (2014) presentó el diseño de zapatas combinadas rectangulares delimitadas por una línea de propiedad asumiendo que la presión del suelo es lineal, la presión se presenta en función de una carga axial P , momento en el eje transversal M_x y momento en el eje longitudinal M_y en cada columna. Luévanos (2016) propuso un modelo analítico para obtener las dimensiones de las zapatas rectangulares combinadas teniendo en cuenta que la fuerza resultante está ubicada sobre el eje transversal, es decir, la fuerza resultante está ubicada en el centro de gravedad de la zapata en la dirección longitudinal. Luevanos *et al.* (2017) presentaron un estudio comparativo para el diseño de zapatas combinadas trapezoidales y rectangulares de concreto reforzado y delimitadas por una línea de propiedad. Ravi *et al.* (2018) estudiaron la presión de contacto bajo la zapata combinada rectangular que descansa sobre el suelo considerando parámetros variables como las relaciones de largo a ancho, la relación de Poisson y la rigidez relativa de la zapata. Velázquez *et al.* (2018) desarrollaron un diseño óptimo basado en un criterio de costo mínimo para zapatas combinadas rectangulares de concreto reforzado para obtener las dimensiones (lados y profundidad efectiva) y las áreas de acero de refuerzo transversal (superior e inferior) y longitudinal (superior e inferior) del zapatas.

De acuerdo con la revisión de la literatura, los aportes relacionados con el tema presentado en este trabajo son de Luévanos (2016), quien propuso un modelo analítico para obtener las dimensiones de las zapatas combinadas rectangulares, tomando en cuenta que el área de contacto con el suelo trabaja parcialmente a compresión y asumiendo que la fuerza resultante se encuentra en el eje transversal, es decir, la fuerza resultante se ubica en el centro de gravedad de la zapata en dirección

longitudinal. Este trabajo está limitado ya que no considera el momento sobre el eje transversal y no presenta el área mínima. Velázquez *et al.* (2018) presentaron el costo mínimo para zapatas combinadas rectangulares, pero se considera que el área de la zapata con el suelo está trabajando completamente en compresión. Por lo tanto, no existen trabajos con el nivel de conocimiento actual sobre el área mínima de zapatas combinadas rectangulares considerando que el área trabaja parcialmente a la compresión.

FORMULACION DE LOS MODELOS

La ecuación general para flexión biaxial para cualquier tipo de cimentación es:

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y} \tag{1}$$

Donde:

- σ = esfuerzo o presión generada por el suelo en cualquier punto sobre la zapata
- P = carga axial aplicada sobre la zapata
- A = área o superficie de contacto de la zapata con el suelo
- M_x = momento sobre el eje X
- M_y = momento sobre el eje Y
- I_x = momento de inercia sobre el eje X
- I_y = momento de inercia sobre el eje Y

La Figura 2 muestra una zapata combinada rectangular sometida a carga axial y dos momentos flexionantes ortogonales en cada columna.

La zapata combinada rectangular rígida se deforma en forma plana, es decir, el diagrama de distribución de la presión del suelo se considera lineal bajo la zapata.

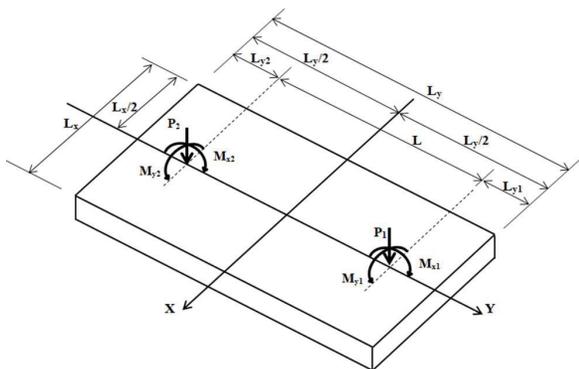


Figura 2. Zapata combinada rectangular sometida a flexión biaxial

Donde:

R (fuerza resultante total) = $P_1 + P_2$, M_{xT} (momento resultante total aplicado en el eje X) = $M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, M_{yT} (momento resultante total aplicado en el eje Y) = $M_{y1} + M_{y2}$.

La ecuación de flexión biaxial no es válida, cuando la fuerza resultante R está fuera del núcleo central, una zona delimitada y bien conocida, lo que indica un área sin comprimir.

La Figura 3 muestra el diagrama de excentricidad resultante completo de toda la base para una zapata combinada rectangular, este diagrama se generó a partir de las zapatas aisladas rectangulares (Irles & Irles, 1992; Özmen, 2011).

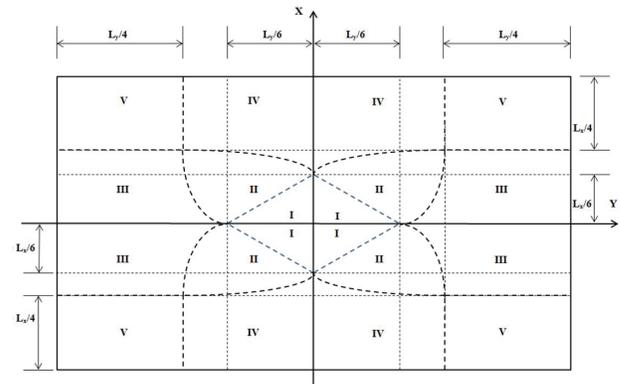


Figura 3. Diagrama de excentricidad resultante completo de una zapata combinada rectangular rígida de acuerdo con la ubicación de la fuerza resultante

ZAPATA COMBINADA RECTANGULAR SOMETIDA A FLEXIÓN BIAXIAL

La Figura 4 muestra los cinco casos posibles para una zapata combinada rectangular sometida a carga axial y dos momentos flexionantes ortogonales en cada columna.

Para el caso 1, se asume que toda la superficie inferior de la zapata trabaja bajo compresión. Las presiones generadas por el suelo sobre la zapata se obtienen mediante la ecuación de la flexión biaxial.

Para los casos II, III, IV y V, se asume que toda la superficie inferior de la zapata trabaja parcialmente bajo compresión, es decir, parte de la superficie de contacto no tiene presión, y por las propiedades geométricas de una pirámide de base triangular se obtienen la fuerza resultante R, el momento en el eje X M_{xT} y el momento en el eje Y M_{yT} .

Las presiones generadas por el suelo sobre la zapata se obtienen mediante la ecuación general del plano de presiones por la ecuación (1), a partir de tres puntos conocidos.

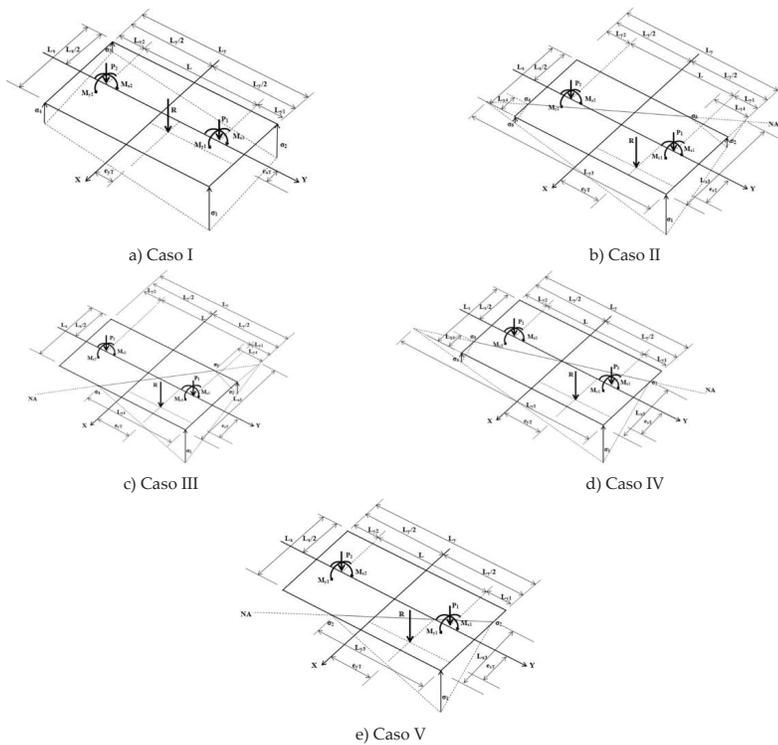


Figura 4. Zapata combinada rectangular sometida a flexión biaxial

La ecuación general de un plano de presiones en 3-D es:

$$Ax + BY + C\sigma_z + D = 0 \tag{2}$$

Donde: A, B, C y D son constantes.

Para los casos II, III, IV y V, los tres puntos conocidos del plano de presiones son:

$$p_1 \left(\frac{L_x}{2} - L_{x3}, \frac{L_y}{2}, 0 \right); p_2 \left(\frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2} - L_{y3}, 0 \right); p_3 \left(\frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2}, \sigma_{max} \right) \tag{3}$$

La ecuación general del plano de presiones se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} x - \left(\frac{L_x}{2} - L_{x3} \right) & y - \frac{L_y}{2} & \sigma_z - 0 \\ \frac{L_x}{2} - \left(\frac{L_x}{2} - L_{x3} \right) & \frac{L_y}{2} - L_{y3} - \frac{L_y}{2} & 0 - 0 \\ \frac{L_x}{2} - \left(\frac{L_x}{2} - L_{x3} \right) & \frac{L_y}{2} - \frac{L_y}{2} & \sigma_{max} - 0 \end{vmatrix} \tag{4}$$

El valor de la presión en cualquier punto σ_z se obtiene resolviendo el determinante:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{max} [L_{y3}(2x - L_x) + L_{x3}(2y - L_y) + 2L_{x3}L_{y3}]}{2L_{x3}L_{y3}} \tag{5}$$

CASO I

La Figura 4a muestra cuando R se ubica dentro del núcleo central. Las de relaciones de excentricidades son:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} + \frac{e_{yT}}{L_y} \leq \frac{1}{6} \tag{6}$$

Las ecuaciones generales de la presión del suelo en cada esquina de las zapatas sometidas a carga axial y dos momentos en los ejes X e Y de cada columna se obtienen de la siguiente manera:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}y}{I_x} + \frac{M_{yT}x}{I_y} = \frac{R}{L_x L_y} + \frac{6M_{xT}}{L_x L_y^2} + \frac{6M_{yT}}{L_x^2 L_y} \tag{7}$$

$$\sigma_2 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}y}{I_x} - \frac{M_{yT}x}{I_y} = \frac{R}{L_x L_y} + \frac{6M_{xT}}{L_x L_y^2} - \frac{6M_{yT}}{L_x^2 L_y} \tag{8}$$

$$\sigma_{min} = \sigma_3 = \frac{R}{A} - \frac{M_{xT}y}{I_x} - \frac{M_{yT}x}{I_y} = \frac{R}{L_x L_y} - \frac{6M_{xT}}{L_x L_y^2} - \frac{6M_{yT}}{L_x^2 L_y} \quad (9)$$

$$\sigma_4 = \frac{R}{A} - \frac{M_{xT}y}{I_x} + \frac{M_{yT}x}{I_y} = \frac{R}{L_x L_y} - \frac{6M_{xT}}{L_x L_y^2} + \frac{6M_{yT}}{L_x^2 L_y} \quad (10)$$

Donde:

- σ_{max} = presión máxima del suelo sobre la zapata
- σ_{min} = presión mínima del suelo sobre la zapata
- A = área o superficie de contacto de la zapata con el suelo
- I_x = momento de inercia en el eje X
- I_y = es el momento de inercia en el eje Y

CASO II

La Figura 4b muestra cuando R se ubica fuera del núcleo central y la condición de relaciones de excentricidades es la siguiente:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} + \frac{e_{yT}}{L_y} \geq \frac{1}{6}; \frac{e_{xT}}{L_x} \leq \frac{1}{4} + \frac{(4e_{yT} - L_y)^3}{12L_y^3}; \frac{e_{yT}}{L_y} \leq \frac{1}{4} + \frac{(4e_{xT} - L_x)^3}{12L_x^3} \quad (11)$$

Las ecuaciones generales para R , M_{xT} y M_{yT} son:

$$R = \frac{\sigma_{max}}{6} \left[L_{x3} L_{y3} - \frac{L_{y3}(L_{x3} - L_x)^3}{L_{x3}^2} - \frac{L_{x3}(L_{y3} - L_y)^3}{L_{y3}^2} \right] \quad (12)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max}}{24} \left[\frac{L_{x3} L_y^3 (2L_{y3} - L_y)}{L_{y3}^2} - \frac{L_{y3}(L_{x3} - L_x)^3 [L_{x3}(2L_y - L_{y3}) + L_x L_{y3}]}{L_{x3}^3} \right] \quad (13)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max}}{24} \left[\frac{L_{y3} L_x^3 (2L_{x3} - L_x)}{L_{x3}^2} - \frac{L_{x3}(L_{y3} - L_y)^3 [L_{y3}(2L_x - L_{x3}) + L_y L_{x3}]}{L_{y3}^3} \right] \quad (14)$$

CASO III

La Figura 4c muestra cuando R se ubica fuera del núcleo central y la condición de relaciones de excentricidades es la siguiente:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} \leq \frac{1}{4}; \frac{e_{yT}}{L_y} \geq \frac{1}{4} + \frac{(4e_{xT} - L_x)^3}{12L_x^3} \quad (15)$$

Las ecuaciones generales para R , M_{xT} y M_{yT} son:

$$R = \frac{\sigma_{max} L_{y3}}{6} \left[L_{x3} - \frac{(L_{x3} - L_x)^3}{L_{x3}^2} \right] \quad (16)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{y3}}{24} \left[L_{x3}(2L_y - L_{y3}) - \frac{(L_{x3} - L_x)^3 [2L_y L_{x3} - L_{y3}(L_{x3} - L_x)]}{L_{x3}^3} \right] \quad (17)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} L_{y3}}{24} \left[L_{x3}(2L_x - L_{x3}) + \frac{(L_{x3} - L_x)^3 (L_x + L_{x3})}{L_{x3}^2} \right] \quad (18)$$

CASO IV

La Figura 4d muestra cuando R se ubica fuera del núcleo central y la condición de relaciones de excentricidades es la siguiente:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} \geq \frac{1}{4} + \frac{(4e_{yT} - L_y)^3}{12L_y^3}; \frac{e_{yT}}{L_y} \leq \frac{1}{4} \quad (19)$$

Las ecuaciones generales para R , M_{xT} y M_{yT} son:

$$R = \frac{\sigma_{max} L_{x3}}{6} \left[L_{y3} - \frac{(L_{y3} - L_y)^3}{L_{y3}^2} \right] \quad (20)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{x3}}{24} \left[L_{y3}(2L_y - L_{y3}) + \frac{(L_{y3} - L_y)^3 (L_y + L_{y3})}{L_{y3}^2} \right] \quad (21)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} L_{x3}}{24} \left[L_{y3}(2L_x - L_{x3}) - \frac{(L_{y3} - L_y)^3 [2L_x L_{y3} - L_{x3}(L_{y3} - L_y)]}{L_{y3}^3} \right] \quad (22)$$

CASO V

La Figura 4e muestra cuando R se ubica fuera del núcleo central y la condición de relaciones de excentricidades es la siguiente:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} \geq \frac{1}{4}; \frac{e_{yT}}{L_y} \geq \frac{1}{4} \quad (23)$$

Las ecuaciones generales para R , M_{xT} y M_{yT} son:

$$R = \frac{\sigma_{max} L_{x3} L_{y3}}{6} \tag{24}$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{x3} L_{y3}}{6} \left(\frac{L_y}{2} - \frac{L_{y3}}{4} \right) \tag{25}$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} L_{x3} L_{y3}}{6} \left(\frac{L_x}{2} - \frac{L_{x3}}{4} \right) \tag{26}$$

ZAPATA COMBINADA RECTANGULAR SOMETIDA A FLEXIÓN UNIAxIAL

La Figura 5 muestra los cuatro casos posibles para una zapata combinada rectangular sometida a carga axial y un momento flexionante en cada columna.

Para los casos Y-I y X-I, se asume que toda la superficie de contacto de la zapata trabaja bajo compresión. Las presiones generadas por el suelo sobre la zapata se obtienen mediante la ecuación de la flexión uniaxial por la ecuación (1), según sea el caso ($M_{xT} = 0$ o $M_{yT} = 0$).

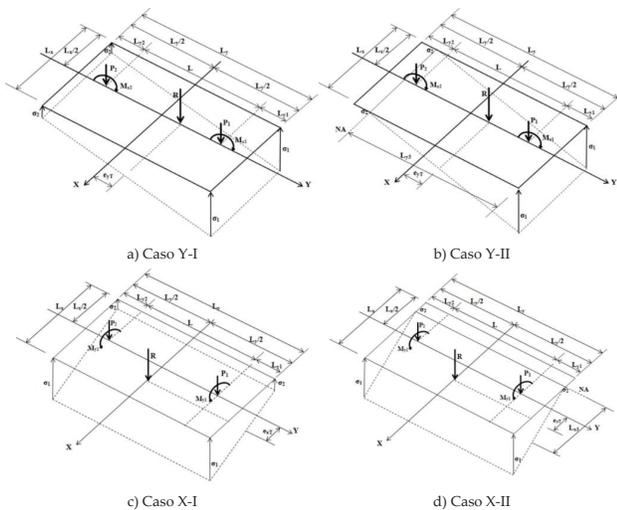
Para los casos Y-II y X-II, se asume que toda la superficie de contacto de la zapata trabaja parcialmente bajo compresión, y por las propiedades geométricas de una prisma triangular se obtienen la fuerza resultante R , el momento en el eje X M_{xT} y el momento en el eje Y M_{yT} .

CASO Y-I

La Figura 5a muestra cuando R se ubica dentro del núcleo central y sobre el eje Y .

Las relaciones de excentricidades son:

$$\frac{e_{yT}}{L_y} \leq \frac{1}{6}; e_{xT} = 0 \tag{27}$$



La ecuación (7) y (8) de flexión biaxial es aplicable a este caso, ya que $M_y = 0$.

CASO Y-II

La Figura 5b muestra cuando R se ubica fuera del núcleo central, sobre el eje Y , y la condición de relaciones de excentricidades es la siguiente:

$$\frac{e_{yT}}{L_y} \geq \frac{1}{6}; e_{xT} = 0 \tag{28}$$

Ahora, para este caso los tres puntos conocidos del plano de presiones son:

$$p_1 \left(\frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2}, \sigma_{max} \right); p_2 \left(-\frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2}, \sigma_{max} \right); p_3 \left(\frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2} - L_{y3}, 0 \right) \tag{29}$$

La ecuación general del plano de presiones se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} x - \left(\frac{L_x}{2}\right) & y - \left(\frac{L_y}{2}\right) & \sigma_z - \sigma_{max} \\ -\frac{L_x}{2} - \left(\frac{L_x}{2}\right) & \frac{L_y}{2} - \left(\frac{L_y}{2}\right) & \sigma_{max} - \sigma_{max} \\ \frac{L_x}{2} - \left(\frac{L_x}{2}\right) & \frac{L_y}{2} - L_{y3} - \left(\frac{L_y}{2}\right) & 0 - \sigma_{max} \end{vmatrix} \tag{30}$$

El valor de σ_z se obtiene resolviendo el determinante:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{max} (2L_{y3} - L_y + 2y)}{2L_{y3}} \tag{31}$$

Figura 5. Zapata combinada rectangular sometida a flexión uniaxial

Las ecuaciones generales para R y M_{xT} son:

$$R = \frac{\sigma_{max} L_x L_y^3}{2} \quad (32)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_x L_y^3}{2} \left(\frac{L_y}{2} - \frac{L_y^3}{3} \right) \quad (33)$$

CASO X-I

La Figura 5c muestra cuando R se ubica dentro del núcleo central y sobre el eje X.

Las relaciones de excentricidades son:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} \leq \frac{1}{6}; e_{yT} = 0 \quad (34)$$

Las ecuaciones generales de la presión del suelo en cada esquina de las zapatas sometidas a carga axial y momentos en el eje Y de cada columna se obtienen de la siguiente manera:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{R}{A} + \frac{M_{yT} x}{I_y} = \frac{R}{L_x L_y} + \frac{6 M_{yT}}{L_y L_x^2} \quad (35)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{R}{A} - \frac{M_{yT} x}{I_y} = \frac{R}{L_x L_y} - \frac{6 M_{yT}}{L_y L_x^2} \quad (36)$$

CASO X-II

La Figura 5d muestra cuando R se ubica fuera del núcleo central, sobre el eje X y la condición de relaciones de excentricidades es la siguiente:

$$\frac{e_{xT}}{L_x} \geq \frac{1}{6}; e_{yT} = 0 \quad (37)$$

Ahora, para este caso los tres puntos conocidos del plano de presiones son:

$$p_1 \left(\frac{L_x}{2}, \frac{L_y}{2}, \sigma_{max} \right); p_2 \left(-\frac{L_x}{2}, -\frac{L_y}{2}, \sigma_{max} \right); p_3 \left(\frac{L_x}{2} - L_{x3}, \frac{L_y}{2}, 0 \right) \quad (38)$$

La ecuación general del plano de presiones se obtiene de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} x - \left(\frac{L_x}{2} \right) & y - \left(\frac{L_y}{2} \right) & \sigma_z - \sigma_{max} \\ -\frac{L_x}{2} - \left(-\frac{L_x}{2} \right) & \frac{L_y}{2} - \left(-\frac{L_y}{2} \right) & \sigma_{max} - \sigma_{max} \\ \frac{L_x}{2} - L_{x3} - \left(\frac{L_x}{2} \right) & \frac{L_y}{2} - \left(\frac{L_y}{2} \right) & 0 - \sigma_{max} \end{vmatrix} \quad (39)$$

El valor de σ_z se obtiene resolviendo el determinante:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{max}(2L_{x3} - L_x + 2x)}{2L_{x3}} \quad (40)$$

Las ecuaciones generales para R y M_{yT} son:

$$R = \frac{\sigma_{max} L_y L_x^3}{2} \quad (41)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} L_y L_x^3}{2} \left(\frac{L_x}{2} - \frac{L_x^3}{3} \right) \quad (42)$$

SUPERFICIE ÓPTIMA PARA ZAPATAS COMBINADAS RECTANGULARES

La función objetivo (área mínima A_{min}) para cada caso es:

$$A_{min} = L_x L_y \quad (43)$$

Las funciones de restricción para flexión biaxial en cada caso se presentan en la Tabla 1.

Las funciones de restricción para flexión uniaxial en cada caso se presentan en la Tabla 2.

APLICACIÓN NUMÉRICA DE LOS MODELOS

Dos ejemplos numéricos se presentan para obtener el área mínima para zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial para los cinco casos y cada ejemplo se presenta para los cuatro tipos de restricciones en la dirección del eje Y (no limitado, limitado en la columna 1, limitado en la columna 2, limitado en las columnas 1 y 2). Para los dos los ejemplos, las columnas son de 40x40 cm, y la zapata está sujeta a $P_1 = 500$ kN (ejemplo 1), $P_1 = 1000$ kN (ejemplo 2), $M_{x1} = 1000$ kN-m, $M_{y1} = 250$ kN-m, $P_2 = 1000$ kN, $M_{x2} = 2000$ kN-m, $M_{y2} = 500$ kN-m, $L = 3.00, 4.00, 5.00, 6.00, 7.00$ m, $\sigma_{max} = 200$ kN/m².

Cuatro ejemplos numéricos se presentan para obtener el área mínima para zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión uniaxial. Dos ejemplos cuando R se encuentra en el eje Y. Para los dos ejemplos las columnas son de 40x40 cm, y la zapata está sujeta a $P_1 = 250$ kN (ejemplo 1), $P_1 = 500$ kN (ejemplo 2), $M_{x1} = 1000$ kN-m, $P_2 = 500$ kN, $M_{x2} = 2000$ kN-m, $L = 3.00, 4.00, 5.00, 6.00, 7.00$ m, $\sigma_{max} = 200$ kN/m². Dos ejemplos cuando R se encuentra en el eje X. Para los dos los ejemplos las columnas son de 40x40 cm y la zapata está sujeta a $P_1 = 250$ kN (ejemplo 1), $P_1 = 500$ kN (ejemplo 2), $M_{y1} = 1000$ kN-m, $P_2 = 500$ kN, $M_{y2} = 2000$ kN-m, $L = 3.00, 4.00, 5.00, 6.00, 7.00$ m, $\sigma_{max} = 200$ kN/m².

La Figura 6 muestra el área más pequeña de los cinco casos para los cuatro tipos de restricciones en los ejemplos 1 y 2 (zapatas combinadas rectangulares bajo flexión biaxial). Las Tablas 3 y 4 (Anexo) muestran en detalle los ejemplos 1 y 2 de las zapatas combinadas

Tabla 1. Ecuaciones de las funciones de restricción para flexión biaxial

Caso	Ecuaciones de las funciones de restricción
I	Ecuaciones (6) a (10), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $e_{yT} = M_{xT}/R$, $0 \leq \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4 \leq \sigma_{max}$
II	Ecuaciones (11) a (14), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $e_{yT} = M_{xT}/R$, $L_x \leq L_{x3}$, $L_y \leq L_{y3}$
III	Ecuaciones (15) a (18), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $e_{yT} = M_{xT}/R$, $L_x \leq L_{x3}$, $L_y \geq L_{y3}$
IV	Ecuaciones (19) a (22), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $e_{yT} = M_{xT}/R$, $L_x \geq L_{x3}$, $L_y \leq L_{y3}$
V	Ecuaciones (23) a (26), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $e_{yT} = M_{xT}/R$, $L_x \geq L_{x3}$, $L_y \geq L_{y3}$

También, las funciones de restricción por las limitaciones en la dirección del eje Y son:

- No limitado: $L_{y1} \geq c_{1y}/2$ y $L_{y2} \geq c_{2y}/2$.
- Limitado en la columna 1: $L_{y1} = c_{1y}/2$ y $L_{y2} \geq c_{2y}/2$.
- Limitado en la columna 2: $L_{y1} \geq c_{1y}/2$ y $L_{y2} = c_{2y}/2$.
- Limitado en las dos columnas: $L_{y1} = c_{1y}/2$ y $L_{y2} = c_{2y}/2$.

Tabla 2. Ecuaciones de las funciones de restricción para flexión uniaxial

Caso	Ecuaciones de las funciones de restricción
I-Y	Ecuaciones (7), (8) y (27), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $L_{y1} \geq c_{1y}/2$, $L_{y2} \geq c_{2y}/2$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $0 \leq \sigma_1, \sigma_2 \leq \sigma_{max}$, $L_x \geq 1$
II-Y	Ecuaciones (28), (32) y (33), $R = P_1 + P_2$, $M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(L_y/2 - L_{y1}) - P_2(L_y/2 - L_{y2})$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $L_{y1} \geq c_{1y}/2$, $L_{y2} \geq c_{2y}/2$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $L_x \geq 1$, $L_{y3} \leq L_y$
I-X	Ecuaciones (35) a (36), $R = P_1 + P_2$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $L_{y1} \geq c_{1y}/2$, $L_{y2} \geq c_{2y}/2$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $0 \leq \sigma_1, \sigma_2 \leq \sigma_{max}$, $L_x \geq 1$
II-X	Ecuaciones (37), (41) y (42), $R = P_1 + P_2$, $M_{yT} = M_{y1} + M_{y2}$, $L_y = L_{y1} + L + L_{y2}$, $L_{y1} \geq c_{1y}/2$, $L_{y2} \geq c_{2y}/2$, $e_{xT} = M_{yT}/R$, $L_x \geq 1$, $L_{x3} \leq L_x$

Donde: L_x y L_y deben ser mayor que 1 para que no haya zapatas excesivamente desproporcionadas, c_{1y} y c_{2y} son los lados de las columnas en la dirección Y.

rectangulares bajo flexión biaxial para los cuatro tipos de restricciones. La Tabla 3 para el ejemplo 1 y la Tabla 4 para el ejemplo 2 (ver anexo).

La Figura 7 muestra el área más pequeña de los dos casos para el ejemplo 1 y 2 cuando R se ubica en el eje Y, y los dos casos para el ejemplo 1 y 2 cuando R se ubica

en el eje X (zapatas combinadas rectangulares bajo flexión uniaxial). La Tabla 5 muestra en detalle para los ejemplos 1 y 2 de las zapatas combinadas rectangulares bajo flexión uniaxial para los dos casos (R está ubicada en el eje X y R está ubicada en el eje Y) (ver anexo).

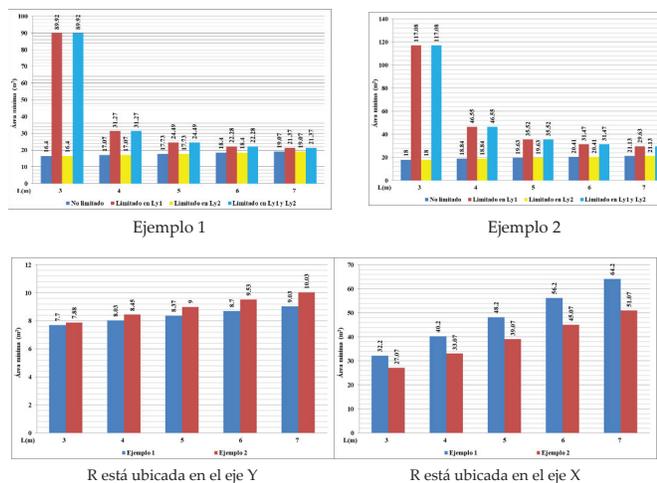


Figura 6. Zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial

Figura 7. Zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión uniaxial

RESULTADOS

Una forma de verificar las ecuaciones de las zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial para los casos II, III, IV y V y para flexión uniaxial para los casos Y-II y X-II es como sigue como se muestra en la Tabla 6.

La Figura 6 muestra el área mínima de las zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial para los dos ejemplos.

La Figura 6a del ejemplo 1 presenta lo siguiente: Los tipos 1 (no limitado) y 3 (limitado en la columna 2) muestran los mismos resultados, y los tipos 2 (limitado en la columna 1) y 4 (limitado en las columnas 1 y 2)

Tabla 6. Verificación de las ecuaciones para las zapatas combinadas rectangulares

Caso	Sustituyendo	En la ecuación	Se obtiene	Nota
Zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial				
II	$x = L_x/2$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_1 = \sigma_{max}$	
	$x = -L_x/2$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_2 = \sigma_{max}(L_{x3} - L_x)/L_{x3}$	
	$x = -L_x/2$ e $y = L_y/2 - L_{y4}$	(5)	$\sigma_3 = 0$	
	$x = L_x/2 - L_{x4}$ e $y = -L_y/2$	(5)	$\sigma_4 = 0$	
	$x = L_x/2$ e $y = -L_y/2$	(5)	$\sigma_5 = \sigma_{max}(L_{y3} - L_y)/L_{y3}$	
III	$x = L_x/2$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_1 = \sigma_{max}$	
	$x = -L_x/2$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_2 = \sigma_{max}(L_{x3} - L_x)/L_{x3}$	
	$x = -L_x/2$ e $y = L_y/2 - L_{y4}$	(5)	$\sigma_3 = 0$	$L_{x4} = L_{x3}(L_{y3} - L_y)/L_{y3}$
IV	$x = L_x/2$ e $y = L_y/2 - L_{y3}$	(5)	$\sigma_4 = 0$	$L_{y4} = L_{y3}(L_{x3} - L_x)/L_{x3}$
	$x = L_x/2$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_1 = \sigma_{max}$	
	$x = L_x/2 - L_{x3}$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_2 = 0$	
	$x = L_x/2 - L_{x4}$ e $y = -L_y/2$	(5)	$\sigma_3 = 0$	
	$x = L_x/2$ e $y = -L_y/2$	(5)	$\sigma_4 = \sigma_{max}(L_{y3} - L_y)/L_{y3}$	
V	$x = L_x/2$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_1 = \sigma_{max}$	
	$x = L_x/2 - L_{x3}$ e $y = L_y/2$	(5)	$\sigma_2 = 0$	
	$x = L_x/2$ e $y = L_y/2 - L_{y3}$	(5)	$\sigma_3 = 0$	
Zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión uniaxial				
Y-II	$y = L_y/2$	(33)	$\sigma_1 = \sigma_{max}$	
	$y = L_y/2 - L_{y3}$	(33)	$\sigma_2 = 0$	
X-II	$x = L_x/2$	(42)	$\sigma_1 = \sigma_{max}$	
	$x = L_x/2 - L_{x3}$	(42)	$\sigma_2 = 0$	

presentan los mismos resultados. Para los tipos 1 y 3, a medida que aumenta el espaciado entre las columnas, aumentan las áreas de las zapatas. Para los tipos 2 y 4, a medida que aumenta el espaciado entre las columnas, las áreas de las zapatas disminuyen.

La Figura 6b del ejemplo 2 presenta lo siguiente: Este ejemplo muestra el mismo comportamiento que el ejemplo 1, pero con valores diferentes.

La Figura 7 muestra el área mínima de las zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión uniaxial para los dos ejemplos cuando R está ubicada en el eje Y, y los dos ejemplos cuando R está ubicada en el eje X.

La Figura 7a de los ejemplos 1 y 2 cuando R se ubica en el eje Y presenta lo siguiente: Los dos ejemplos tienen el mismo comportamiento, a medida que aumenta la separación de las columnas, aumentan las áreas de zapatas. El ejemplo 2 es mayor que el ejemplo 1 para todas las separaciones entre las dos columnas.

La Figura 7b de los ejemplos 1 y 2 cuando R se ubica en el eje X presenta lo siguiente: Los dos ejemplos tienen el mismo comportamiento, a medida que aumenta la separación de las columnas, aumentan las áreas de zapatas. El ejemplo 1 es mayor que el ejemplo 2 para todas las separaciones entre las dos columnas.

La Tabla 3 del ejemplo 1 para zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial muestra lo siguiente: Para los tipos 1 y 3 se presenta el caso IV para todas las separaciones entre las dos columnas, cuando la separación de las columnas aumenta, L_x , L_{x3} y L_{y1} disminuyen, A_{min} , L_y y M_{xT} aumentan, L_{y2} es igual. Para los tipos 2 y 4 se presenta el caso III para las separaciones $L = 3.00$ y 4.00 m, y el caso II para las separaciones $L = 5.00$, 6.00 y 7.00 m, cuando la separación de columnas aumenta, A_{min} , L_x , L_{x3} y M_{xT} disminuyen, L_y y L_{y3} aumentan, L_{y1} y L_{y2} son iguales.

La Tabla 4 del ejemplo 2 para zapatas rectangulares combinadas sometidas a flexión biaxial muestra lo siguiente: Para los tipos 1 y 3 se presenta el caso I para las separaciones $L = 3.00$, 4.00 y 5.00 m, y el caso IV para las separaciones $L = 6.00$ y 7.00 m, cuando aumenta la separación de las columnas, L_x , L_{x3} (no aparece para el caso I), L_{y1} y M_{xT} (para el caso I es cero) disminuyen, A_{min} , L_y , L_{y3} (no aparece para el caso I) aumentan, L_{y2} es igual. Para los tipos 2 y 4 se presenta el caso III para las separaciones $L = 3.00$, 4.00 , 5.00 y 6.00 m, y el caso II para las separaciones $L = 7.00$ m, cuando el espaciado de columnas aumenta, A_{min} , L_x y L_{x3} disminuyen, L_y y L_{y3} aumenta, L_{y1} , L_{y2} y M_{xT} son iguales.

La Tabla 5 de los ejemplos 1 y 2 para zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión uniaxial muestra lo siguiente: Para R ubicada en el eje Y del ejemplo 1 se presenta en el caso II para todas las separaciones en-

tre las dos columnas, cuando la separación de las columnas aumenta, L_{y1} disminuye, A_{min} , L_y y M_{xT} aumentan, L_x , L_{y2} y L_{y3} son iguales. Para R ubicado en el eje Y del ejemplo 2 se presenta el caso I para las separaciones $L = 3.00$, 4.00 , 5.00 y 6.00 m, y el caso II para las separaciones $L = 7.00$ m, cuando el espaciado de las columnas aumenta, L_{y1} disminuye, A_{min} , L_y y M_{xT} aumentan, L_x y L_{y2} son iguales, L_{y3} solo aparece para $L = 7.00$ m. Para R ubicada en el eje X del ejemplo 1 se presenta en el caso II para todas las separaciones entre las dos columnas, cuando la separación de las columnas aumenta, L_x y L_{x3} disminuyen, A_{min} y L_y aumentan, L_{y1} , L_{y2} y M_{yT} son iguales. Para R ubicada en el eje X del ejemplo 2 presenta el mismo comportamiento que el ejemplo 1, pero con valores diferentes.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un modelo analítico para determinar el área mínima de contacto con el suelo de las zapatas combinadas rectangulares rígidas sometidas a flexión biaxial y uniaxial apoyadas sobre suelos elásticos (la distribución de la presión del suelo es lineal).

El modelo propuesto se formula a partir de un enfoque analítico basado en el área mínima de contacto con el suelo. Para la flexión biaxial, los parámetros constantes o conocidos (variables independientes) son: σ_{max} , P_1 , M_{x1} , M_{y1} , P_2 , M_{x2} , M_{y2} , c_{1y} y c_{2y} y las variables de decisión o desconocidas (variables dependientes) son: A_{min} , R , M_{xT} , M_{yT} , L_x , L_y , L_{x1} , L_{y1} , L_{y2} , L_{x3} y L_{y3} . Para la flexión uniaxial con R ubicada en el eje Y, los parámetros constantes o conocidos (variables independientes) son: σ_{max} , P_1 , M_{x1} , P_2 , M_{x2} , c_{1y} y c_{2y} y las variables de decisión o desconocidas (variables dependientes) son: A_{min} , R , M_{xT} , L_x , L_y , L_{x1} , L_{y1} y L_{y3} . Para la flexión uniaxial con R ubicada en el eje X, los parámetros constantes o conocidos (variables independientes) son: σ_{max} , P_1 , M_{y1} , P_2 , M_{y2} , c_{1y} y c_{2y} y las variables de decisión o desconocidas (variables dependientes) son: A_{min} , R , M_{yT} , L_x , L_y , L_{x1} , L_{y1} y L_{x3} .

Las principales conclusiones que se muestran en este trabajo son:

1. Algunos autores proponen ecuaciones para obtener los lados de la zapata y el área mínima, pero solo consideran el caso I (toda el área de la zapata trabaja bajo compresión).
2. El área mínima de los dos ejemplos considerados para flexión biaxial, los casos I, II, III y IV están siempre presentes, pero se puede presentar el caso V, si los momentos aumentan.

3. El modelo propuesto muestra las ecuaciones precisas y simplificadas y también presenta el área mínima para cada caso.
4. El modelo propuesto presenta una reducción significativa en el área mínima de contacto en el suelo respecto al modelo propuesto por otros autores, si la fuerza resultante se ubica fuera del núcleo central ($e_{xT}/L_x + e_{yT}/L_y > 1/6$), ya que consideran el área mínima trabajando completamente a compresión.
5. La principal ventaja del modelo propuesto sobre cualquier otro modelo es que este considera que el área de contacto con el suelo trabaja parcialmente bajo compresión, es decir, una parte de la superficie inferior de la zapata está sujeta a compresión y en la otra parte, la presión es cero (sin compresión y sin tensión).
6. El modelo propuesto se puede utilizar como una revisión de la presión máxima del suelo sobre la zapata, tomando en cuenta la función objetivo para

maximizar σ_{max} y las mismas funciones de restricción para flexión biaxial o flexión uniaxial.

Este estudio presenta una solución robusta y eficaz que se aplica solo para obtener los lados y el área mínima de las zapatas combinadas rectangulares que descansan sobre suelo elástico, y la presión del suelo sobre la zapata es lineal.

Sugerencias para las siguientes investigaciones:

1. Área mínima de contacto con el suelo para zapatas combinadas trapezoidales, en T y en L o esquinas que trabajen parcialmente a compresión.
2. Área mínima de contacto sobre el suelo para zapatas combinadas rectangulares, cuando se presentan suelos totalmente granulares (suelos arenosos) y suelos totalmente cohesivos (suelos arcillosos), el diagrama de presiones es diferente al que aquí se presenta, ya que el diagrama de presiones es parabólico.

ANEXO

Tabla 3. Ejemplo 1 para zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial

Tipo	L m	Caso	R kN	M_{xT} kN-m	M_{yT} kN-m	L_x m	L_y m	L_{x3} m	L_{y1} m	L_{y2} m	L_{y3} m	A_{min} m ²
No limitado	3.00	IV	1500	0.02	750	2.56	6.40	2.34	3.20	0.20	459175.98	16.40
	4.00	IV	1500	0.03	750	2.42	7.07	2.12	2.87	0.20	465907.44	17.07
	5.00	IV	1500	0.03	750	2.29	7.73	1.94	2.53	0.20	441053.69	17.73
	6.00	IV	1500	0.04	750	2.19	8.40	1.79	2.20	0.20	444529.09	18.40
	7.00	IV	1500	0.05	750	2.10	9.07	1.65	1.87	0.20	434025.46	19.07
Limitado en L_{y1}	3.00	III	1500	2250	750	26.45	3.40	246.13	0.20	0.20	0.63	89.92
	4.00	III	1500	2000	750	7.11	4.40	20.14	0.20	0.20	3.06	31.27
	5.00	II	1500	1750	750	4.53	5.40	8.86	0.20	0.20	5.75	24.49
	6.00	II	1500	1500	750	3.48	6.40	5.32	0.20	0.20	9.06	22.28
	7.00	II	1500	1250	750	2.89	7.40	3.64	0.20	0.20	13.94	21.37
Limitado en L_{y2}	3.00	IV	1500	0.02	750	2.56	6.40	2.34	3.20	0.20	439447.57	16.40
	4.00	IV	1500	0.03	750	2.42	7.07	2.12	2.87	0.20	455418.90	17.07
	5.00	IV	1500	0.03	750	2.29	7.73	1.94	2.53	0.20	417428.16	17.73
	6.00	IV	1500	0.04	750	2.19	8.40	1.79	2.20	0.20	389669.22	18.40
	7.00	IV	1500	0.05	750	2.10	9.07	1.65	1.87	0.20	396723.51	19.07
Limitado en L_{y1} y L_{y2}	3.00	III	1500	2250	750	26.45	3.40	246.13	0.20	0.20	0.63	89.92
	4.00	III	1500	2000	750	7.11	4.40	20.14	0.20	0.20	3.06	31.27
	5.00	II	1500	1750	750	4.53	5.40	8.86	0.20	0.20	5.75	24.49
	6.00	II	1500	1500	750	3.48	6.40	5.32	0.20	0.20	9.06	22.28
	7.00	II	1500	1250	750	2.89	7.40	3.64	0.20	0.20	13.94	21.37

Tabla 4. Ejemplo 2 para zapatas combinadas rectangulares sometidas a flexión biaxial

Tipo	L m	Caso	R kN	M _{xT} kN-m	M _{yT} kN-m	L _x m	L _y m	L _{x3} m	L _{y1} m	L _{y2} m	L _{y3} m	A _{min} m ²
No limitado	3.00	I	2000	0	750	2.81	6.40	-	3.20	0.20	-	18.00
	4.00	I	2000	0	750	2.55	7.40	-	3.20	0.20	-	18.84
	5.00	I	2000	0	750	2.34	8.40	-	3.20	0.20	-	19.63
	6.00	IV	2000	19.84	750	2.18	9.38	2.15	3.18	0.20	1483.15	20.41
	7.00	IV	2000	0.07	750	2.03	10.40	1.92	3.20	0.20	532800.07	21.13
Limitado en L _{y1}	3.00	III	2000	3000	750	34.43	3.40	544.04	0.20	0.20	0.62	117.08
	4.00	III	2000	3000	750	10.58	4.40	54.85	0.20	0.20	2.31	46.55
	5.00	III	2000	3000	750	6.58	5.40	22.33	0.20	0.20	4.14	35.52
	6.00	III	2000	3000	750	4.92	6.40	13.02	0.20	0.20	6.07	31.47
	7.00	II	2000	3000	750	4.00	7.40	8.91	0.20	0.20	8.09	29.63
Limitado en L _{y2}	3.00	I	2000	0	750	2.81	6.40	-	3.20	0.20	-	18.00
	4.00	I	2000	0	750	2.55	7.40	-	3.20	0.20	-	18.84
	5.00	I	2000	0	750	2.34	8.40	-	3.20	0.20	-	19.63
	6.00	IV	2000	19.53	750	2.18	9.38	2.15	3.18	0.20	1506.40	20.41
	7.00	IV	2000	0.72	750	2.03	10.40	1.92	3.20	0.20	50000.00	21.13
Limitado en L _{y1} y L _{y2}	3.00	III	2000	3000	750	34.43	3.40	544.04	0.20	0.20	0.62	117.08
	4.00	III	2000	3000	750	10.58	4.40	54.85	0.20	0.20	2.31	46.55
	5.00	III	2000	3000	750	6.58	5.40	22.33	0.20	0.20	4.14	35.52
	6.00	III	2000	3000	750	4.92	6.40	13.02	0.20	0.20	6.07	31.47
	7.00	II	2000	3000	750	4.00	7.40	8.91	0.20	0.20	8.09	29.63

Tabla 5. Ejemplos 1 y 2 para zapatas combinadas rectangulares ometidas a flexión uniaxial

	L	Caso	R	M _{xT}	L _x	L _y	L _{y1}	L _{y2}	L _{y3}	A _{min}
	m		kN	kN-m	m	m	m	m	m	m ²
R está ubicada en el eje Y	Ejemplo 1									
	3.00	II	750	1012.50	1.00	7.70	4.50	0.20	7.50	7.70
	4.00	II	750	1137.50	1.00	8.03	3.83	0.20	7.50	8.03
	5.00	II	750	1262.50	1.00	8.37	3.17	0.20	7.50	8.37
	6.00	II	750	1387.50	1.00	8.70	2.50	0.20	7.50	8.70
	7.00	II	750	1512.50	1.00	9.03	1.83	0.20	7.50	9.03
	Ejemplo 2									
	3.00	I	1000	757.95	1.00	7.88	4.68	0.20	-	7.88
	4.00	I	1000	973.19	1.00	8.45	4.25	0.20	-	8.45
	5.00	I	1000	1200.00	1.00	9.00	3.80	0.20	-	9.00
6.00	I	1000	1437.08	1.00	9.53	3.33	0.20	-	9.53	
7.00	II	1000	1683.33	1.00	10.03	2.83	0.20	10.00	10.03	
R está ubicada en el eje X	L	Case	R	M _{yT}	L _x	L _y	L _{y1}	L _{y2}	L _{x3}	A _{min}
	m		kN	kN-m	m	m	m	m	m	m ²
	Ejemplo 1									
	3.00	II	750	3000.00	9.47	3.40	0.20	0.20	2.21	32.20
	4.00	II	750	3000.00	9.13	4.40	0.20	0.20	1.31	40.20
	5.00	II	750	3000.00	8.93	5.40	0.20	0.20	1.39	48.20
	6.00	II	750	3000.00	8.78	6.40	0.20	2.20	1.17	56.20
	7.00	II	750	3000.00	8.68	7.40	0.20	0.20	1.01	64.20
	Ejemplo 2									
	3.00	II	1000	3000.00	7.96	3.40	0.20	0.20	2.94	27.07
4.00	II	1000	3000.00	7.52	4.40	0.20	0.20	2.27	33.07	
5.00	II	1000	3000.00	7.23	5.40	0.20	0.20	1.85	39.07	
6.00	II	1000	3000.00	7.04	6.40	0.20	0.20	1.56	45.07	
7.00	II	1000	3000.00	6.90	7.40	0.20	0.20	1.35	51.07	

REFERENCIAS

- Algin, H. M. (2000). Stresses from linearly distributed pressures over rectangular areas. *International Journal Numerical Analytical Methods in Geomechanics*, 24(8), 681-692. [https://doi.org/10.1002/1096-9853\(200007\)24:8<681::AID-NAG89>3.0.CO;2-X](https://doi.org/10.1002/1096-9853(200007)24:8<681::AID-NAG89>3.0.CO;2-X)
- Algin, H. M. (2001). Vertical stress formula for pressure over rectangular areas. *Géotechnique*, 51(8), 719-722. <https://doi.org/10.1680/geot.2001.51.8.719>
- Algin, H. M. (2007). Practical formula for dimensioning a rectangular footing. *Engineering Structures*, 29(6), 1128-1134. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.08.009>
- Aydogdu, I. (2016). New iterative method to calculate base stress of footings under biaxial bending. *International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS)*, 8(4), 40-48. <https://doi.org/10.24107/ijeas.281460>
- Bezmalinovic-Colleoni, A. S. (2016). Fórmulas analíticas para la presión de contacto lineal en fundaciones rectangulares altamente excéntricas. IX Chilean Congress on Geotechnical Engineering, Chilean Geotechnical Society, Universidad Austral de Chile.
- Coduto, D. P. (2001). *Foundation design principles and practices*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Galvis, F. A., & Smith-Pardo, P. J. (2020). Axial load biaxial moment interaction (PMM) diagrams for shallow foundations: Design aids, experimental verification, and examples. *Engineering Structures*, 213, 110582. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110582>
- Girgin, K. (2017). Simplified formulations for the determination of rotational spring constants in rigid spread footings resting on tensionless soil. *Journal of Civil Engineering and Management*, 23(4), 464-474. <https://doi.org/10.3846/13923730.2016.1210218>
- Hightler, W. H., & Anders, J. C. (1985). Dimensioning footings subjected to eccentric loads. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, 111(5), 659-665. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1985\)111:5\(659\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1985)111:5(659))
- Irlés, R., & Irlés, F. (1992). Alternativa analítica a la determinación de tensiones bajo zapatas rectangulares con flexión biaxial y despegue parcial. *Informes de la Construcción*, 44(419), 77-89. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2768804>
- Jiang, R., & Jiang, V. (1983). Design footing area with biaxial bending. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, 109(10), 1337-1342. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1983\)109:10\(1337\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1983)109:10(1337))
- Konapure, C. G., & Vivek, B. (2013). Analysis of Combined rectangular footing by Winkler's model and finite element method. *International Journal of Engineering and Innovative Technology*, 3(5), 128-132. https://www.ijeit.com/Vol%203/Issue%205/IJEIT1412201311_21.pdf
- Luévano, A. (2014). Design of boundary combined footings of rectangular shape using a new model. *DYNA*, 81(188), 199-208. <https://doi.org/10.1016/j.dyna.2014.08.004>
- Luévano, A. (2016). A mathematical model for the dimensioning of combined footings of rectangular shape. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*, 39(1), 3-9. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0254-07702016000100002&lng=en&nrm=iso&tlng=es
- Luévano, A., Barquero, J. D., López, S., & Medina, M. (2017). A comparative study for design of boundary combined footings of trapezoidal and rectangular forms using new models. *Coupled Systems Mechanics*, 6(4), 417-437. <https://doi.org/10.12989/csm.2017.6.4.417>
- Özmen, G. (2011). Determination of base stresses in rectangular footings under biaxial bending. *Teknik Dergi Digest*, 22(4), 1519-1535. http://www.imo.org.tr/resimler/dosya_ekler/7b559795bd3f63b_ek.pdf?dergi=472
- Peck, R. B., Hanson, W. E., & Thornburn, T. H. (1974). *Foundation engineering*. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons.
- Ravi-Kumar R. C., Satish-Kumar, M., Kondala-Rao, M., & Gopika, N. (2018). Numerical analysis of rectangular combined footings resting on soil for contact pressure. *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 9(9), 1425-1431. <http://iaeme.com/Home/issue/IJCET?Volume=9&Issue=9>
- Rawat, S., Mittal, R. K., & Muthukumar, G. (2020). Isolated rectangular footings under biaxial bending: a critical appraisal and simplified analysis methodology. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 25(3). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000471](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000471)
- Rodríguez, J. A., & Aristizabal, J. D. (2004). Presiones en zapatas rígidas de forma arbitraria sometidas a carga axial excéntrica. *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, 4(1), 67-82. https://www.scipedia.com/wd/images/2/27/Draft_Content_636675925Rodriguez-Gutierrez_Aristizabal-Ochoa_a.pdf
- Rodríguez, J. A., & Aristizabal, J. D. (2013a). Rigid spread footings resting on soil subjected to axial load and biaxial bending. I: simplified analytical method. *International Journal of Geomechanics-ASCE*, 13(2), 109-119. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000218](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000218)
- Rodríguez, J. A., & Aristizabal, J. D. (2013b). Rigid spread footings resting on soil subjected to axial load and biaxial bending. II: Design Aids. *International Journal of Geomechanics-ASCE*, 13(2), 120-131. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000210](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000210)
- Teng, W. C. (1979). *Foundation design*. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Velazquez, F., Luévano, A., López, S., Medina, M., & Sandoval, R. (2018). Numerical experimentation for the optimal design for reinforced concrete rectangular combined footings. *Advances in Computational Design*, 3(1), 49-69. <https://doi.org/10.12989/acd.2018.3.1.049>
- Vitone, D. M. A., & Valsangkar, A. J. (1986). Stresses from loads over rectangular areas. *Journal of Geotechnical Engineering ASCE*, 112(10), 961-964. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1986\)112:10\(961\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1986)112:10(961))
- Vivek, B., Arkal, L. S., Bandgar, R. V., & Kalekhan, F. A. S. (2014). Comparative study on conventional and simplified elastic analysis of rectangular combined footing. *International Journal*

of Research in Engineering and Technology, 3(4), 422-427. <https://ijret.org/volumes/2014v03/i04/IJRET20140304076.pdf>

Young, W. C., & Budynas, R. G. (2002). *Roark's formulas for stress and strain*. 7th ed. New Jersey: McGraw-Hill.

Zeevaert, L. (1973). *Foundation engineering for difficult subsoil conditions*. Van Nostrand Reinhol Co.

Cómo citar:

Montes-Paramo, P., Luevanos-Rojas, A., López-Chavarría, S., Medina-Elizondo, M., & Sandoval-Rivas, R. (2023). Área óptima para zapatas combinadas rectangulares asumiendo que la superficie de contacto con el suelo trabaja parcialmente a compresión. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-15 <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.012>



Prototipo generador de ozono basado en fuente de alto voltaje y descarga de barrera dieléctrica

Prototype ozone generator based on high voltage source and dielectric barrier discharge

Pimentel-Velázquez Luis Antonio

Instituto Tecnológico de Morelia

Ingeniería en Electrónica

Correo: alveronfx@hotmail.com

<https://orcid.org/0002-9298-1676>

Suárez-Aparicio Héctor

Instituto Tecnológico de Morelia

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Correo: hector.sa@morelia.tecnm.mx

<https://orcid.org/0002-2388-7666>

Velázquez-Machuca Martha Alicia

Instituto Politécnico Nacional

Centro Interdisciplinario de Investigación para el Desarrollo Integral

Regional Unidad Michoacán

Correo: mvelazquezm@ipn.mx

<https://orcid.org/0002-0054-1013>

Resumen

En este artículo se describe la realización de un prototipo que emplea una fuente de alto voltaje para generar descargas eléctricas en un reactor de gases integrado por una barrera dieléctrica, la cual se somete a un campo eléctrico no uniforme con el fin de producir gas ozono residual a partir del medio circundante. La fuente de alto voltaje empleada se basa en un esquema resonante de alta eficiencia, la cual permite reducir pérdidas en relación con otras aproximaciones basadas en conmutadores forzados. Dado que la principal función de un convertidor de voltaje es generar las señales adecuadas con la mayor eficiencia posible, menor número de componentes involucrados, mayor densidad de potencia posible y el mejor compromiso entre facilidad de implementación y la complejidad general del circuito, se seleccionó la topología Flyback resonante auto conmutado, con modificación ZVS (Zero Voltage Switching), la cual representa una aproximación adecuada dada la baja distorsión armónica de la señal de tensión de salida y su alta frecuencia de operación, conveniente para la aplicación específica requerida. La topología de conmutación mediante elementos resonantes conforma uno de los campos de más amplio desarrollo en electrónica de potencia por sus grandes ventajas sobre la conmutación forzada. Emplear esta metodología permite que el circuito no genere pérdidas excesivas y reduce el consumo energético general. En forma adicional, el diseño del PCB (Printed Circuit Board) permite integrar el segmento de conmutación como un módulo acoplable en forma simplificada a otro prototipo sin afectar el funcionamiento del mismo, de forma que es sencillo trabajar con una variabilidad de reactores de gases con el fin de encontrar el óptimo en la generación de ozono. Esto reduce los costos de mantenimiento y alarga la vida útil del dispositivo. El potencial elevado del campo eléctrico, logrado mediante los convertidores descritos, tiene usos extendidos en la industria fármaco-química, medicina y experimentación sobre emisiones ionizantes. En futuras investigaciones se sugiere la incorporación de control activo en el segmento de conmutación, lo cual permitiría un censo adecuado de las variables de voltaje y corriente de la carga, y el ajuste de los ciclos de servicio con el fin de mantener un rango adecuado de salida.

Descriptor: Ozono, descarga de barrera dieléctrica, convertidor resonante, electrónica de potencia.

Abstract

This article describes the realization of a prototype that uses a high voltage source to generate electrical discharges in a gas reactor integrated by a dielectric barrier that is subjected to a non-uniform electric field in order to produce residual ozone gas using the surrounding medium. The high voltage source used is based on a high efficiency resonant scheme, which allows to reduce losses in relation to other approaches based on forced commutators. Since the main function of a voltage converter is generate the appropriate signals with the highest possible efficiency, the fewest number of components involved, the highest possible power density, and the best compromise between ease of implementation and overall circuit complexity, make the self-switched resonant flyback topology with ZVS (Zero Voltage Switching) modification one solid approach, and represents a suitable method given the low harmonic distortion of the output voltage signal and its high operating frequency, appropriate for the specific application required. The commutation topology using resonant elements is one of the most extensively developed fields in power electronics due to its many advantages over forced commutation. Using this methodology allows the circuit not to generate excessive losses and reduces its impact on overall energy consumption. Additionally, the PCB (Printed Circuit Board) design allows the switching segment to be integrated as a module that can be attached in a simplified way to another prototype without compromising its operation, so that it is easy to work with a variability of gas reactors in order to find the best design for ozone generation. This reduces maintenance costs and extends the life of the device. The high potential of the electric field, achieved by means of the described converters, has widespread uses in the pharmaceutical-chemical industry, medicine and experimentation on ionizing emissions. In future research, it is suggested the incorporation of active control in the switching segment, which would allow an adequate census of the voltage and current variables of the load and the adjustment of the service cycles in order to maintain correct range of the output.

Keywords: Ozone, dielectric barrier discharge, resonant converter, power electronics.

INTRODUCCIÓN

Las primeras observaciones naturales sobre el oxígeno y sus propiedades datan desde el siglo XVII, donde los científicos Joseph Priestley y Lavoisier lo reconocieron como uno de los elementos reactivos esenciales asociados a una gran multitud de compuestos, así como el causante principal de las reacciones metabólicas más básicas en el cuerpo humano (Streng, 1961). Una de las formas alotrópicas del oxígeno es el ozono (O₃), gas azulado, irritante y tóxico al contacto directo que puede ser detectado por una persona en concentraciones de 0.01 ppm. La molécula de O₃ es altamente inestable y se disocia rápidamente en átomos reactivos de oxígeno. El O₃ es mucho más oxidante que la forma natural del oxígeno (O₂) y puede reaccionar con casi cualquier elemento (Gad, 2014).

El O₃ residual en el planeta es producido en su mayoría de forma natural debido a la interacción de moléculas en la atmósfera superior por la radiación ultravioleta del sol, pero una gran parte se produce a nivel superficial a causa de las tormentas eléctricas (Nicholson, 1983). Cuando a un medio contenedor de oxígeno se le aplica una corriente eléctrica, el enlace del O₂ puede romperse y generar O₃ de acuerdo con la siguiente reacción:



En épocas recientes, el ozono ha atraído mucho interés debido a sus múltiples campos de uso: Desinfectante químico, combustible alternativo, terapia médica, industria farmacéutica, manufactura metalúrgica, conservación de alimentos y tratamiento de aguas residuales (Echeverry, 2013; Gujral *et al.*, 2013; UNESCO, 2020). Entre los métodos de obtención de ozono, el de descarga de barrera dieléctrica (DBD) es uno de los más empleados y estudiados para sintetizar O₃ a partir de diversos medios primarios. Consiste en la ionización del aire en una cámara de descargas mediante la aplicación de un campo de alta intensidad en dos electrodos sometidos a diferencia de potencial elevada (Brandenburg, 2017). El esquema general de un dispositivo DBD se muestra en la Figura 1.

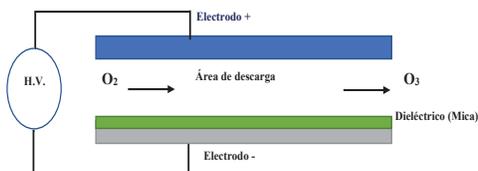


Figura 1. Esquema básico de un dispositivo generador de ozono DBD (descarga de barrera dieléctrica). H.V.=High Voltage (fuente de alto voltaje)

La descarga ocurrirá cuando el gradiente del potencial eléctrico alrededor de un conductor (fuerza del campo eléctrico) sea de la magnitud adecuada para formar una región conductiva, pero no lo bastante grande como para lograr la ruptura del dieléctrico de la barrera, y generar circulación de corriente por él mismo (Novac *et al.*, 2010). La descarga de barrera dieléctrica tiene como principales ventajas que los dieléctricos empleados son materiales comunes no costosos, la instrumentación electrónica permite generar sistemas robustos y confiables, las fuentes primarias de energía eléctrica son abundantes y la descarga permite límites teóricos de generación de O₃ elevados, comparados con tratamientos similares que emplean otros gases ionizados (Huang *et al.*, 2015). Dependiendo del arreglo geométrico de los electrodos, los generadores de ozono DBD pueden ser de tres tipos: 1) descarga de volumen, 2) descarga de superficie, y 3) descarga coplanar (Echeverry, 2013), siendo el segundo el más comúnmente usado por su mayor eficiencia energética y menores costos (Chalmers *et al.*, 1996; Haverkamp *et al.*, 2002).

La obtención de voltajes elevados a partir de fuentes primarias de energía eléctrica, puede obtenerse con la conmutación de circuitos de alta frecuencia, y las combinaciones de filtros resonantes. En este aspecto, son especialmente importantes las consideraciones del diseño magnético para los transformadores, los núcleos de alta permeabilidad y los inductores (Erickson & Maksimovic, 2001). Una fuente de alto voltaje puede ser de corriente alterna (CA) o directa (CD) (Slurzberg & Osterheld, 1965). Aun cuando la corriente alterna plantea facilidades de diseño, emplear fuentes de CD es especialmente útil cuando se deben minimizar los efectos secundarios debido al efecto corona o el efecto piel (Suksri *et al.*, 2009). Adicionalmente, el empleo de modelos de CD permite que los elementos inductivos y capacitivos se replacen por su simplificación más básica en circuitos abiertos o cerrados, de modo que el modelo de control final de un sistema eléctrico puede ser más simple que el de uno basado en CA, si solo se busca determinar la respuesta en estado estable (Fukawa *et al.*, 2008; Xue & Ziqiang, 2018). Estudios previos (Bard & Faulker, 2001; Zeng *et al.*, 2015) muestran que cuando se emplea el método de la descarga de barrera dieléctrica, la excitación de un campo CA mejora la generación de O₃, comparado con las fuentes de CD. En algunas aproximaciones se emplea una señal de CD con componente de CA de alta frecuencia, para utilizar electrodos especiales y maximizar las descargas. Emplear una fuente de CA elimina la necesidad de tapas exteriores de rectificación, y simplifica el diseño del circuito (Sokol *et al.*, 2018). Las fuentes de alto voltaje tienen diversas aplicaciones en la industria: Generación

de ozono, de plasma y rayos X, entre otras (Mao *et al.*, 2017).

De esta manera, el objetivo de este trabajo fue generar ozono con el método de descargas de barrera dieléctrica, utilizando una fuente de alto voltaje resonante basada en conmutación de alta frecuencia. En el apartado de Desarrollo se presenta el diagrama general del proyecto y el diseño del convertidor de alto voltaje con las etapas de conversión CA/CD y CD/CA; en la Discusión y análisis de resultados se describe la validación del circuito propuesto (simulación y construcción), el reactor de gases empleado y la configuración experimental del prototipo, así como los resultados experimentales de voltaje y corriente obtenidos, asimismo, el método de cuantificación del ozono generado. El apartado de Conclusiones muestra algunas consideraciones finales sobre el prototipo propuesto.

DESARROLLO

DIAGRAMA GENERAL DEL PROYECTO

En el diagrama de la Figura 2 se muestran las etapas del proyecto general, identificadas en los recuadros o bloques. Los bloques A y B identifican las conexiones del circuito a la corriente alterna (CA) de una vivienda, en tanto que C₁ y C₂ son las etapas del convertidor de alto voltaje (C₁ = etapa de conversión CA/CD; C₂ = etapa de conversión CD/CA). El proceso, de forma sintética es el siguiente: El voltaje generado en la fuente (etapa de conversión CD/CA) se canaliza al reactor de gases (bloque D) para ionizar el aire y obtener O₃; el aire se obtiene del medio circundante (bloque E) y bombas de aire (bloque F), con las conexiones adecuadas (bloque G). El gas O₃ obtenido en el reactor, se dispersa en un dispositivo *ad hoc* (bloque H) y se aplica al medio a tratar (bloque I), en este caso agua.

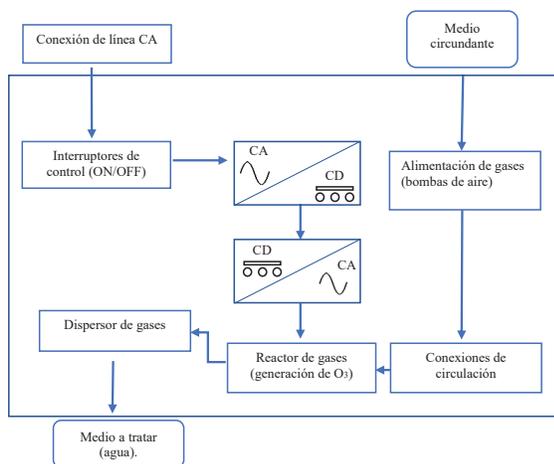


Figura 2. Diagrama general de las etapas del proyecto

DISEÑO DEL CONVERTIDOR DE ALTO VOLTAJE

De acuerdo con los dieléctricos propuestos, se planteó usar un convertidor CA con encadenamiento de CD (convertidor ZVS) para poder emplear la alimentación de línea (120VRMS a 60Hz), y prescindir de circuitos de acondicionamiento adicionales. El esquema eléctrico propuesto se muestra en la Figura 3, dividido en bloques A, B, C y D enmarcados por una línea discontinua. El bloque A constituye el segmento de obtención del encadenamiento de CD (etapa de conversión CA/CD), y consiste en un rectificador no controlado con filtro capacitivo (puente de diodos); la etapa de conversión CD/CA se identifica por los bloques B₁, B₂, B₃ y C. A su vez, los bloques B₁, B₂ y B₃ muestran los elementos involucrados en la conmutación natural del circuito, y lo integran las resistencias de polarización y el devanado de retroalimentación; el bloque C muestra los elementos resonantes: Un switch ZVC compuesto por la inductancia del devanado primario (L1), el capacitor resonante de ajuste (C1) y el transistor BJT (Q1), que actúa de conmutador principal. Finalmente, el bloque marcado con la letra D constituye el segmento de salida del circuito, donde la resistencia ejemplifica la carga acoplada en el secundario.

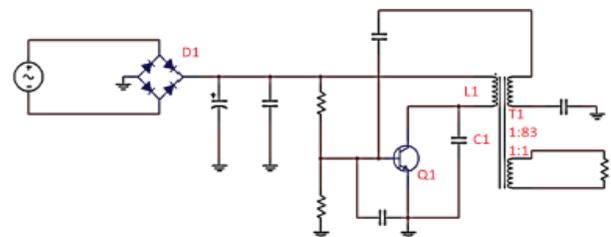


Figura 3. Diagrama eléctrico del convertidor ZVS

PRINCIPIOS CONSIDERADOS EN EL DISEÑO DEL CONVERTIDOR DE ALTO VOLTAJE

En electrónica de potencia es fundamental entender la naturaleza de la carga que se pretende alimentar, esto con la finalidad de plantear la mejor aproximación del circuito que actúa como fuente. Uno de los fundamentos en el diseño del circuito es establecer que un reactor de gases se comporta como una carga mayormente capacitiva, en la que se busca maximizar la ionización de átomos, sin que se afecte el funcionamiento de los electrodos responsables del potencial del campo eléctrico. En ese sentido, la potencia y las frecuencias de operación involucradas están limitadas por el compromiso entre la energía consumida y los dispositivos semiconductores utilizados. Por ejemplo, mientras más potencia consumida, el costo de dichos semiconductores aumenta; dicha relación debe respetar los lineamientos

de seguridad de operación de redes de alto voltaje y maquinas eléctricas utilitarias de la red bajo esquemas domésticos (Novac *et al.*, 2010).

Con base en las referencias consultadas (Erickson & Maksimović, 2001; Suksri *et al.*, 2009; Novac *et al.*, 2010), el voltaje mínimo entre los dos electrodos es el necesario para generar un canal conductivo en el dieléctrico principal, en este caso, representado por el aire circundante. Con un voltaje de ruptura de 30 kV/cm y una distancia media de 0.5 cm, el objetivo es entonces generar al menos 15 kV en el secundario del transformador T1.

La topología Flyback seleccionada para generar la señal adecuada de CA, contempla una aproximación basada en un switch de conmutación natural; este tipo de conmutación presenta las siguientes ventajas respecto a la conmutación forzada: 1) el transformador presenta dos devanados (un primario y dos secundarios), los cuales permiten emplear los voltajes generados en circuitos auxiliares aprovechando un solo núcleo magnético, reduciendo el empleo de componentes pasivos (Mammano, 2001); 2) el devanado primario puede aprovecharse como el inductor principal de la topología resonante. Esto permite asimismo plantear una frecuencia natural y un capacitor adecuado mediante la ecuación de resonancia serie:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

Por otro lado, el diseño aislado de la fuente permite relacionar las potencias consumidas en ambos segmentos con la ley de Ohm. Siguiendo el criterio de otras aplicaciones documentadas (Erickson & Maksimović, 2001; Fukawa *et al.*, 2008; Novac *et al.*, 2010), el lado secundario sostiene una corriente instantánea de hasta 1mA; esto implica un consumo ideal de 15W bajo condiciones de carga puramente resistiva. Este modelo resistivo se empleó en el proceso de simulación y dimensionamiento del circuito.

Para el caso del reactor de gases, éste es comúnmente modelado como una carga puramente capacitiva, donde se presenta una capacitancia característica de los dieléctricos involucrados. La corriente de carga y descarga de estos capacitores equivale a la corriente presente en las descargas en el dieléctrico (Goldston & Rutherford, 1995). Estas corrientes en las descargas son en realidad corrientes breves de alta frecuencia, determinadas principalmente por la disposición geométrica de los electrodos y la configuración del campo eléctrico establecido, antes de presentarse la región conductiva y la descarga misma. Esto nos indica que la carga no re-

quiere una decisión específica de los puntos de polaridad, y puede ser acoplada a una fuente de CA.

Dentro de la cámara del reactor se emplea aire a condiciones normales, y su constante dieléctrica es considerada 1. El voltaje de ruptura del aire es 3×10^6 V/m o 3×10^4 V/cm (Brown *et al.*, 2018). El voltaje mínimo requerido para sostener las descargas es entonces la mitad de la ruptura del dieléctrico con la mayor tolerancia, y será de 15 kV_{p-p}. La frecuencia de la señal se establece de 20 kHz, como mínimo. Los diseños convencionales de lámparas de ionización de gases (CCFL) operan potencias entre los 15 y 50 Watts; esta potencia se mide en la conexión de la línea de alimentación, porque las lámparas operan con factores de potencia pobres en la carga, debido a las características capacitivas predominantes. El circuito se diseña entonces para emplear la menor potencia posible, en este caso 15 Watts.

Un diseño que emplea señales senoidales, disminuye considerablemente el problema de los sobre-tiros de alta frecuencia a los que son sometidos los dispositivos en fuentes conmutadas. Sin estos sobre-tiros, las pérdidas debidas a los componentes resistivos parasitarios son también reducidas (Rashid, 2006). Una desventaja importante en este modelo es que carece de control activo, y esto puede dificultar obtener una regulación efectiva de la transferencia de energía en el núcleo del transformador, causando que algunos efectos no deseados sean exacerbados. Sin embargo, la naturaleza de la carga propuesta no requiere una circulación de corriente constante, por lo que la potencia demandada tampoco lo es y, en consecuencia, esta dificultad no representa un compromiso importante para la fiabilidad del circuito propuesto (Xue & Ziqiang, 2018).

Con el diseño de retroalimentación adecuado no solo es posible prescindir de los circuitos de control de compuerta, sino que puede operar en dos modos concretos de conmutación, conocidos como ZVS (Zero Voltage Switching) y ZCS (Zero Current Switching), en donde el estrés sobre el conmutador y las pérdidas asociadas son reducidas. La generación de las señales sinusoidales resonantes reduce la presencia de armónicos de alta frecuencia y, como consecuencia, también disminuye el ruido y las posibilidades de voltajes inducidos en circuitos adyacentes (Erickson & Maksimović, 2001; Novac *et al.*, 2010; Palanisamy *et al.*, 2013).

Dado que en la aproximación del switch resonante se agrega una inductancia y una capacitancia, la presencia de éstas en cables y conectores (parásitas) puede ayudar a mejorar el desempeño del circuito, en lugar de deteriorarlo (Palanisamy *et al.*, 2013). En el convertidor propuesto se emplea, además, una inductancia que comparte el mismo núcleo del transformador (denominada inductancia o devanado de retroalimentación), y

que es conectada directamente a la compuerta del conmutador. Esto permite operar en un principio a una frecuencia de conmutación fija, determinada únicamente por los valores de los elementos pasivos involucrados en el camino de retroalimentación (Facta *et al.*, 2008). Como no se pretende alimentar una carga estática, la transferencia de energía del convertidor no es constante y la frecuencia puede cambiar en sintonía con la corriente de salida.

Por otro lado, la frecuencia de resonancia es siempre superior a la frecuencia de conmutación, esto debido a que los dispositivos semiconductores tienen tiempos de respuesta limitados. El circuito presenta, entonces, un amortiguamiento en la oscilación que determina la frecuencia en estado estable, a diferencia de la frecuencia esperada a partir únicamente de la combinación de elementos LC (inductivos y capacitivos) (Wintrich *et al.*, 2015; Panuwatsuk & Duanden, 2016).

Adicionalmente, colocando un capacitor paralelo al conmutador se consigue que el dispositivo se active o desactive en voltaje cero al cambiar la forma de onda al conmutar de estados. Las capacitancias parásitas del dispositivo se suman a esta capacitancia paralela y afectan únicamente a la frecuencia resonante. Una vez propuesto un inductor, se puede despejar la capacitancia requerida para una frecuencia determinada. El dimensionamiento de los elementos pasivos secundarios se realiza considerando la máxima frecuencia esperada; puesto que la forma de onda de voltaje sobre el primario del transformador es senoidal, la corriente asociada que fluye a través del primario también lo será, y su magnitud puede encontrarse mediante la determinación de su valor de reactancia inductiva a la frecuencia resonante. Esta corriente del lado primario es proporcionada por la fuente de CD, conformada por el rectificador no controlado con filtro capacitivo. En Rashid (2006) se describe cómo funciona en detalle un convertidor resonante ZVS estándar, de donde se puede observar cómo las formas de onda de los voltajes del capacitor resonante y la corriente del inductor involucran componentes sinusoidales.

Los voltajes máximos del capacitor y del interruptor de potencia, contienen un componente adicional al del voltaje de entrada V_{in} , que debe ser considerado en el diseño como un factor adicional de seguridad.

En los siguientes apartados se describen con mayor detalle las etapas de conversión CA/CD y CD/CA del convertidor de alto voltaje propuesto.

ETAPA DE CONVERSIÓN CA/CD

Un principio importante, es que el voltaje de alimentación de la línea se asume con un máximo de desviación

de 5 % al valor nominal previamente establecido. Con estos parámetros, un rectificador simple no controlado de filtro capacitivo permite obtener un riel de corriente directa que actúa como el suministro principal en la etapa de conmutación (IEEE, 1987). Con un voltaje pico máximo de la línea de 180V (obtenidos a partir de la ecuación $v_{pico} = V_{rms} \times \sqrt{2}$ más la tolerancia de 5 %), y el factor de seguridad adecuado, cada diodo rectificador se propone con un voltaje de ruptura inverso de 300V.

La corriente que circula por el primario está determinada por la frecuencia de conmutación y el valor de la reactancia que presenta el inductor, cuando se concediera un estímulo puramente sinodal, como se describe en Rashid (2006). Para una frecuencia de 50 kHz, el valor máximo de esta corriente es de hasta 2.81 A. El valor del capacitor de filtrado se determina con la restricción del rizo máximo permitido en el riel de directa, y la ecuación (3) del voltaje de rizo pico a pico (Rashid, 2006).

$$V_{rizo_{p-p}} = \frac{V_m}{2fR_L C_f} \quad (3)$$

Siguiendo las directrices del diseño de fuentes conmutadas, un capacitor adicional con baja resistencia serie equivalente y una capacitancia de entre 0.1 uF y 0.5uF, paralelo al de filtrado principal, reduce el ruido de alta frecuencia que puede presentarse en la línea debido a cargas adicionales (Erickson & Maksimović, 2001; Panuwatsuk & Duanden, 2016). De acuerdo con las condiciones de operación, un puente rectificador integrado como el GBUE2560-M3/P es adecuado para emplearse en este segmento.

ETAPA DE CONVERSIÓN CD/CA

Como elemento de conmutación (Q1), se seleccionó un transistor BJT debido al amplio margen del voltaje de ruptura V_{CE} y la capacidad de corriente I_C que ofrecen, en comparación con otras tecnologías de encapsulado similar (Erickson & Maksimović, 2001; Panuwatsuk & Duanden, 2016). En el transitorio de encendido, el punto de polarización directa se obtiene mediante la configuración de divisor de tensión que generan los resistores en el nodo de base del transistor. Para llevar el transistor al punto de saturación, se debe garantizar una corriente de base de 300mA; cuando el transistor se encuentra en saturación, la corriente de CD circula por L1 (switch ZVC) y esta a su vez actúa como la corriente magnetizante en el núcleo del transformador. El voltaje inducido en el devanado secundario de realimentación, carga el capacitor de base del transistor y detiene el flu-

jo de corriente; de este modo, el transistor entra en modo de corte. Con el colapso de la corriente a través de L1, el voltaje inducido en el secundario cambia de polaridad, y la corriente del capacitor de base fluye en sentido contrario descargando el capacitor. Con esto, el voltaje de polarización directa vuelve a establecerse, y el transistor entra de nuevo en estado de saturación. Este ciclo natural de carga y descarga determina el ciclo del switch resonante integrado por Q1, L1 y C1 (Figura 3).

Empleando la ecuación (3) expresada en Hertz, el capacitor adecuado para conseguir la frecuencia requerida puede determinarse considerando una inductancia fija, de acuerdo con la hoja de características del transformador de 205uH y una frecuencia deseada de 50kHz (ecuación 4).

$$Fr = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}} \tag{4}$$

$$50000 = \frac{1}{(2\pi)(C)(205\mu H)}$$

$$C = 49.1nF$$

Los parámetros del transformador se especifican en la Tabla 1, de acuerdo con la hoja de características proporcionada por el fabricante.

Al carecer de control activo y etapa rectificadora de salida, el convertidor puede transferir energía entre etapas, basado únicamente en la carga vista en el bloque del reactor y así autorregular el ciclo de servicio. La frecuencia de descargas y la producción de O₃ es entonces dependiente de las condiciones dentro del reactor y el gas de alimentación primario; la frecuencia de conmutación está, entonces, en sintonía con la corriente de salida.

Tabla 1. Datos del transformador

Inductancia del primario (L1)	205μH
Inductancia del secundario (L3)	1.3H
Inductancia del secundario (L2)	105 μH
Relación efectiva L1/L2	1:1.93 ± 1%
Relación efectiva L1/L3	1:80 ± 1%

DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

VALIDACIÓN DEL CIRCUITO

a) Simulación

Para demostrar la factibilidad del circuito propuesto se obtuvieron resultados numéricos usando el simulador PSpice 3.0 (incluido en NI MultiSim). La Figura 4 muestra el circuito implementado, donde la fuente de CD presenta la etapa de rectificación y la etapa de filtrado posterior, esto para mantener el rizo de voltaje por debajo de 10 % de desviación del valor nominal de CD esperado. La resistencia de carga es fija con resistencia de 15k Ω, con el objetivo de demostrar el comportamiento del circuito y las máximas variaciones esperadas. El modelo del transformador establece un acoplamiento unitario entre los devanados.

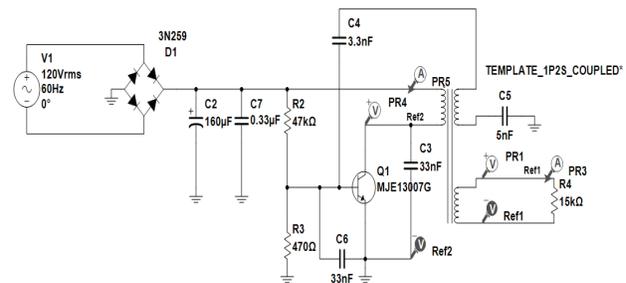


Figura 4. Circuito empleado en la simulación

Las Figuras 5 y 6 muestran el voltaje y la corriente, respectivamente, del devanado primario del transformador y en ellas se aprecia la naturaleza cuasi-senoidal de las señales involucradas; la naturaleza esencialmente senoidal de las formas de onda permite relacionar los voltajes primario y secundario, esto mediante la relación de vueltas del transformador y comprobar así el principio del equilibrio de los Volts-segundo a los que se somete el inductor. La poca distorsión observada (Figuras 5 y 6) de la corriente magnetizaste, se debe a que el factor de acoplamiento es elevado y no existe saturación. Las Figuras 7 y 8 muestran el voltaje y corriente del devanado secundario usado como salida del convertidor, y la magnitud de las señales sobre la carga.

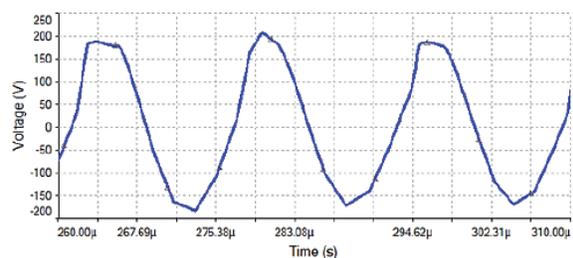


Figura 5. Voltaje en L1

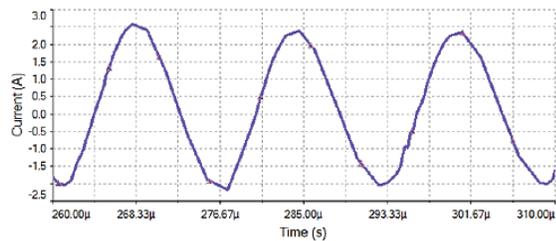


Figura 6. Corriente de L1

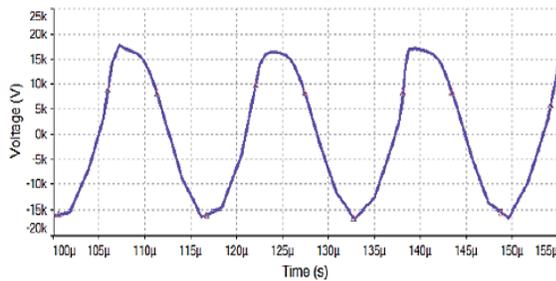


Figura 7. Voltaje en L3

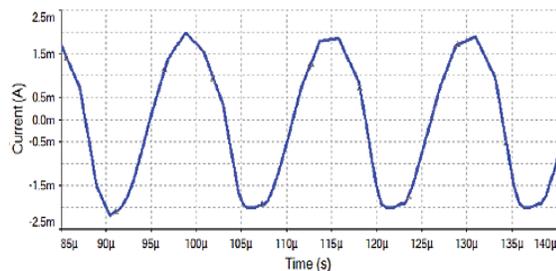


Figura 8. Corriente en L3

Considerando que el objetivo fue generar al menos 15 kV en el secundario, los resultados de la Figura 7 (periodo de 17µs y 30kVp – p) muestran el correcto funcionamiento del convertidor de alto voltaje y la magnitud adecuada para generar descargas en la barrera, de acuerdo con los dieléctricos involucrados. En la Figura 9 se muestran el voltaje y la corriente a la que se ve sometido el conmutador de potencia; dado que se trata del equivalente resonante de un conmutador convencional, la tensión CE se ve duplicada respecto al valor máximo de la fuente. En el caso de la corriente, aun cuando el valor RMS permanece en el rango esperado, la corriente se eleva durante las transiciones a valores superiores a los 5A.

Aun cuando estos transitorios están presentes en el dispositivo de conmutación si no hay voltaje entre terminales, la operación ZVS no puede garantizarse en un dispositivo real bajo todas las condiciones de operación; es por eso que debe considerarse un factor de seguridad superior, y aun dotar al conmutador de un disipador de calor adecuado. Aunque la potencia despejada esperada es baja debido a la operación de conmutación ZVS, las frecuencias con que se opera el

circuito causarán un incremento importante de la temperatura; la elevada temperatura se controlará con las dimensiones correctas del disipador, y los factores de máxima temperatura de la unión PN del transistor.

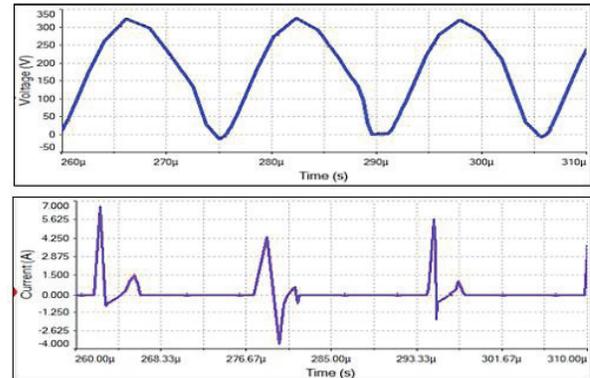


Figura 9. Voltaje (azul) y corriente (morado) en Q1

b) Construcción del circuito

En la Tabla 2 se muestran los componentes específicos usados en la construcción del convertidor de acuerdo con los valores simulados, las máximas variaciones y los factores de seguridad adecuados. Los componentes son montados en una placa de circuito (PCB, printed circuit board), diseñado en el software KiCAD EDA 5.1. Se agrega un plano laminar de cara completa, conectado a tierra para minimizar las radiaciones electromagnéticas a circuitos cercanos.

Tabla 2. Elementos activos y pasivos

Transistor de conmutación	2SC3150
Diodos de rectificación	GBUE2560
Transformador	TR-310H
Resistores	½ Watts, TH, Carbón
Capacitores	TH, Cerámicos

El tamaño completo del PCB es de 76mm por 63mm. En la Figura 10 se muestran los factores de forma de los componentes usados y las conexiones mecánicas del PCB.

REACTOR DE GASES

El diseño del reactor se realizó con base en los principios de Echeverry (2013) y Brandenburg (2017). La barrera dieléctrica se implementó con un reactor cilíndrico de cristal, que contiene los electrodos de descarga separados por un cilindro adicional, concéntrico al primero y compuesto de acrílico PVC (Figura 11). La longitud

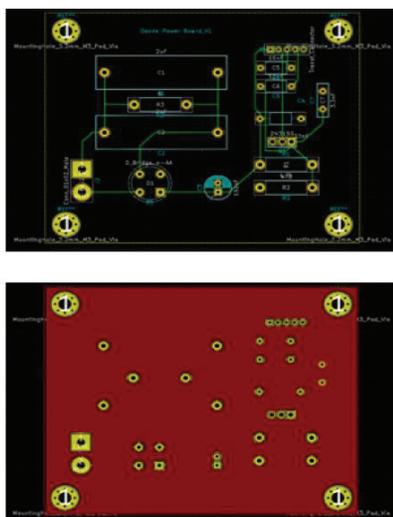


Figura 10. (Arriba) Cara superior del PCB (Printed Circuit Board) donde se muestran los nodos del circuito. (Abajo) Cara superior del PCB, circuito con el plano de tierra activo

del reactor es de 200 mm, y posee una entrada y una salida en ambos extremos para los gases reactivos. La configuración está diseñada para ser usada con un flujo de aire de hasta 1l/min. Dado que se busca la producción de un campo eléctrico no homogéneo, el electrodo de alto voltaje está compuesto de una hoja de aluminio de grosor de 0.2 mm, y se extiende dentro del cilindro de acrílico para generar superficies “afiladas” que aportan una geometría óptima para las descargas.

Aunque el radio del reactor no es uniforme debido a las propiedades del material, su diámetro promedio es de 1 mm. El electrodo de referencia está compuesto de cobre revestido y rodea la superficie del dieléctrico en forma helicoidal, con una separación entre vueltas de 3 mm. Esta disposición maximiza el espacio disponible, el número de descargas y la obtención de O₃ residual al generar una distribución de campo eléctrico no uniforme; además, evita un exceso de corriente en una zona concentrada, de modo que puedan originarse canales de plasma centralizados.

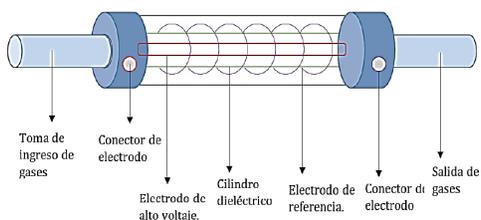


Figura 11. Diagrama del reactor de gases y DBD (descarga de barrera dieléctrica)

CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL DEL PROTOTIPO

El prototipo implementado (ozonificador) se observa en la Figura 12, el cual se ubica dentro de un encapsulado plástico que contiene los controles de encendido y operación.

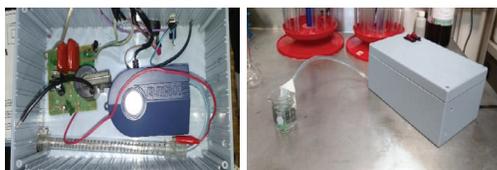


Figura 12. Elementos centrales del ozonificador: 1: Parte interna del prototipo, donde a) = convertidor de alto voltaje, b) = circulación de gases, c) = reactor de gases. 2: Exterior del prototipo listo para usarse, donde d) = encapsulado plástico, e) = conexión para el ozono generado, f) = dispersor, g) = medio a tratar (agua)

RESULTADOS EXPERIMENTALES DE VOLTAJE Y CORRIENTE

En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos de voltaje, corriente y potencia (entrada y salida) en el convertidor. La tabla permite una valoración clara de la eficiencia del convertidor eléctrico cuando se compara la entrada principal del sistema (tras la rectificación) y la salida (reactor de gases). Los valores RMS son útiles para determinar las potencias involucradas en señales de CA.

Tabla 3. Resultados experimentales de voltaje de entrada y salida ($V_{in} - V_{out}$) en el convertidor, potencia ($P_{in} - P_{out}$) y corriente ($I_{in} - I_{out}$)

Nombre de referencia	Valor
V_{out}	2910V _{RMS}
I_{out}	7.6mA _{RMS}
P_{out}	22.116W
V_{in}	94.8V _{RMS}
I_{in}	336mA _{RMS}
P_{in}	31.85W
Eficiencia de conversión (η)	69.43 %

La Figura 13 muestra el voltaje y la corriente del devanado primario del transformador operando en estado estacionario; el factor de atenuación es de 1:1V/V. Se observan las señales senoidales con una distorsión, la cual es causada por la no idealidad de los elementos reales. Las corrientes de fuga que generan las oscilaciones superpuestas a la señal principal, indican un factor de acoplamiento en el transformador inferior a la unidad, lo cual es esperado considerando que un factor de acoplamiento igual a la unidad no es realista y cualquier desviación es esperada e inherente al proceso de fabricación del componente.

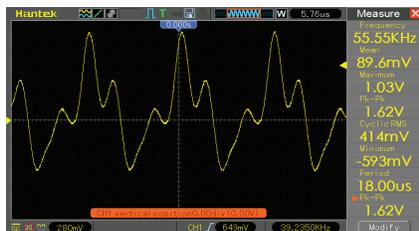
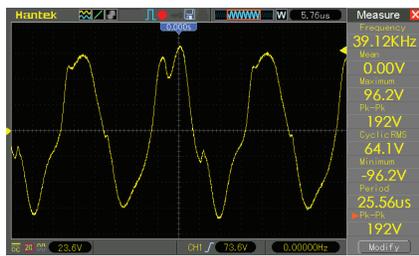


Figura 13. Voltaje y corriente del devanado primario

En la Figura 14 se muestra el valor de la tensión de salida, y puede observarse que el componente puramente senoidal y sus dimensiones son consistentes con el modelo de simulación previamente realizado (Figura 7). El factor de atenuación es de 1:1000V/V. De esta manera, el uso del transformador y un switch resonante permitió obtener este tipo de señales senoidales a partir de una etapa de CD, con pocas pérdidas asociadas y armónicos reducidos, como lo plantean otros autores (Rashid, 2006). Esta es la señal principal de interés, dado que se acopla directamente a los electrodos del reactor de gases. Las diferencias que se observan entre la simulación (señal con distorsión, Figura 7) y lo experimental (señal sin distorsión, Figura 14), se debe a que un experimento eléctrico siempre involucra las cargas adicionales de sus elementos de medición (i.e. osciloscopios y multímetros), los cuales tienen integrados elementos de filtrado y convertidores analógicos-digitales que procesan la señal.

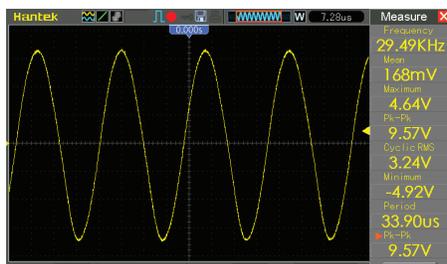


Figura 14. Voltaje en L2

CUANTIFICACIÓN DE OZONO

Para las pruebas químicas se empleó la valoración colorimétrica de la concentración de O_3 generado, usando el

índigo carmín ($C_{16}H_8H_2Na_2O_8S_2$), un tipo de colorante ampliamente usado en la industria alimentaria y farmacológica (Brown *et al.*, 2018). La preparación de la solución consistió en tomar una muestra de 200 ml de agua destilada a la cual se adicionaron 0.8 g de índigo carmín y se mezcló cuidadosamente (Sánchez, 2014); la solución obtenida, de intenso color azul se somete a la acción del O_3 generado en el dispositivo. El O_3 oxidará la solución reduciendo la concentración del índigo carmín hasta que todo el colorante sea consumido y la solución tome un color transparente; otras investigaciones sobre generación de ozono han utilizado el procedimiento colorimétrico para confirmar la presencia del O_3 (Kamel *et al.*, 2018). El O_3 producido será proporcional a la cantidad de índigo carmín oxidado (Eaton *et al.*, 2005). Cada 0.05 ml de esta solución que sea oxidada por el ozono generado equivaldrá a 60 $\mu\text{g/L}$ de concentración de ozono residual. Dado lo anterior, el flujo de ozono por unidad de tiempo se valora a partir de la concentración de ozono (240 mg/L) en la solución de 200 ml de índigo carmín oxidada.

La Figura 15 muestra la prueba para la determinación de ozono en el prototipo utilizando el colorante índigo carmín. El recipiente del extremo izquierdo, a) muestra la disolución de índigo carmín original en agua destilada (200 mL), el del centro b) el testigo con agua destilada y el del extremo derecho c) presenta la disolución de índigo carmín después de ser sometida durante 1330 segundos al gas residual O_3 generado en el prototipo implementado. Se puede apreciar el cambio de la tonalidad azulada a transparente de la muestra original, causada por la degradación del colorante por efecto del O_3 . Este cambio de color indica la funcionalidad del prototipo para la generación de O_3 .

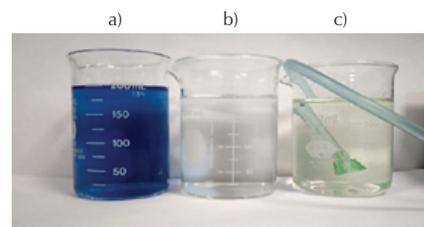


Figura 15. Prueba de generación de gas ozono por colorimetría. a) disolución de índigo carmín, b) agua destilada, c) disolución de índigo carmín tratada con ozono

Considerando el tiempo transcurrido en la prueba y el volumen de disolución de índigo carmín usado, la tasa de producción de O_3 del prototipo se establece como:

$$O_3 = \frac{200\text{mL} \times 0.060 \frac{\text{mg}}{\text{L}}}{0.05\text{ml} \times 1330\text{s}} = \frac{0.18 \frac{\text{mg}O_3}{\text{L}}}{s} = 0.648 \frac{\text{g}O_3}{\text{L}} / h \quad (5)$$

CONCLUSIONES

La principal función de un convertidor de voltaje es generar las señales adecuadas con la mayor eficiencia posible, el menor número de componentes involucrados, la mayor densidad de potencia posible y el mejor compromiso entre facilidad de implementación y la complejidad general del circuito. En este aspecto, la topología Flyback resonante auto conmutado con modificación ZVS usada en este trabajo, puede considerarse una aproximación adecuada debido a la baja distorsión armónica de la señal de tensión de salida obtenida y su alta frecuencia de operación, adecuada para la aplicación en el prototipo propuesto. Gracias al aislamiento logrado en el prototipo, los altos voltajes del segmento secundario pueden ser operados con seguridad, sin comprometer los componentes de conmutación.

Debido a la alta variabilidad de la naturaleza de la carga, no fue posible realizar un cálculo preciso de las potencias involucradas en los segmentos de salida, debido también a las interferencias presentes y sus correspondientes contribuciones a la distorsión de las señales esperadas. Esta variabilidad se debe a los múltiples efectos que la composición química, forma geométrica, disposición espacial o configuración precisa de los electrodos tienen sobre el modelado de la carga. Sin embargo, las aproximaciones realizadas mediante la valoración de las formas de onda en los componentes de CD permitieron obtener una idea general de la eficiencia cuando el análisis de CA no es crítico.

El enfoque dado en este trabajo al dispositivo generador de ozono, permitió cumplir por otro lado, con las necesidades de manipulación y espacio físico disponible, considerando que éste puede ser funcional en un laboratorio experimental con bajo presupuesto. Las cantidades generadas de O₃ son acordes a la potencia consumida y el medio primario de alimentación del reactor, y la solución desarrollada para emplear dicho medio cumple con los alcances propuestos. La cuantificación del ozono residual fue exitosa de acuerdo con el proceso estándar utilizado, y esta prueba rápida permitió determinar su utilidad en el tratamiento de agua contaminada con colorantes.

En futuras investigaciones, se sugiere la incorporación de un control activo en el segmento de conmutación, lo cual permitiría un censado adecuado de las variables de voltaje y corriente de la carga y el ajuste de los ciclos de servicio, esto con el fin de mantener un rango adecuado de salida. Combinar técnicas de control PWM (Pulse Width Modulation) en fuentes conmutadas que emplean semiconductores, junto a elementos resonantes LC (inductivos y capacitivos), constituye la aproximación más amplia en la frontera de desarrollo en electrónica de potencia (estado del arte).

REFERENCIAS

- Brandenburg, R. (2017). Dielectric barrier discharges: progress on plasma sources and on the understanding of regimes and single filaments. *Plasma Sources Science and Technology*, 27, 079501. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6595/aa6426/pdf>
- Bard, A. J., & Faulkner, L. R. (2001). *Electrochemical methods: Fundamentals and applications*. John Wiley & Sons, Inc.
- Brown, T. E., LeMay, H. E., Bursten, B. E., Murphy, C., Woodward, P., & Stoltzfus, M. E. (2018). *Chemistry: The Central Science*. Pearson Education.
- Chalmers, I. D., Zanella, L., & MacGregor, S. J. (1996). Ozone generation using pulsed corona in a wire/cylinder arrangement. En IEE Colloquium on Pulsed Power '96. Recuperado de https://digital-library.theiet.org/content/conferences/10.1049/ic_19960381
- Eaton, A. D., Clesceri, L. S., Rice, E. W., & Greesberg, A. E. (2005). *Standard methods for the examination of water and wastewater*. Ed. 21. Washington, EUA: American Public Health Association, 1208 p.
- Echeverry, D. F. (2013). Developments of ozone generation using dielectric barrier discharge at the Universidad del Valle. *Ingeniería y Competitividad*, 15(2), 69-76.
- Erickson, R. W., & Maksimović, D. (2001). *Fundamentals of power electronics*. Kluwer Academic Publishers.
- Facta, M., Salam, Z., Jusoh, A., & Bin-Buntat, Z. (2008). Improvement in ozone generation with low voltage high frequency power converters. En IEEE 2nd International Power and Energy Conference, pp.1446-1450.
- Fukawa, F., Shimomura, N., Yano, T., Yamanaka, S., Teranishi, K., & Akiyama, H. (2008). Application of nanosecond pulsed power to ozone production by streamer corona. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 36 (5), 2592-2597. <http://doi:10.1109/TPS.2008.2004372>
- Gad, S. C. (2014). *Ozone*. En Encyclopedia of Toxicology (3, 747-50) Academic Press: Third Ed.
- Gujral, S. S., Nand, P., & Vashist, N. (2013). Ozone therapy: A milestone in the treatment of ailments. *Indo Global Journal of Pharmaceutical Sciences*, 3(2), 167-173. <https://doi.org/10.35652/igjps.2013.19>
- Goldston, R. J., & Rutherford, P. H. (1995). Introduction to plasma physics. *Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia*. <https://doi.org/10.1201/9780367806958>
- Haverkamp, R. G., Miller, B. B., & Free, K. W. (2002). Ozone production in high frequency dielectric barrier discharge generator. *Ozone Science & Engineering*, 24, 321-328. <https://doi.org/10.1080/01919510208901623>
- Huang, G. M., Zhou, Y. J., Wilson, M. P., Wang, T., Timoshkin, I. V., MacGregor, S. J., & Given, M. J. (2015). Investigation of pulsed micro-discharges and ozone production by dielectric barrier discharges. Department of Electronic and Electrical Engineering, Pulsed Power Conf, 1-4. Recuperado de <https://doi.org/10.1109/PPC.2015.7296960>.
- Institute of Electrical and Electronics Engineer (IEEE). (1987). IEEE Standard for Electrical Measuring Transducer for Converting

- AC Electrical Quantities into DC Electrical Quantities. In *ANSI/IEEE*, 1-20. <https://doi.org/10.1109/IEEESTD.1987.122820>
- Kamel, N., Mostéfa, B., Amar, T., & Said, N. (2018). Experimental study of a dual discharge ozone generator for water treatment. International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM). Recuperado de <https://doi.org/10.1109/CISTEM.2018.8613537>
- Mao, S., Zhang, P., Popovic, J., & Ferreira, J. A. (2017). Diode reverse recovery analysis of Cockcroft-Walton voltage multiplier for high voltage generation. IEEE 3rd Int. Futur. Energy Electron. Conferencia ECCE Asia, IFEEC-ECCE Asia, 17651770. Recuperado de <https://doi.org/10.1109/IFEEC.2017.7992315>
- Muhammad, H. R. (2006). *Power electronics handbook: Devices, circuits, and applications*. Burlington, MA: Academic Print.
- Mammano, B. (2001). Resonant mode converter topologies. Texas instruments documentations on power technology. Recuperado de <file:///C:/Users/Admin/Downloads/SEM600%201988%20Resonant%20Mode%20ConverterTopologies.pdf>
- Nicholson, D. R. (1983). *Introduction to plasma theory*. John Wiley & Sons. New York, 292 p.
- Novac, B. M., Smith, I. R., Senior, P., Parker, M., & Louverdis G. (2010). High-voltage pulsed-power sources for high-energy experimentation. IEEE International Power Modulator and High Voltage Conference, pp. 345-348. Recuperado de <https://doi.org/10.1109/IPMHVC.2010.5958364>
- Panuwatsuk, W., & Duanden, P. (2016). Fabrication of ozone generator for indoor air quality. Management and innovation technology international conference (MITicon), MIT-1-MIT-3. Recuperado de <https://doi.org/10.1109/MITICON.2016.8025261>
- Palanisamy, K., Rajasundrapandianleebanon, T., & Arthi, K. (2013). A comparative study on transformer less full bridge inverter for ozone generator. International Conference on Smart Structures and Systems-ICSSS'13, pp. 1-5. Recuperado de <https://doi.org/10.1109/ICSSS.2013.6622998>
- Rashid, M. H. (2006). *Power electronics handbook: Devices, Circuits, and Applications*. Burlington, MA: Academic.
- Slurzburg, M., & Osterheld, W. (1965). *Essentials of electricity-electronics*. McGraw-Hill Book Company, New York, N Y.
- Suksri, A., Kamchanalekha, K., Tonmitra, K., & Apiratikul, P. (2009). A comparative study on suitable high voltage sources for ozone generation. 2009 6th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology, 01, 296-299. <https://doi.org/10.1109/ECTICON.2009.5137012>
- Sokol, Y., Kulichenko, V., Tomashevskiy, R., & Makhonin, M. (2018). Analysis of Influence of the design of the discharge chamber on the ozone generator parameters. En IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO), 360-364. Recuperado de <https://ieeexplore.ieee.org/document/8477441>
- Streng, A. G. (1961). Tables of ozone properties. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 6(3), 431-436.
- UNESCO (2020). A world water development report. Recuperado de: <https://www.unwater.org/publications/world-water-development-report-2020/>
- Sánchez, G. (2014). *Diseño y construcción de un sistema de ozonificación para purificación de agua alimentado con energía solar* (Tesis de maestría). Instituto Politécnico Nacional, CIIDIR, Unidad Michoacán.
- Wintrich, A., Nicolai, U., Tursky, W., & Reimann, T. (2015). Application manual power semiconductors. ISLE Verlag, a commercial unit of the ISLE Association Werner-von-Siemens-Strasse 16: SEMIKRON International GmbH.
- Xue, L., & Ziqiang, W. (2018). Research on mixing power supply for ozone generator, 2017. En 2nd International Conference on Robotics and Automation Engineering (ICRAE), pp. 280-284. Recuperado de <https://doi.org/10.1109/ICRAE.2017.8291395>
- Zeng, J., Liu, J., Yang, J., & Luo, F. (2015). A voltage-feed high-frequency resonant inverter with controlled current output as a high-frequency AC power source. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 30(9), 4854-4863. <https://doi.org/10.1109/TPEL.2014.2360836>

Cómo citar:

Pimentel-Velázquez, L. A., Suárez-Aparicio, H., & Velázquez-Machuca, M. A. (2023). Prototipo generador de ozono basado en fuente de alto voltaje y descarga de barrera dieléctrica. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-11. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.013>



Diagnóstico cartográfico preliminar para compensaciones ambientales y geológicas en el municipio de Guadalupe, Nuevo León

Preliminary cartographic diagnosis for environmental and geological compensations in the municipality of Guadalupe, Nuevo León

Rubio-Cisneros Igor Ishi

Universidad Autónoma de Nuevo León

Secretaría de Extensión y Cultura,

Colegio Civil Centro Cultural Universitario

Correo: igor_rubio@yahoo.com

<https://orcid.org/0000-0001-8075-7617>

Resumen

Este trabajo combina la ingeniería aplicada y los servicios ambientales para el bienestar del municipio de Guadalupe en el estado de Nuevo León. El norponiente del río y cerro de la Silla es zona con riesgos geológicos e hidrometeorológicos, ahí la población está vulnerable en cada evento meteorológico y recursivamente los daños ascienden a millones de pesos (mdp). Existen dos herramientas para prevenir y compensar los daños en 24 colonias distribuidas en 6 cuencas hidrológicas superficiales con encharcamientos y susceptibles de riesgo geológico reportados en el Atlas de Riesgos Estatal. Se identificaron algunas zonas para mejorar, regenerar y ampliar el espacio público en parques, cañadas, glorietas, y camellones. El método de línea clave o *key line* es un diseño hidrológico del terreno para controlar el escurrimiento del agua, la distribución de la infraestructura y los patrones de las áreas verdes en las colonias. A cada espacio público se le calculó el valor económico de los servicios ambientales en la superficie con riesgos geológicos e hidrometeorológicos. El valor estimado de los servicios ambientales es para 21 aspectos de lo urbano y natural. Los servicios incluyen la protección a las inundaciones, la cobertura y erosión del suelo, la estabilidad y contención del macizo rocoso, entre otros. Mantener un ordenamiento con ingeniería de los espacios públicos garantiza la prevención ante algún agente perturbador producido por la naturaleza o inducido. De esta investigación, la mitigación del riesgo en los espacios públicos puede producir servicios ambientales por \$28.7 mdp para zonas susceptibles con riesgo geológico y \$23.8 mdp para la protección a inundaciones. Valorar los beneficios de los espacios urbanos junto con los servicios en geología e hidrometeorología pueden ser útiles para evaluar los desastres naturales y en la toma de las decisiones para proteger a la población.

Descriptores: Desastres naturales, ingeniería geológica, hidrometeorología, método línea clave, *key line*, servicios ambientales.

Abstract

This work combines applied engineering and environmental services for the well-being of the municipality of Guadalupe in the state of Nuevo León. The northeast of the river and Cerro de la Silla is an area with geological and hydrometeorological risks, in there, the population is vulnerable to each meteorological event, and recursively, the damages arise to millions of pesos (mop.). Two tools prevent and compensate for damage in 24 neighborhoods distributed in 6 surface watershed basins with flooding and susceptible to geological risk reported on the State Risk Atlas. Some areas were identified to improve, regenerate and expand the public space of parks, gullies, traffic circles, and medians. The key line method is a hydrological design of the land to control runoff, the distribution of infrastructure, and the patterns of green areas of the neighborhoods. For each public space, the economic value of environmental services was calculated in areas with geological and hydrometeorological risks. The estimated value of environmental services is for 21 urban and natural aspects. The services include flood protection, soil cover and erosion, rock mass stability and containment, among others. Keeping the order of public spaces with engineering guarantees prevention against any disturbing agent produced by nature or induced. From this investigation, risk mitigation in public spaces can produce environmental services for \$28.7 million pesos for susceptible areas with geological risk and \$23.8 million pesos for flood protection. Assessing the benefits of urban spaces together with geology and hydrometeorology services can help evaluate natural disasters and for decision-making to protect the population.

Keywords: Natural disasters, geological engineering, hydrometeorology, key line method, environmental services.

INTRODUCCIÓN

El área metropolitana de Monterrey (AMM) vive tiempos sumamente complicados causados por factores naturales y decisiones inadecuadas, las cuales han impactado la vida y su modernidad. Es urgente la recuperación de los bienes materiales y económicos en sus sierras y cuencas, suelos, su biodiversidad, el aire y el patrimonio natural y humano. Sin la regeneración de los elementos naturales, la salud de los habitantes, igualmente afectada, no podrá recuperarse del desequilibrio y la desigualdad. El urbanismo inadecuado es copartícipe de una expresión geográfica desarticulada de la naturaleza y sus leyes. Una adecuada planeación requiere ejercer un menor impacto a la Tierra, con la sostenibilidad de los recursos naturales, integrando los principios científicos y técnicos.

El reto del desarrollo urbano es el uso resiliente del suelo, digno y pleno para la vida o la opacidad del hiperurbanismo con sus “trampas urbanas”, o los espacios territoriales de zonas de riesgo en los que existe la probabilidad de que se produzca un daño originado por un fenómeno perturbador. Este sistema limita la capacidad de maniobra para reducir los riesgos en las zonas urbanas de Nuevo León ante cada fenómeno natural que se presenta. El Estado busca con acciones transversales, la concordia y transparencia entre los ciudadanos y la naturaleza en cada escenario (p.ej., Gobierno de Guadalupe, Planes de Desarrollo 2005-2025 y 2018-2021).

Este trabajo es un procedimiento auxiliar para restaurar la naturaleza e indemnizar a los ciudadanos, bajo una responsabilidad directa y objetiva, de los efectos, daños y perjuicios del cambio climático natural o antrópico y alcanzar la resiliencia. En esta propuesta se recomienda el uso de un método cartográfico para el diseño y control de escurrimientos superficiales; además, se incorpora el cálculo para cuantificar los servicios ambientales y el costo compensatorio de los beneficios ecológicos de mitigar las zonas de riesgo inminentes por fenómenos geológicos o hidrometeorológicos. Las compensaciones por pagos a los servicios ambientales y ecosistémicos, o a percances por cualquier fenómeno natural o antrópico apoyan a la solución de conflictos ambientales por una paz metropolitana. Los esquemas de compensación pueden diseñarse para beneficiar a la comunidad en la previsión, protección y provisión de servicios ambientales que ayudan a contrarrestar la intensidad de un fenómeno natural que pueden producir derrumbes, bajadas de agua y baches.

La prueba de cuáles son los elementos terrestres que proveen servicios ambientales requieren de una ade-

cuada cartografía urbana y el cálculo del capital natural por tipo de uso de suelo. El capital natural se conceptualiza como cualquier conjunto de recursos naturales que proveen bienes y servicios que son críticos para un uso sustentable del ambiente. Parte del capital natural facilita funciones ecológicas importantes y difícilmente es sustituido por otro capital natural o hecho por el hombre que pueda adoptar la misma función; entonces debe mantenerse para asegurar que ciertos procesos terrestres prevalezcan, como la protección a las inundaciones, la cobertura y erosión del suelo, o la estabilidad y contención del macizo rocoso.

El municipio de Guadalupe, que cuenta con una superficie de 118.687 km², ha recibido a lo largo de su historia eventos meteorológicos extraordinarios como los son lluvias torrenciales, inundaciones y crecidas del Río la Silla, entre otras manifestaciones hidrometeorológicas. También ha estado sujeto a eventos geológicos como caídos, deslizamientos o deslaves de la Sierra de la Silla. Por ejemplo, del 3 al 6 de septiembre de 2018 la tormenta tropical “Fernand” aportó una precipitación extraordinaria de ~207 mm en 24 horas, incluyendo a los municipios colindantes, Monterrey al Oeste, San Nicolás de los Garza al Norte, Apodaca al Nor-Noreste y Juárez al Sur-Sureste (CONAGUA, 2019). Este fenómeno fue tan devastador como el huracán “Alex” (809 mm en 24 horas; Pasch, 2010). Para atender los daños ocasionados por “Fernand” se solicitaron \$7,500 millones de pesos al extinto Fideicomiso Fondo de Desastres Naturales (Fonden).

Para conocer de manera preliminar el contexto geológico, se tiene que la Sierra de la Silla es un pliegue anticlinal de 43 km de longitud, que se ubica en los municipios de Guadalupe, Monterrey, Santiago y Allende. Esta estructura geológica es icónica, ya que representa un pliegue frontal de la Sierra Madre Oriental (SMO). El objeto de estudio propuesto cubre una superficie de aproximadamente 17.144. km² en su parte Norponiente, con un área urbanizada de aproximadamente 8.717 km² (Figura 1). La Sierra de la Silla consiste de una secuencia sedimentaria del Jurásico Superior al Cretácico Superior, representada en su mayoría por calizas, margas y lutitas agrupadas en 10 formaciones geológicas. En las partes bajas al Oeste de la sierra, el río La Silla bordea desde el Sur para virar al Noreste hasta unirse al río Santa Catarina en una cuenca hidrológica superficial de 31,856 km² que limita con Guadalupe al Este. El área de análisis se ubica en la cuenca alta del río La Silla en Guadalupe, representando casi 2 % del centro-sur del acuífero superficial y subterráneo del AMM (CONAGUA, 2018). El análisis abarca un trayecto de 9 km de los 18.72 km totales del recorrido del cauce del río.

MÉTODOS Y MATERIALES

Se hizo un reconocimiento del terreno, de los escurrimientos del agua superficial, así como la estabilidad del suelo y rocas en una zona con 23 cuencas hidrológicas superficiales y 57 colonias (INEGI, 2016). Para el análisis hidrológico se calculó un Modelo Digital de Elevación (MDE) con las cartas de escala 1:10,000 LiDAR (*Light Detection and Ranging*); se modeló un escurrimiento procedente de una región de 85.341 km² aguas arriba del Río la Silla, en el frente de la SMO entre los municipios de Monterrey y San Pedro Garza García (cartas topográficas INEGI: G14C26A2, G14C26A4, G14C26B1, G14C26B2, G14C26B3, G14C26B4, G14C26D2, G14C26E1). A partir del MDE se interpretaron los rasgos cartográficos de la pendiente, curvas de nivel, las direcciones del flujo superficial, vertientes, laderas, parteaguas y el gasto hidráulico (m³/s), se delimitaron las extensiones del cauce y el orden *Strahler* de los escurrimientos. La resolución del dato digital procesado es menor o igual que ≤ 10 m. Los valores de la precipitación (~528 mm, media anual), su intensidad, duración en periodos de retorno (PR) y curvas son de datos de libre acceso para las estaciones pluviométricas cercanas a Guadalupe, usando el método *Thiessen* (CONAGUA; NASA-Giovanni, NOAA/NCEI; *World Meteorological Organization*).

El Atlas de Riesgos de Nuevo León (1ª Etapa, marzo 22, 2013; 2ª Etapa, julio 23, 2012; POE: julio 2012) sirvió para identificar los sitios para los escenarios geológicos con susceptibilidad al riesgo (298 sitios en 2.16 km²), puntos de inundación, encharcamientos (250 puntos en 1.706 km²), corrientes urbanas y zonas de guarda (PR = 25 años). Se utilizaron los polígonos del Área Natural Protegida (ANP) en la Sierra de la Silla (CONANP, 2017), de uso de suelo y tipo de vegetación (INEGI, 2016).

Las visitas a campo permitieron validar la información obtenida de manera digital. El trayecto fue de ~ 6.7 km por las avenidas Paseo de las Américas, Eloy Cavazos, Pablo Livas, Puesta del Sol y calles cuesta arriba; una travesía bordeando la sierra aguas arriba del río La Silla en su parte más austral al Oeste del municipio, hasta aguas abajo del mismo en el estadio de fútbol BBVA. Se identificaron "n" número de glorietas (n = 10: 19,850 m²), camellones (n = 44: 67,855 m²), parques (n = 37: 493,815.6 m²), cañadas (n = 7: 99,789.2 km²) y otros puntos para el análisis.

Se utilizó el método línea clave, o *key line* en inglés, para un diseño hidrológico preliminar (Doherty, 2015, 2020). El principio es controlar el escurrimiento del agua, su dirección, la distribución de la infraestructura y los patrones de las áreas verdes. La técnica se apoya en líneas imaginarias a desnivel y equidistantes llama-

das líneas clave, partiendo de un punto en común llamado punto clave, o *key point*. Las líneas regulan un escurrimiento uniforme en el terreno, a menor velocidad, aumentan la absorción del agua superficial, retienen el suelo mejorando su actividad biológica entre la materia orgánica y recargan los acuíferos subterráneos. El trazo conduce la corriente de las vertientes a las laderas, o de las superficies con mayor escurrimiento a las secas, a una menor pendiente y disminuye el coeficiente de escorrentía. Para el diseño se ubicaron los elementos de las cuencas superficiales, como las laderas, vertientes y parteaguas. Seis de las 23 cuencas hidrológicas fueron candidatas para el método, y cinco son de alta relevancia por su cercanía en el sector centro-sur del polígono analizado (Figura 1). A las cuencas seleccionadas se les ubicó su *key point* en la vertiente, donde existe un cambio significativo de elevación; y se les diseñaron las curvas a desnivel por donde el agua debe bajar y distribuirse de la vertiente a las laderas en pendientes no mayores a 5°.

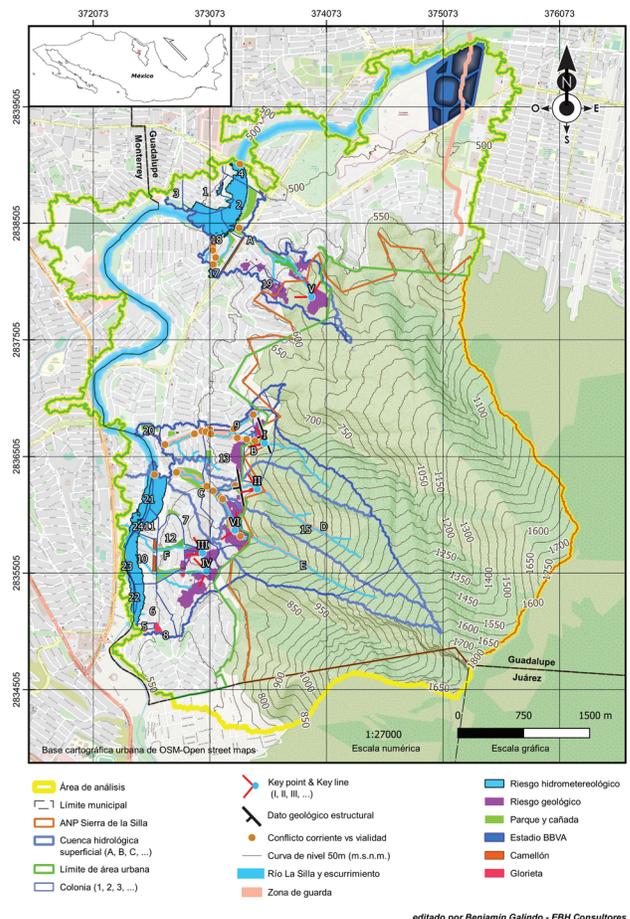


Figura 1. Mapa para la ubicación del área de análisis y sus elementos cartográficos en el municipio de Guadalupe, Nuevo León

Para representar los datos se consideran únicamente las colonias y cualquier otro elemento cartográfico dentro de las seis cuencas analizadas con *key line* (Tabla 1 y 2). El análisis de las cuencas está segmentado aguas arriba y aguas abajo de los *key points* (~ 600 m.s.n.m),

para estimar el gasto superficial y la conducción de la lámina antes y después del diseño; además de identificar las colonias arriba y abajo. El diseño no tiene influencia en el ANP de la Sierra de la Silla. Dos márgenes del Río la Silla abarcan el análisis particionado.

Tabla 1. Análisis por cuenca de las superficies y volúmenes por coberturas

Cuenca	Pendiente en grados (°)	Longitud (metros)	Elevación (m.s.n.m.)	Escorrentía coeficiente	Gasto de agua (metros cúbicos, m ³)	Suelo erosionado m ³ /año	Uso de Suelo						
#	media	máx.	min.	media	cúbicos, m ³	m ³ /año	Ton./año						
	aguas arriba↑	aguas abajo↓											
A	787,894.26	120,852.87	667,090.67	3.54	35.37	2,430.00	509.02	549.72	0.55	64,101,729.31	39,729.30	1.47	ANP, matorral
B	625,581.33	258,501.31	367,080.02	32.24	79.26	3,491.00	597.26	1,820.79	0.54	49,669,605.79	31,354.57	40.27	Urbano, ANP, matorral, bosque
C	196,112.95	196,112.95	196,112.95	11.08	58.76	3,171.00	491.59	786.06	0.67	19,272,907.60	9,805.65	34.07	Urbano
D	734,424.80	684,256.73	50,168.06	5.64	37.76	663.00	517.24	537.33	0.32	34,762,527.81	37,030.98	7.08	Urbano, ANP, bosque, matorral
E	639,660.40	593,442.10	46,218.30	3.81	25.90	1,290.00	505.34	527.53	0.20	18,923,318.33	32,253.08	3.93	Urbano, ANP, bosque, matorral
F	935,924.15	169,149.92	766,774.23	11.66	58.21	2,277.00	519.54	772.83	0.72	100.14	47,192.37	11.15	Urbano

Tabla 2. Relación de sitios analizados cuencas, colonias e infraestructura urbana

#	Colonia	Cuenca hidrológica superficial área por colonia (ver Tabla 1)			Key points (K.P)			Riesgo Geológico (R.G.)	Riesgo Hidro- Conflicto	Glorieta	Parque	Camellón	Cañada
		#	m ²	↑ ↓	K.P.	C.H.	Z.G.						
1	La Herradura	A	121,132.6	⊙				16,329.1					
2	Rincón del Country	A	113,107.7	⊙				55,313.6		Parque Rincón del Contry, 18,815.3			
3	Valles de Chapultepec	A	28,882.5	⊙				17.7					
4	Puesta del Sol	A	42,731.8	⊙				17,523.3					
5	Contry los Nogales	F	8,315.0	⊙				1,209.9					
6	Country la Escondida	F	105,942.8	⊙				20,448.7		Norte Cristo de la Montaña, 3,986.4			
7	Country la Silla	B, C	596,666.7	⊙	⊙	⊙	Alta, 35	36,401.5		William Shakespeare, 2,892.64; Muralistas, 2,6074.16; Parque Humdido, 2,309.18	157.55; 1106	sin nombre (K.P), 2,787.7	
8	Country la Silla 1er Sect.	F	1,332.9	⊙									
9	Country la Silla 7mo Sect	B	26,484.1	⊙				⊙		Rafael Alberti, 531.9	7.4		
10	Pedregal del Country	F	101,736.7	⊙				40,910.0			3,273.6		
11	Rincón Colonial la Silla	F	29,877.7	⊙				11,081.6			2,590.1		
12	Contry la Silla 4to Sect.	F	114,585.9	⊙			Muy Alta, 12,005			Isaac Newton, 10,735.8	682.0	sin nombre (K.P), 3340.97; sin nombre, 9376.71	
13	Contry la Silla 5to Sect.	D	167,519.6	⊙			Alta, 17	⊙		Vicente Van Gogh, 4,309.3			
14	Contry la Silla 6to Sect.	C, D	153,555.1	⊙	⊙	⊙	Alta, 25	⊙					sin nombre (K.P), 24,345.4
15	Country Sol	D	1,605,787.8	⊙	⊙	⊙	Alta, 25	⊙			3640.06; 71.71	Parque Las Cascadas, 25,451.8 (Cañada del Sol)	
16	Punta Country	D	129,920.6	⊙	⊙	⊙	Alta, 108	⊙					
17	Valle del Contry 2do Sect	A	1,284.9	⊙						Parque Valle del Contry, 193.3			
18	Valle del Country	A	117,839.2	⊙				49,488.0		Valle de los Reyes, 56,025.1			
19	Contry las Águilas	A	36,935.3	⊙			Alta, 25						
20	Country la Costa	B	17,763.3	⊙				523.4		Paseo de las Américas Costa del Sol, 3,976.11; Paseo de las Américas Costa Azul, 1,153.64			
21	Villa del Río	F	8,806.0	⊙				8,806.0					
22	Jardines del Contry	F	5,231.4	⊙				5,227.1					
23	Contry	F	1,552.7	⊙				1,552.7					
24	El Pirul	F	2,670.0	⊙				2,670.0					

Conflicto ⊙. C.H.- Conflicto Hidrometeorológico: Inundación por la corriente y el encharcamiento de la vialidad. R.G.- Riesgos Geológicos: Erosión e inestabilidad del suelo, deslizamientos, desprendimientos, deslaves, vuelcos y caídos del macizo rocoso. Z.G.- Zona de Guarda: Cañadas y escurrimientos en bajadas.

Se evaluaron los sitios susceptibles para mejorarse, regenerar y ampliar el espacio público basado en las compensaciones ambientales que son obras o actividades para reducir, amortiguar, contener o estabilizar el agua, suelo o macizo rocoso. Cada sitio es prioritario para evitar la pérdida del suelo ($\sim 77 \text{ Mm}^3/\text{año}$ área de análisis), la inestabilidad estructural del macizo rocoso o la anegación del terreno. Del área total por sitio se calcula la compensación por riesgo geológico, hidrometeorológico o algún otro servicio ambiental que pueda prestar el espacio por su categoría en uso de suelo o cobertura. Para estimar el valor del servicio ecosistémico de cada sitio se construyó un tabulador de costos considerando a CONABIO: Mora (2019), Elmqvist *et al.* (2015), Batker *et al.* (2016) y 22 propuestas adscritas.

ANÁLISIS DE LOS ELEMENTOS CARTOGRÁFICOS

El polígono de análisis contiene 24 colonias distribuidas en 6 cuencas hidrológicas superficiales alcanzando un área de 3.53 km^2 . Se tienen $248,819 \text{ m}^2$ (0.248 km^2) de zonas de riesgos geológicos propensas al desprendimiento, deslizamiento y vuelco del macizo rocoso; esta superficie está ocupada por asentamientos en pendientes irregulares y mayores a 16.8° . Son 7 colonias en la parte alta urbanizada de la Sierra de la Silla con una susceptibilidad de riesgo media-alta a muy alta en $220,258 \text{ m}^2$ de manzanas. Las formaciones geológicas presentes son siete: Cupido, La Peña, Tamaulipas Superior, Cuesta del Cura, Agua Nueva, San Felipe y Méndez. El rumbo y buzamiento es en promedio de $340^\circ/67^\circ$ para los planos de estratificación (*ss*), y de $34^\circ/50^\circ$, $120^\circ/60^\circ$, y $160^\circ/65^\circ$ en fracturas de tensión (*sf*) tipo *ab* y *bc*, así como fracturas de cizalla tipo *hk0*; dependiendo dónde se haya tomado el dato en el flanco Oeste de la Sierra. En cambio, cuesta abajo, las 6 cuencas se anegan puntualmente en 60 sitios. Las zonas anegadas tienen una superficie de $457,470 \text{ m}^2$. Las inundaciones se extienden a dos secciones de la margen del Río la Silla y otras partes vadosas en 19 colonias (Tabla 2).

El cálculo del área de la superficie repartida en cinco cañadas es de $65,302.58 \text{ m}^2$, y de obra pública en once parques $126,615.70 \text{ m}^2$, tres glorietas $6,950 \text{ m}^2$, ocho camellones $11,528.50 \text{ m}^2$ y el Estadio BBVA con $248,003 \text{ m}^2$ (Tabla 2). El uso de suelo en las cuencas del análisis está destinado al ANP y áreas urbanizadas, cubiertas mayormente por matorral submontano y bosque de encino. Anualmente en promedio, las cuencas pierden $197,365.94 \text{ m}^3/\text{año}$ de suelo fértil por erosión de los primeros $< 5 \text{ cm}$, o aproximadamente 97.96 Ton/año . La erosión del suelo se correlaciona con la pendiente que tiene un valor promedio mayor o igual que $\geq 15^\circ$, supe-

rando los grados de estabilidad por la cohesión de las arcillas en las formaciones geológicas.

Seis son los puntos clave donde inicia el trazo de la primera línea clave por cuenca; con origen en una vertiente, cañada, arroyo o zona de guarda. Su trazo se extiende a la ladera más próxima, sin sobrepasar un desnivel de 5° . De la línea clave de origen se distribuyen otras en equidistancia a menor altura en el terreno. Las líneas a desnivel se extienden a la cresta de la ladera, lugar donde convergen las líneas clave de la cuenca vecina con puntos clave. En general, las vertientes o cañadas son escarpadas y con pendientes $\geq 32^\circ$, el diseño hidrológico con *key line* aminora el desnivel del escurrimiento de agua en esas bajadas, y conduce la lámina del agua en dirección oblicua a la caída natural. En algunos sitios, las imágenes satelitales confirman la existencia de caminos de tierra o senderos que pueden servir con doble propósito, el trazo de líneas clave y vías de comunicación. Los puntos clave se reparten en cuatro colonias. Tres *key points* yacen en una zona de guarda, uno de ellos cercano a un sitio en conflicto vial por la corriente superficial. Tres de los seis puntos clave están cada uno en la parte alta de cañadas surtidoras de escurrimientos a parques, glorietas y camellones; los otros puntos se ubican a una menor altura debajo del límite entre los urbanizado y el ANP. 24 colonias se ven influenciadas por el escurrimiento en 5 de ellas debajo del punto clave. Aguas abajo de las cañadas con *key line*, el escurrimiento a dos camellones podría tener una mejor disipación para evitar los encharcamientos. La orientación del macizo rocoso hace posible una infiltración del agua superficial al acuífero subterráneo por medio de los planos de debilidad entre los estratos en posición vertical de las formaciones geológicas. El proceso para un escurrimiento controlado con línea clave ayuda en la recarga del acuífero subterráneo entre las cotas 530 y 540 m.s.n.m., justo debajo de la línea clave se tiene registro del nivel estático de agua subterráneo en la porción Sur del acuífero del AMM.

SERVICIOS AMBIENTALES, GEOLÓGICOS E HIDROMETEOROLÓGICO

En Nuevo León, como también en Guadalupe, el valor económico de los servicios del ecosistema se tasan entre $\$66,966.89$ y $\$51,471,645.92$ pesos mexicanos. El apilado de los elementos cartográficos del análisis da certeza técnica para calcular el capital natural o el valor de la Naturaleza en espacios urbanos en relación con el río, la calidad del agua, tipo de vegetación, su estética, el uso de la tierra y los ecosistemas. Mundialmente, los servicios de la naturaleza dan beneficios al hábitat en general, también estabilidad climática, recarga del acuífero,

protección de las inundaciones, reducen la erosión, estabilizan el suelo, fomentan la recreación y el turismo. El cálculo se hizo basado en el menor rendimiento en dólares por metro cuadrado al año (\geq 0.207; Tabla 3), en cañadas, parques, glorietas, camellones y áreas urbanas transgredidas por riesgos geológicos e hidrometeo-

rológicos. Las áreas públicas suman mil millones de pesos a aproximadamente \$58 millones de dólares en servicios ambientales; mientras las zonas en riesgo geológico e hidrológico dejan una pérdida por protección a erosión e inundación por 29.6 millones de pesos y \$25.5 millones de pesos, respectivamente.

Tabla 3. Tabulador de servicios ambientales en estabilidad del agua, suelo o roca

#	Uso de cobertura	Servicio ambiental (s.a.)	Actual Estimada		Pronóstico máx. cotizado	Superficies y áreas del análisis					Sectores en cuencas analizadas	
			mín. cotizado: \$dls/M ² /Año	\$dls/M ² /Año		Parques/Cañadas	Glorietas	Camellones	Estadio	Geológico	Inundación	
1	Urbano	Recreación/turismo	2.898	58.374	1,431,075.87	19,856 m ²	57,542.69	196,643.79	718,712.69	248,819 m ²	1,325,748.73	
2		Estético	1.863	119.646	919,977.35	493,815 m ²	36,991.73	126,413.87	462,029.59	Deuda por compensar s.a. \$dls/M ² /Año	852,267.04	
3		Protección a inundación	0.414	2672.577	204,439.41	Protección por s.a.	8,220.38	28,091.97	102,673.24		189,392.68	
4		Calidad de aire	0.207	1.242	102,219.71		4,110.19	14,045.99	51,336.62		94,696.34	
5		Estabilidad territorial	6.417	25630.533	3,168,810.86		127,415.95	435,425.54	1,591,435.25	1,596,671.52	2,935,586.47	
6	Río	Recreación/turismo	2.691	91.701	1,328,856.17				667,376.07		1,231,052.39	
7	Calidad del agua		1.5525	14.4555	766,647.79		30,826.44	105,344.89	385,024.66		710,222.53	
8	Vegetación Riparia	Hábitat/refugio	0.828	22.563	408,878.82				205,346.48		378,785.35	
9		Recreación/turismo	1.035	11.385	511,098.53		20,550.96	70,229.93	256,683.11		473,481.69	
10		Protección a inundación	0.207	1325.007	102,219.71		4,110.19	14,045.99	51,336.62		94,696.34	
11	Humedal	Recreación/turismo	0.207	32.292	102,219.71				51,336.62		13,257,487.27	
12		Hábitat/refugio	28.98	47.817	14,310,758.70		575,426.88	1,966,437.90	7,187,126.94		13,257,487.27	
13		Estético	32.292	76.383	15,946,273.98		641,189.95	2,191,173.66	8,008,512.88		14,772,628.67	
14		Protección a inundación	2.277	159203.286	1,124,416.76		45,212.11	154,505.84	564,702.83		1,041,659.71	
15	Tierra cultivada	Recreación/turismo	0.207	658.053	102,219.71		4,110.19	14,045.99	51,336.62		94,696.34	
16	Arbusto	Hábitat/refugio	1.656	6939.054	817,757.64		32,881.54	112,367.88	410,692.97		757,570.70	
17		Recreación/turismo	1.035	4031.325	511,098.53		20,550.96	70,229.93	256,683.11		473,481.69	
18		Polimización	3.4155	6.831	1,686,625.13		67,818.17	231,758.75	847,054.25		1,562,489.57	
19	Cobertura vegetal	Erosión del suelo	0.207	112.194	102,219.71		4,110.19	14,045.99		51,505.53	94,696.34	
20	gral. Hábitat y refugio		5.175	30.429	2,555,492.63		102,754.80	351,149.63	1,283,415.53		2,367,408.44	
21	gral. Estético		0.207	32.292	102,219.71		4,110.19	14,045.99	51,336.62		94,696.34	
SUMA:											\$1,648,177.06	\$1,420,445.06

DISCUSIÓN

Con el desarrollo del AMM se han obtenido suficientes datos geológicos e hidrometeorológicos para integrarlos al análisis de la biósfera de los municipios; su interpretación requiere de una responsabilidad de quien planea y ejecuta las obras públicas. Cada técnica representa un reto para ser comprobada por su eficacia, más cuando se aplican en zonas de riesgo o cuando el método se adopta de geografías con ambientes o usos distintos al del sitio por ordenar. Los resultados pueden soportar las pruebas de los Manifiestos de Impacto Ambiental (MIA) y peritajes en ingeniería. Los elementos cartográficos en su conjunto, la geología e hidrometeorología con los servicios ambientales sirven de instrumento para la defensa legal a los ciudadanos y naturaleza susceptibles a cualquier factor que exacerbe su condición de vida, sea por fenómenos naturales o antrópicos.

CONCLUSIONES

El caso de carácter geográfico es preliminar y requiere de más pruebas y procedimientos técnicos para implementarse. Sin embargo, la cartografía señala las áreas urbanas para mitigar el riesgo y remediar las condiciones sustentables del terreno. El mejoramiento de las áreas públicas puede compensar la pérdida del capital natural y reducir el riesgo por cada área con uso de suelo urbano y ocupado por habitantes en zonas susceptibles de riesgo.

En la vida metropolitana, el caso puede servir de evidencia para justificar la protección al medio ambiente, y un apoyo para normar los criterios cuando se cuantifica un seguro de desastres por fenómenos naturales para el proceso de la recuperación de la comunidad afectada. La propuesta es un instrumento administrativo que incide en lo social y localiza áreas en donde se implementen las medidas de mitigación. Los resultados pueden incluirse en los sistemas de cuentas y permiten explorar su papel en la vulnerabilidad y resiliencia con que responde una sociedad susceptible a un agente afectable.

La conjunción del método y los cálculos sirven en proyectos integrales de la geología, hidrología y ecología urbana. La solución integral ayuda a superar el déficit ambiental de los servicios ecosistémicos en zonas de riesgo, y para diseñar sistemas de absorción o sumideros de agua y carbono, en los que se aprovecha la infraestructura urbana para estabilizar el suelo o roca y drenar el agua con técnicas de reducción del escurrimiento. Su ejecución necesita de una cooperación metropolitana como lo dispuesto en lo federal y local, para cumplir el tratado internacional con la Organización de las Naciones Unidas, en al menos 11 de los 17 Objetivos del Desarrollo Sustentable de la agenda 2030.

La importancia de la propuesta es vital. Por lo que se pide del interés profesional de los expertos en uso de suelo, manejo de desastres y política pública. Lo descrito sirve de apoyo al Consejo Consultivo de Desarrollo Urbano del Municipio de Guadalupe (CCDU), en cuyo Capítulo III de la integración de sus XIX representantes no se incluye ningún Geólogo o profesional de Ciencias de la Tierra.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece al Consejo Técnico Geológico e Hidrometeorológico del Estado de Nuevo León de la Secretaría de Desarrollo Sustentable del estado de Nuevo León por su influencia técnica. Igualmente, se reconoce el apoyo del Ingeniero Forestal Benjamín Galindo-Ortega de EBH Consultores, en el uso de los sistemas de información geográfica. Y un sincero agradecimiento a Buffet Núñez Arreola y Asociados, S.C., la Sociedad de Urbanismo Región Monterrey (SURMAC), Huamila-groforestal y a los árbitros en anonimato por sus sugerencias para enriquecer el texto.

REFERENCIAS

- Batker D., Christin, Z., Cooley, C., Graf, W., Bruce-Jones, K., Loomis, J., & Pittman, J. (2016). *Nature's value in the Colorado River Basin. Earth Economics*. The Walton Family Foundation, 117 p.
- CONAGUA (2018). Actualización de la disponibilidad media anual de agua en el acuífero Área Metropolitana Monterrey (1906), Estado de Nuevo León. DOF:04/012018. 37 p.
- CONAGUA (2019). Tormenta Tropical "Fernand" del Océano Atlántico del 3 al 4 de septiembre de 2019. 12 p.
- CONANP (2017). Normas de la CONANP. Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas.
- Doherty, D. (2015 y 2020). Geography and Water. *Regrarians Handbook*, p. 76-321.
- Elmqvist, T., Setälä, H., Handel, S. N., Ploeg, S van der., Aronson, J., Blijnaut, J. N., Gómez-Baggethun, E., Nowak, D. J., Kronenberg, J., & Groot, R. (2015). Benefits of restoring ecosystem services in urban areas. *Current Opinion in Environmental Sustainability*, 14, 101-108. <https://doi.org/10.1016/j.cosust.2015.05.001>
- INEGI (2016). Instituto Nacional de Estadística y Geografía. Continuo nacional, escala 1:250000, serie VI.
- Mora, F. (2019). The use of ecological integrity indicators within the natural capital index framework: The ecological and economic value of the remnant natural capital of Mexico. *Journal for Nature Conservation*, 47, 77-92. <https://doi.org/10.1016/j.jnc.2018.11.007>
- Pasch, R. (2010). Tropical Cyclone Report Hurricane Alex (AL012010), 25 June-2 July 2010. National Hurricane Center, 15 December 2010, 19 p.
- Cómo citar:**
Rubio-Cisneros, I. I. (2023). Diagnóstico cartográfico preliminar para compensaciones ambientales y geológicas en el municipio de Guadalupe, Nuevo León. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-8. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.014>



Investigación de los efectos hidrometeorológicos sobre los movimientos de masas en laderas de depósitos coluviales

Investigation of the hydrometeorological effects on mass movements on slopes of colluvial deposits

Ochoa-Cañizares Mario Patricio

Colegio de Ingenieros Civiles del Azuay, Ecuador

Correo: ingeochoa@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-2243-4742>

Resumen

Este documento tiene el propósito de exponer la deducción de una ley para predecir la velocidad de deslizamiento superficial de laderas conformadas por aluviones afectados por un elevado nivel freático y erosión hídrica (socavación lateral) partiendo de dos variables predictivas: La precipitación media y el caudal medio fluvial que causa socavación lateral en la base. La metodología consistió en la toma semanal a quincenal de coordenadas topográficas de puntos en el terreno llamados mojonearas, a partir de las cuales se calcularon el desplazamiento y la velocidad. El modelo geológico ha sido determinado a partir de estudios de geofísica y ensayos de suelos. Para elaborar el modelo matemático se ha utilizado el Teorema Pi Π de Buckingham, relacionando la velocidad observada como desplazamiento de la masa en un lapso determinado de tiempo y las características del suelo con las variables predictivas mediante la combinación de parámetros adimensionales. El modelo matemático obtenido ha dado resultados muy cercanos frente a valores observados de velocidad. Su aplicación más importante es identificar umbrales de precipitación y caudal que producirían un aumento en la actividad en laderas de aluviones, a partir de modelos de evaluación de riesgo.

Descriptores: Buckingham, Aluvión, Permeabilidad, Deslizamiento, Velocidad.

Abstract

This document has the purpose of presenting the deduction of a law to predict the velocity of surface landslides on slopes made up of alluvium, affected by a high water table level and water erosion (lateral scour), based on two predictive variables: average precipitation and mean fluvial flow that causes lateral scour at the base. The methodology consisted of taking weekly to fortnightly topographic coordinates of points on the ground called landmarks, from which displacement and speed were calculated. The geological model has been determined from geophysical studies and soil tests. To develop the mathematical model, Buckingham's Pi Π Theorem has been used, relating the velocity observed as displacement of the mass in a given period of time and the characteristics of the soil with the predictive variables through the combination of dimensionless parameters. The mathematical model obtained has given very close results compared to observed values of speed. Its most important application is to identify precipitation and flow thresholds that would produce an increase in activity on alluvial slopes, based on risk assessment models.

Keywords: Buckingham, Alluvium, Permeability, landslides, Velocity.

INTRODUCCIÓN

NATURALEZA DEL PROBLEMA INVESTIGADO

Los movimientos en masa investigados se localizan en la cuenca del río Negro, entre las poblaciones de San Bartolo y La Dolorosa, en la provincia de Morona Santiago, Ecuador (Figura 1).

El área de estudio está conformada por depósitos de origen aluvial, de origen de roca metamórfica con fragmentos de diverso tamaño, transportados por gravedad y la acción del agua. Su origen es local, producto de la alteración *in situ* de las rocas y posterior transporte como derrubios de ladera o depósitos de solifluxión (de Vallejo, 2004). Frecuentemente están asociados a masas inestables. Los depósitos tomados en esta investigación se caracterizan por rocas metamórficas (mayormente pizarras y filitas graffíticas), englobados en una matriz (suelo areno-limoso), esta se distribuye irregularmente en las vertientes del territorio montañoso formándose por alteración y desintegración *in situ* de las rocas ubicadas en las laderas superiores adyacentes y por la acción de la gravedad. Presentan inestabilidad con grietas y diaclasamientos en la superficie.

Las laderas están afectadas por procesos gravitacionales, que consisten en el movimiento pendiente abajo de suelo, roca y regolito, agravados por el agua: Lluvias y caudales erosivos. El agua afecta a la estabilidad de laderas de tres formas básicas:

1. Aumento del peso por saturación de las laderas durante los temporales de lluvia.
2. Infiltración hasta la profundidad de las superficies de movimiento.
3. La erosión por el agua de la base o pie de una ladera. (Keller & Blodgett, 2007).

La infiltración en la masa del suelo proviene del agua de vertientes en la ladera y del agua lluvia, y se produce a través de los sistemas de grietas de tracción existentes que evidencian la descompresión del basamento rocoso, provocando el incremento de la presión de poros y del campo de las fuerzas de filtración, cuya magnitud depende de la permeabilidad de la matriz del coluvión. Cuando los poros del sedimento se llenan de agua, la cohesión de la matriz de limo-arena disminuye, permitiendo que los fragmentos o bloques de material se deslicen unos sobre otros con relativa facilidad. La saturación reduce la resistencia interna de los materiales, los cuales son puestos fácilmente en movimiento por la fuerza de la gravedad (Tarbuck, 2005). La socavación lateral que producen los cuerpos de agua de ríos, los

cuales fluyen en el pie de las laderas, disminuye su capacidad de sostenimiento.



Figura 1. Zona de estudio en la cuenca del río Negro

Los procesos gravitacionales en la zona son movimientos en masa de tipo deslizamiento superficial, que es un movimiento muy lento, prácticamente imperceptible, el cual afecta suelos y materiales alterados provocando deformaciones continuas que se manifiestan al cabo del tiempo en la inclinación o falta de alineación de árboles, vallas, muros, postes, etc., en las laderas. Esta es una de las formas más lentas de procesos gravitacionales (De Vallejo, 2004). Por otro lado, Cruden & Varnes (1996) la definen como movimientos graduales de rocas, escombros o suelo a nivel superficial y sub superficial pendiente abajo, sobre una o varias superficies de ruptura. Esta definición se apega más a la naturaleza de los movimientos de coluviales estudiados, ya que por su heterogeneidad, las superficies de ruptura suelen alcanzar diversas profundidades. Otros autores como Highland & Bobrowsky (2008) la definen como corrientes de tierra lenta (arrastre), causada por una tensión cortante intensa; pero insuficiente para causar una falla.

El desencadenamiento de los movimientos de ladera por causas meteorológicas y climáticas está relacionado fundamentalmente con el volumen, intensidad y distribución de las precipitaciones, así como con la erosión fluvial. (De Vallejo, 2004)

La descripción del tipo de movimientos se realizó con base en la escala propuesta por Cruden & Varnes (1996), (Figura 2). Es aplicable a movimientos de reptación, excluyendo hundimientos, colapsos o avalanchas que suelen producirse de modo violento.

Cruden & Varnes (1996), consideran que la velocidad de movimiento puede ser el mejor parámetro para describir el potencial de daño de un deslizamiento; sin embargo, es muy difícil de predecir e incluso medir. El modelo que se presenta permitirá superar estas dificultades, y se espera contribuir al avance en posteriores investigaciones de esta importante área de la geología.

Los movimientos son de tipo traslacional, ya que los movimientos rotacionales se dan mayormente en laderas conformadas por suelos homogéneos (De Vallejo, 2004).

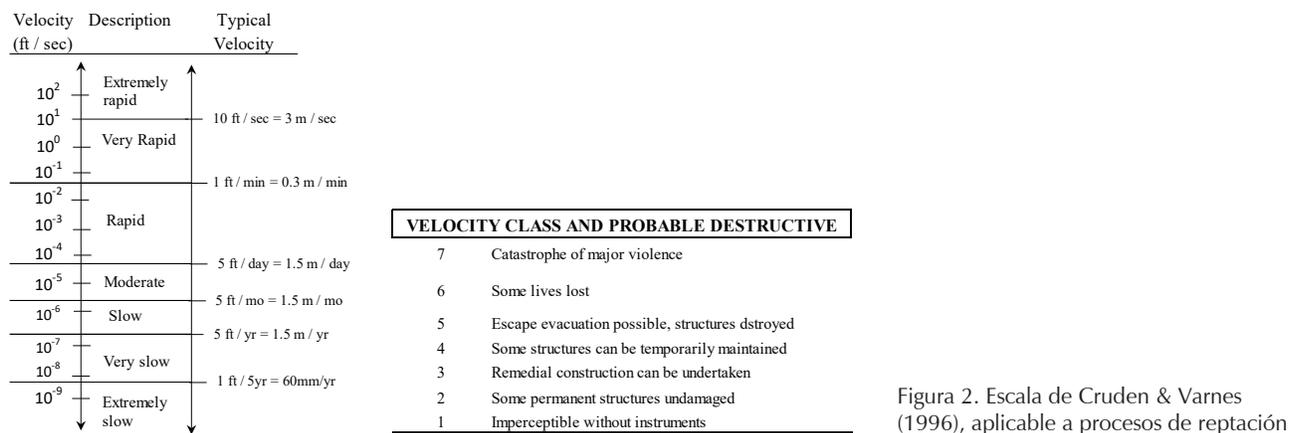


Figura 2. Escala de Cruden & Varnes (1996), aplicable a procesos de reptación

Se han establecido umbrales de intensidad y duración de la lluvia para el desencadenamiento de movimientos en masa en diferentes lugares. El principal inconveniente para su aplicación como medida preventiva es que no son extrapolables a otras zonas (De Vallejo, 2004).

Por lo señalado, es de interés deducir una ley matemática que permita predecir la velocidad de reptación que se presentaría bajo la acción de determinadas condiciones hidrometeorológicas propias de una región (precipitación media y caudal medio del río) aplicable a coluviones. En estos materiales, la hidrogeología puede ser muy compleja por su heterogeneidad; y como consecuencia muestran una respuesta errática ante los efectos de las lluvias (Díaz, 2009); por lo que el análisis estadístico de la información reveló una correlación moderada entre valores de velocidad observados y calculados.

La ley de reptación es una ecuación que expresa la dependencia entre la velocidad que adopta una masa de coluviones, con un conjunto de ocho variables, de las cuales se eligen como fundamentales a la precipitación media y el caudal medio del río Negro. Estas variables fundamentales se les conoce como predictivas, y a la variable dependiente (velocidad) se le conoce como predecible.

La información de las características hidrometeorológicas de la zona, así como de los estudios geofísicos y geotécnicos, fue proporcionada por HIDROSANBATOLO, que aprovecha las aguas del río Negro en esta zona para la generación de energía eléctrica.

El período de la investigación comprendió desde el 02 agosto de 2016 hasta el 19 noviembre de 2019. Se investigaron seis zonas inestables, las cuales se designaron mediante el abscisado de la tubería de conducción de la central HIDROSANBARTOLO, cuyo trazado se desarrolla en este sector (Tabla 1).

Tabla 1. Zonas inestables investigadas

Zona Núm.	Abscisas
1	3 + 114 – 3 + 300
2	3 + 650 – 3 + 753
3	3 + 900 – 4 + 093
4	4 + 400 – 4 + 731
5	4 + 790 – 4 + 900
6	4 + 900 – 5 + 493

MARCO GEOLÓGICO REGIONAL

En la Figura 3a se muestran los materiales constitutivos de las laderas. La roca de la formación Napo deformada (K_{ND}) subyace a los depósitos coluviales (Q_C).

La zona se ubica en el frente Subandino, la cual se encuentra afectada por fallas inversas que han causado fracturamientos y cizallamientos en el basamento rocoso. La Figura 3b muestra la presencia de grandes extensiones agrietadas que atraviesan quebradas y cursos de agua naturales y donde se producen infiltraciones.

Existen rasgos morfológicos indicativos de que esta región ha sido afectada por movimientos en masa de tipo reptación de diversa magnitud y edad (Figuras 4 y 5).

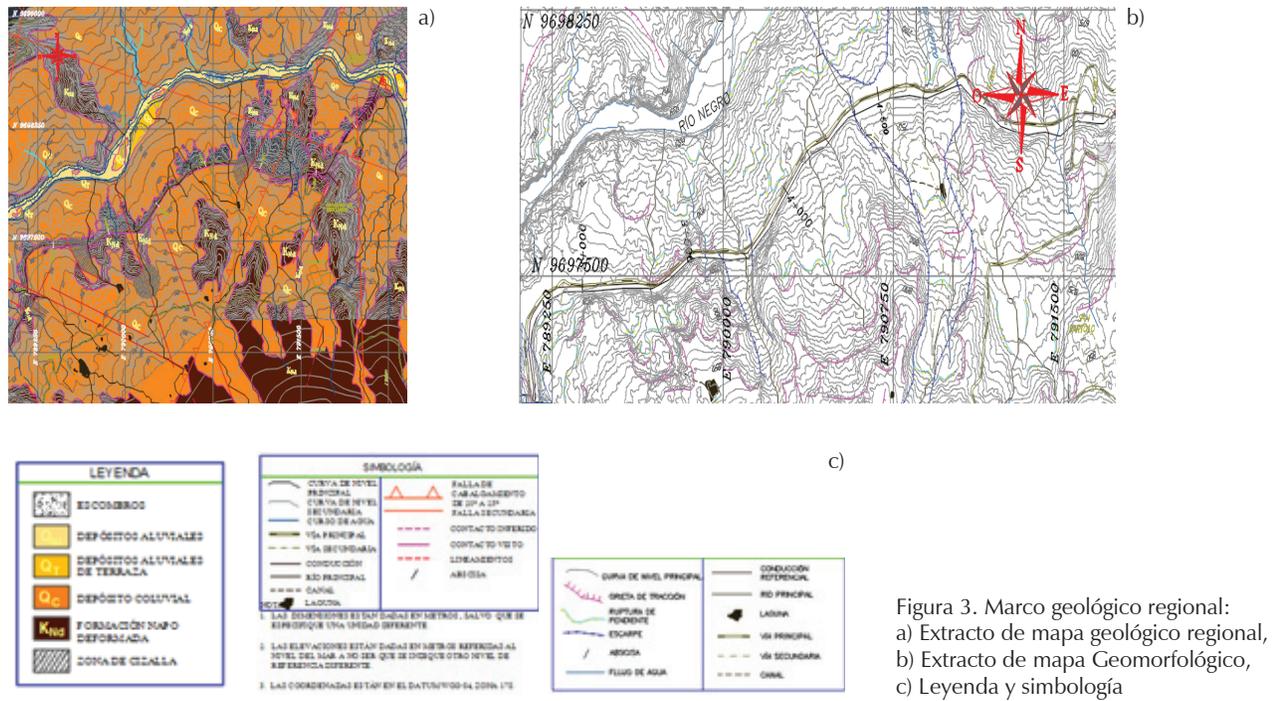


Figura 3. Marco geológico regional: a) Extracto de mapa geológico regional, b) Extracto de mapa Geomorfológico, c) Leyenda y simbología



Figura 4. Grieta de tracción hallada en la corona de la Zona Núm. 1



Figura 5. Grieta de tracción hallada en media ladera de la Zona Núm 4

METODOLOGÍA

EXPLICACIÓN DEL MÉTODO. FUNDAMENTO MATEMÁTICO

La base matemática de esta investigación es el análisis dimensional, basado en el teorema Π "pi" de Buckingham. El procedimiento aquí expuesto se basa en la obra de Gibbinngs (2011). Su aplicación se expone a continuación:

La variable predecible considerada es la velocidad media de reptación V , que adopta una masa de coluviones durante un período de tiempo.

La Tabla 3 expone el simbolismo para las dimensiones básicas adoptado por el Sistema Internacional de Unidades (Gibbinngs, 2011)

Las dimensiones de las cantidades físicas que intervienen en el problema se expresan a partir de las básicas (Tabla 4).

Tabla 3. Unidades y símbolos de dimensiones (Gibbinngs, 2011)

Cantidad	Unidad	Símbolo de dimensión
Longitud	metro, m	L
Tiempo	segundo, s	T

Tabla 4. Dimensiones de cantidades físicas (Gibbinngs, 2011)

Cantidad	Dimensión	Símbolo
Velocidad	Longitud / tiempo	LT ⁻¹
Aceleración	Velocidad / tiempo	LT ⁻²
Área	Longitud ²	L ²
Volumen	Longitud ³	L ³

ELECCIÓN DE VARIABLES

Las variables se eligen de manera que sean las más convenientes experimentalmente (Gibbinngs, 2011). Cada variable y sus dimensiones se detallan como sigue (para denotar las dimensiones de una variable se utilizó el corchete “[]”):

- V: Velocidad de reptación [V]=LT⁻¹
- P: Precipitación media [P] = LT⁰
- Q: Caudal medio fluvial [Q]=L³T⁻¹
- g: Aceleración de la gravedad [g]=LT⁻²
- A: Área del deslizamiento [A]=L²T⁰
- h_s: Altura de la masa afectada por la presión de poros [h_s]=LT⁰
- k: Coeficiente de permeabilidad del suelo [k]=LT⁻¹
- j: Pendiente media natural de la ladera [j]=L⁰T⁰
- tanφ: Tangente del ángulo de fricción interna de suelo [tanφ] = L⁰T⁰

Cuando las dimensiones están elevadas al exponente cero significa que la variable es adimensional o que carece de esa dimensión. Por ejemplo, la precipitación tiene dimensión de longitud (L), y carece de la dimensión tiempo T, por lo que [P] = LT⁰. Esta notación será de utilidad en la deducción de los parámetros adimensionales.

Se adoptaron como variables fundamentales P y Q, que contienen las dimensiones L y T, pues engloban de mejor manera las características cinemáticas, geométricas, geotécnicas e hidrológicas del problema. A estas variables se las conoce como predictivas, y para las mismas, se verificó que el determinante de los exponentes de sus dimensiones es diferente de cero. Así, en la variable P: los exponentes son 1 y 0, y en la variable Q son 3 y -1, luego:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = -1 \neq 0$$

Cálculo del número de parámetros:

Número de variables = 9
 Número de dimensiones fundamentales = 2

Número de parámetros adimensionales = 9 - 2 = 7.

Las variables restantes se combinan con el producto de potencias de las variables predictivas para formar los parámetros adimensionales pi, cuyas expresiones se obtienen como sigue:

Velocidad de reptación V:

$$\begin{aligned} \Pi 1 &= P^x Q^y V \\ L^0 T^0 &= L^x L^{3y} T^{-y} L T^{-1} \therefore \\ x + 3y + 1 &= 0, -y - 1 = 0 \\ x = 2, y &= -1 \\ \Pi 1 &= VP^2/Q \end{aligned}$$

Aceleración de la gravedad g:

$$\begin{aligned} \Pi 2 &= (P)^x (Q)^y g \\ L^0 T^0 &= L^x L^{3y} T^{-y} L T^{-2} \therefore \\ x + 3y + 1 &= 0, -y - 2 = 0 \\ x = 5, y &= -2 \\ \Pi 2 &= gP^5/Q^2 \end{aligned}$$

Área del deslizamiento en planta A:

$$\begin{aligned} \Pi 3 &= P^x Q^y A \\ L^0 T^0 &= L^x L^{3y} T^{-y} L^2 \therefore \\ x + 3y + 2 &= 0, -y = 0 \\ x = -2, y &= 0 \\ \Pi 3 &= A/P^2 \end{aligned}$$

Espesor de la masa afectada por la presión de poros h_s:

$$\begin{aligned} \Pi 4 &= P^x Q^y h_s \\ L^0 T^0 &= L^x L^{3y} T^{-y} L \therefore x + 3y + 1 = 0, -y = 0 \\ x = -1, y &= 0 \\ \Pi 4 &= h_s/P \end{aligned}$$

Coeficiente de permeabilidad k:

$$\begin{aligned} \Pi 5 &= P^x Q^y k \\ L^0 T^0 &= L^x L^{3y} T^{-y} L T^{-1} \therefore \\ x + 3y + 1 &= 0, -y - 1 = 0 \\ x = 2, y &= -1 \\ \Pi 5 &= kP^2/Q \end{aligned}$$

Las variables j y tanφ son adimensionales, por lo que las ecuaciones de sus parámetros toman la misma expresión:

$$\begin{aligned} \Pi 6 &= j \\ \Pi 7 &= \tan\phi \end{aligned}$$

El teorema de Buckingham establece que existe alguna función f_1 tal que:

$$f_1(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \Pi_7) = 0 \quad (1)$$

$$f_1\left(\frac{VP^2}{Q}, \frac{gP^5}{Q^2}, \frac{A}{P^2}, \frac{kP^2}{Q}, j, \tan\phi\right) = 0 \quad (2)$$

Dado que se considera que estas variables explican en sí mismas el fenómeno Gibbinngs (2011).

Es posible mediante el producto de los parámetros pi combinar estos constituyendo nuevos parámetros, ya que son adimensionales.

Combinando los parámetros Π_1 , Π_3 y Π_5 , formaremos el parámetro Π_8 que será igual a:

$$\Pi_8 = \frac{VkAP^2}{Q^2} \quad (3)$$

Combinando los parámetros Π_2 , Π_4 y Π_6 y el inverso del parámetro Π_7 , formamos el parámetro Π_9 que es igual a:

$$\Pi_9 = \frac{P^4 g h_s j}{Q^2 \tan\phi} \quad (4)$$

Podemos formar la función f_2 tal que:

$$f_2(\Pi_8, \Pi_9) = f_2\left(\frac{VkAP^2}{Q^2}, \frac{P^4 g h_s j}{Q^2 \tan\phi}\right) = 0 \quad (5)$$

Finalmente, si se asumen ciertas condiciones de regularidad y diferenciabilidad sobre la función anterior, podrá usarse el teorema de la función implícita para expresar el parámetro Π_8 que contiene la variable predecible V , mediante una función f_3 del parámetro Π_9 :

$$\frac{VkAP^2}{Q^2} = f_3\left(\frac{P^4 g h_s j}{Q^2 \tan\phi}\right) \quad (6)$$

La función f_3 es desconocida, y se determinó calculando Π_8 y Π_9 con los datos de campo para cada una de las variables.

ESCARPES. IMPLANTACIÓN DE MOJONERAS EN EL TERRENO

Los escarpes se graficaron en un mapa topográfico, para determinar el área de cada deslizamiento, representada por la variable A . En campo se procedió a la colocación manual de 77 mojoneras cilíndricas de hor-

migón de resistencia 180 kg/cm² a 28 días, de diámetro 15 cm y altura 30 cm.

Para que los datos obtenidos reflejen mejor el resultado de la investigación, se colocaron las mojoneras en el terreno, siguiendo los siguientes criterios:

1. Regiones en media ladera de baja pendiente para evitar que derrumbes locales influyan en la toma de coordenadas.
2. Regiones alejadas del río en el pie del talud y de la corona del deslizamiento.
3. Sitios alejados de bordes de quebradas.
4. Se colocaron a una profundidad de 30 cm para evitar que su movimiento sea causado por perturbaciones extrañas a la reptación.

Las Figuras 6 y 7 muestran el escarpe principal para cada zona, los mojones instalados y rasgos morfológicos.

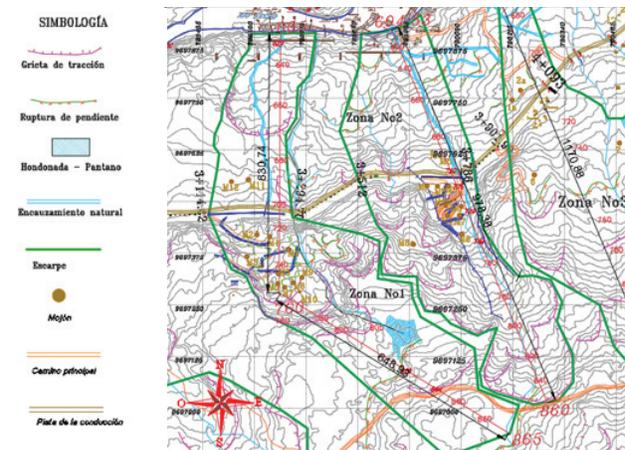


Figura 6. Escarpes y ubicación de mojones. Zonas 1 y 2

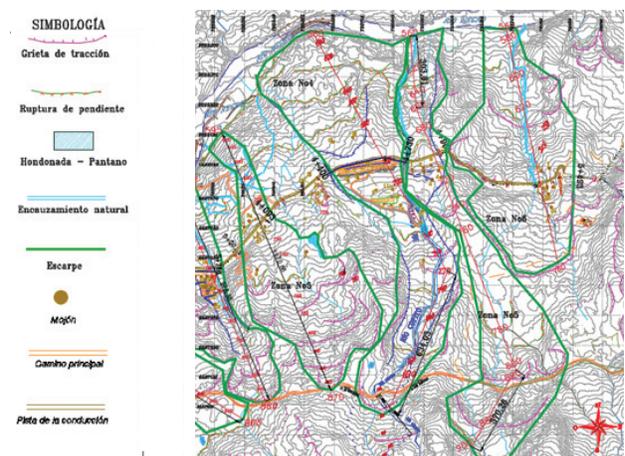


Figura 7. Escarpes y ubicación de mojones. Zonas 3 a 6

MONITOREOS TOPOGRÁFICOS. CÁLCULO DEL DESPLAZAMIENTO Y DE LA VELOCIDAD

Una vez implantadas las mojoneras se realizó la toma de sus coordenadas iniciales con base en el sistema WGS84, ZONA 17S y se ubicaron en los mapas geomorfológicos.

El valor para la variable V se determinó mediante toma semanal a quincenal de coordenadas con estación total de las 77 mojoneras. Los hitos geodésicos del polígono de referencia han sido fijados en sitios de afloramientos de roca, en donde es muy poco probable que existan movimientos, y así evitar que el error de medición sea excesivo.

Si el vector posición del mojón i en la fecha 1 es r_1 y en la fecha 2 es r_2 , el vector desplazamiento Δr del mojón i entre estas dos fechas es $\Delta r = r_2 - r_1$. Si se conocen las coordenadas topográficas para estas fechas (E_1, N_1, Z_1) y (E_2, N_2, Z_2), la magnitud del desplazamiento en cm se calculó como:

$$|\Delta r| = 100\sqrt{(E_2 - E_1)^2 + (N_2 - N_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \quad (7)$$

Si Δt es el tiempo en días que transcurrió entre las fechas 1 y 2, la magnitud de la velocidad del mojón i en cm/d se calculó como:

$$V_i = \frac{|\Delta r|}{\Delta t} \quad (8)$$

La velocidad promedio observada V_0 entre dos fechas para un deslizamiento se calculó como la media aritmética de las velocidades individuales de los mojones.

$$V_0 = \frac{\sum_{i=1}^l V_i}{l} \quad (9)$$

con l = Número de mojones (del inglés landmarks)

La velocidad promedio observada V_0 , representa la medida de la variable V . Esta velocidad es causada por una precipitación media P y un caudal fluvial medio Q en el período de tiempo correspondiente a V_0 .

A modo de ejemplo explicativo, en las Tablas 5 y 6 se expone el cálculo del desplazamiento y la velocidad para los mojones 5 y 7 del deslizamiento en la Zona 1, en el periodo junio-julio 2018.

Las coordenadas se tomaron con el Datum WGS84.

Tabla 5. Desplazamientos y velocidades. Mojón 5. Zona 1

Fecha	Δt (d)	$ \Delta r $ (cm)	V_i (cm/d)
2018-06-01	0	0,00	
2018-06-06	5	4.96	0.992
2018-06-11	5	4.21	0.842
2018-06-19	8	7.99	0.999
2018-06-27	8	7.47	0.934
2018-07-06	9	6.36	0.707
2018-07-10	4	3.16	0.790
2018-07-16	6	3.32	0.553
2018-07-30	14	10.21	0.729

Tabla 6. Desplazamientos y velocidades. Mojón 7. Zona 1

Fecha	Δt (d)	$ \Delta r $ (cm)	V_i (cm/d)
2018-06-01	0	0,000	
2018-06-06	5	3.326	0,665
2018-06-11	5	1.756	0,352
2018-06-19	8	5.221	0,653
2018-06-27	8	3.826	0,478
2018-07-06	9	4.174	0,464
2018-07-10	4	1.703	0,426
2018-07-16	6	2.846	0,474
2018-07-30	14	4.174	0,298

La velocidad promedio observada V_0 entre dos fechas, se calculó como la media aritmética de las velocidades individuales de los mojones.

$$V_0 = \frac{\sum_{i=1}^l V_i}{l} \quad (10)$$

siendo l = número de mojones (del inglés landmarks). El valor V_0 es la medida para la variable predictiva V del modelo, en un periodo de tiempo determinado.

MODELO GEOLÓGICO DEL ÁREA DE ESTUDIO

El modelo geológico se construyó a partir de estudios de sísmica de refracción. Se practicaron cuatro líneas sísmicas por cada zona: Una principal en sentido de la pendiente de la ladera y tres en sentido transversal. La Figura 8 muestra la planta de la ubicación para cuatro de estas zonas investigadas. Los perfiles sísmicos de la línea en sentido de la pendiente se muestran en la Figura 9.

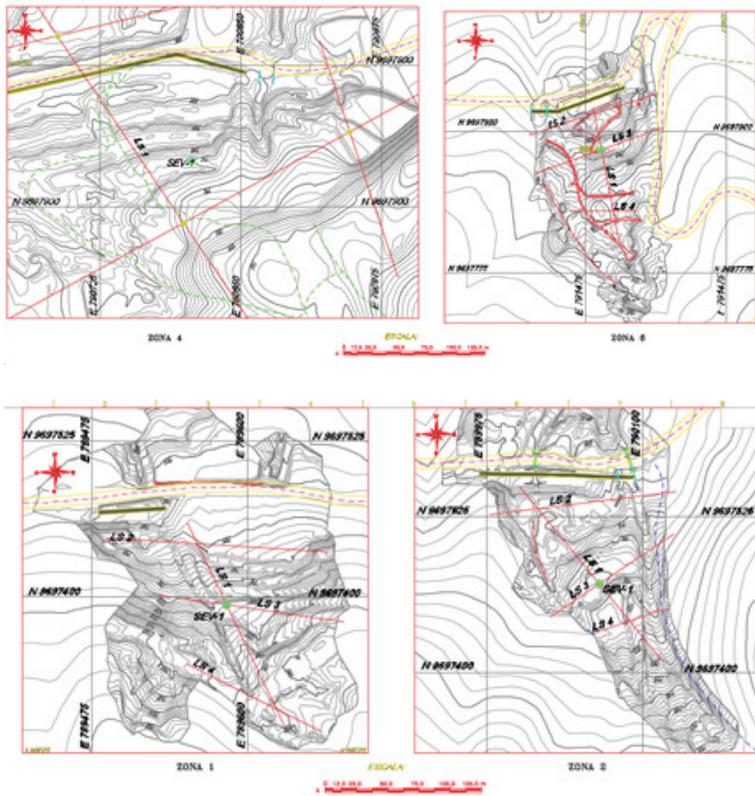


Figura 8. Líneas sísmicas practicadas en algunas zonas inestables

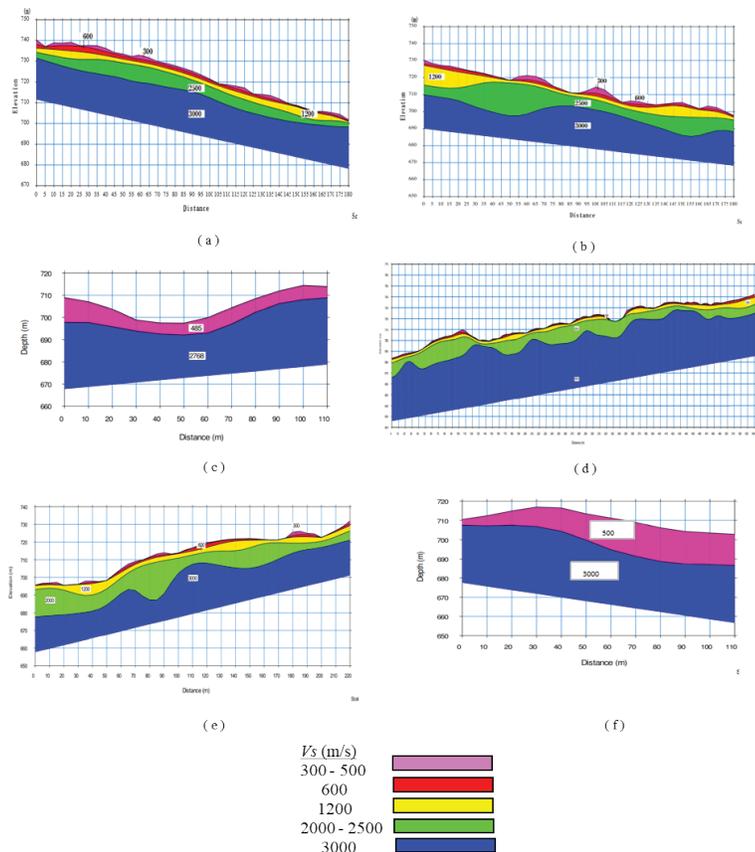


Figura 9. Perfiles sísmicos de cada zona (Velocidad de onda de corte S: a) Zona 1, b) Zona 2, c) Zona 3, d) Zona 4, e) Zona 5, f) Zona 6

Los materiales se componen de suelos distribuidos en capas, determinadas a partir de estudios de sísmica de refracción, y se caracterizaron de acuerdo con la velocidad de onda de corte V_s , de la siguiente manera (US Department of Interior, 2001; Marinas, 2002):

1. Capa con $V_s = 300 \text{ m/s}$, podría tratarse de suelos blandos y materiales de acarreo entremezclados con fragmentos rocosos. Derrubios. Rocas sueltas.
2. Capa con $V_s = 600 \text{ m/s}$, podría tratarse de suelos muy duros o materiales coluviales pobremente consolidados.
3. El estrato con $V_s = 1200 \text{ m/s}$, litológicamente podría tratarse de rocas metamórficas parcialmente desgastadas, alteradas y fracturadas, con permeabilidad secundaria importante debido a las fracturas. Esquistos grafiticos. Rocas metamórficas descomprimidas.
4. Para $V_s = 2000 \text{ a } 2500 \text{ m/s}$, litológicamente podría tratarse de rocas metamórficas blandas de muy alteradas a medianamente alteradas y fracturadas, lo que le confiere una permeabilidad secundaria. Piso probable sobre el que deslizarían las capas superiores en un evento desestabilizador.
5. La capa con velocidad $V_s = 3000 \text{ m/s}$, denota rocas metamórficas sanas. Mejores características geo mecánicas, de baja compresibilidad. Alta capacidad de carga y de resistencia al corte; su permeabilidad primaria es muy baja. Por tal motivo, se considera que esta capa no está afectada por la presión de poros.

GEOTECNIA E HIDROLOGÍA

Los deslizamientos investigados están afectados por la presión de poros, en un espesor h_s que comprende la altura desde el nivel de la capa con $V_s = 3000 \text{ m/s}$ (roca impermeable) hasta el respectivo nivel freático. El modelo geológico proporciona información útil para estimar h_s : Dado que la capa con velocidad de onda 2000 a 2500 m/s se conforma de roca fracturada, posee permeabilidad secundaria debido al fracturamiento provocado por las fallas inversas, características del frente subandino, y estará afectada por la presión de poros. Como la capa con $V_s = 3000 \text{ m/s}$ corresponde a roca impermeable, el espesor h_s se determina a partir del nivel superior de la roca impermeable, hasta el límite superior dado por la posición del nivel freático.

En la Figura 10, si Hm es el espesor total promedio de la masa deslizante, y NF la profundidad del nivel freático:

$$h_s = Hm - NF \tag{10}$$

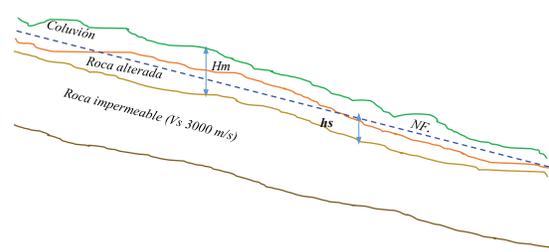


Figura 10. Esquema para el cálculo de h_s

La profundidad del nivel freático para cada zona inestable se investigó mediante observaciones hechas en calicatas y sondeos eléctricos verticales (SEV) (Figura 11). Los valores son estimados, debido a la heterogeneidad del suelo que constituye la matriz del coluvión, lo que implica la existencia de acuíferos confinados reflejando profundidades freáticas irregulares.



Figura 11. Calicata practicada en Zona 1. Nivel freático a 3.50 m

Para cada zona, en la Tabla 7 se reporta el promedio de las profundidades observadas.

Tabla 7. Profundidades estimadas del nivel freático

Zona Núm.	Profundidad del nivel freático (m)
1	3.50
2	4.00
3	6.00
4	6.00
5	5.23
6	6.45

En la Tabla 8 se presentan los espesores promedios Hm y el cálculo de h_s para cada zona.

Tabla 8. Espesor de la masa afectada por la presión de poros

Zona Núm.	Hm (m)	Prof. N.F. (m)	$h_s = Hm - N.F.$ (m)
1	18.80	3.50	15.30
2	19.85	4.00	15.85
3	8.00	6.00	2.00
4	19.95	6.00	13.95
5	20.33	5.23	15.10
6	22.55	6.45	16.10

Los parámetros de resistencia al corte de la matriz del coluvión (cohesión C y ángulo de fricción interna ϕ), se determinaron mediante ensayos de corte triaxiales no drenados (Tabla 9).

Tabla 9. Resultados de ensayos de corte triaxiales no drenados

Zona Núm.	C (kN/m ²)	ϕ (°)
1	27.12	3.05
2	75.00	19.60
3	60.00	16.37
4	90.99	4.13
5	60.00	16.37
6	61.35	20.50

La permeabilidad del coluvión se determinó *insitu* en cuatro puntos de cada ladera en estudio, mediante el método de ensayo Lefranc (Marinas, 2002). La medida de la permeabilidad de un suelo expresa la facilidad con que los flujos subterráneos pueden circular en la masa (Marinas, 2002). En suelos con permeabilidad muy pobre, el flujo subterráneo de agua presentará mayor resistencia, lo que incidirá en una mayor velocidad (Tabla 10).

Tabla 10. Coeficientes de permeabilidad

Zona Núm.	k (cm/s)
1	0.0630
2	0.0244
3	0.0700
4	0.0800
5	0.0330
6	0.0901

A partir del mapa topográfico, se delimitó el área interior del escarpe para cada zona. El límite inferior es la orilla del río Negro. El límite superior o la “corona” del deslizamiento lo constituyen las zonas altas ubicadas en las cercanías del camino que une las poblaciones de San Bartolo y La Dolorosa. La delimitación lateral del área se realiza con un trazo que esté acorde con el direccionamiento de las grietas y rupturas de pendiente, y que abarque hondonadas y pantanos, los cuales son zonas de potencial infiltración. El área de cada deslizamiento se expone en la Tabla 11.

Tabla 11. Área de los deslizamientos

Zona Núm.	Abscisas	Área A (m ²)
1	3+114 – 3+300	257 200
2	3+650 – 3+753	228 500
3	3+900 – 4+093	302 500
4	4+400 – 4+731	518 100
5	4+790 – 4+900	395 600
6	4+900 – 5+493	350 400

La pendiente se calculó mediante la media ponderada en la longitud total de los rumbos o direcciones que sigue la descompresión de las masas, los cuales se estiman mediante la morfología de las grietas de tracción. Los valores se presentan en la Tabla 12.

Tabla 12. Pendiente de los deslizamientos

Zona Núm.	Abscisas	Pendiente j
1	3+114 – 3+300	0.208
2	3+650 – 3+753	0.261
3	3+900 – 4+093	0.235
4	4+400 – 4+731	0.156
5	4+790 – 4+900	0.184
6	4+900 – 5+493	0.197

Para la zona 1, por ejemplo, se pueden observar en la Figura 6 dos direcciones de movimientos: La primera de longitud 648.96 m entre las elevaciones 865 y 760 msnm, con pendiente $j_1 = 105/648.96 = 0.162$. La segunda, de longitud 630.74 m entre las elevaciones 760 a 605 msnm, con pendiente $j_2 = 155/630.74 = 0.256$. La pendiente media ponderada en la longitud total es:

$$j = \frac{0.162 \times 648.93 + 0.256 \times 630.74}{1279.67} = 0.208$$

La precipitación media se calculó a partir de los registros diarios de lluvias de un pluviómetro ubicado en la cuenca del río Negro a 2.2 kms de la zona 1. Se procedió de la siguiente manera: En cada intervalo de tiempo de medición de la velocidad, el área bajo la curva de precipitación, dividida para el intervalo de tiempo representa la precipitación media. Por ejemplo, entre el 11 y 19 de junio 2018 el área bajo la gráfica es igual a 108.40 mm x d (Figura 12), que dividida para 8 días muestra 13.55 mm.



Figura 12. Registro diario de precipitación. Junio 2018

De manera similar, el caudal medio en este periodo de tiempo es igual al área bajo la curva de caudales, $2103.52 \text{ (m}^3 / \text{s) } \times \text{d}$, dividida para 8 días, que da $262.94 \text{ m}^3 / \text{s}$ (Figura 13).

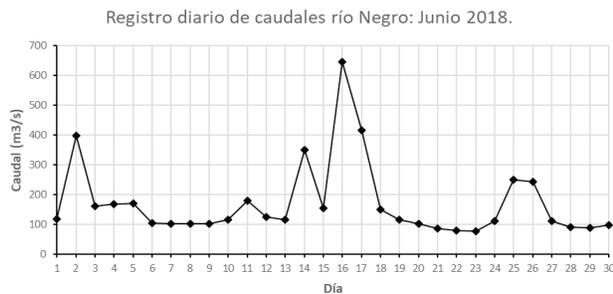


Figura 13. Registro diario de caudales. Junio 2018

Al valor del caudal medio se restó el caudal de $30 \text{ m}^3/\text{s}$ que capta la central HIDROSANBARTOLO para la generación de electricidad.

RESULTADOS

CÁLCULO DE PARÁMETROS ADIMENSIONALES Π

Relacionando los valores de velocidad observados V_o de cada zona con los valores de sus variables correspondientes y con las variables predictivas P y Q , se calcularon los parámetros Π_8 y Π_9 mediante (3) y (4). Para la aceleración de la gravedad se ha tomado el valor estándar $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Las Figuras 14 a 16 muestran el cálculo de los parámetros adimensionales Π para cada zona inestable.

FECHA	V_0 (cm/día)	P (mm)	Q (m ³ /s)	$X = \frac{P^4 g h_s j}{Q^2 \tan \theta}$	$Y = \frac{V k A P^2}{Q^2}$	FECHA	V_0 (cm/día)	P (mm)	Q (m ³ /s)	$X = \frac{(P)^4 g h_s j}{(Q)^2 \tan \theta}$	$Y = \frac{V k A (P)^2}{(Q)^2}$
8/10/2016	1.354	6.96	190.00	37.195	29.436	8/2/2016					
8/15/2016	1.885	10.70	190.00	207.460	96.813	8/10/2016	0.930	9.78	190.00	28.875	13.731
8/29/2016	0.932	5.61	71.20	111.859	93.778	8/15/2016	0.737	6.20	190.00	4.654	4.370
9/16/2016	0.921	7.70	65.47	468.392	206.262	8/29/2016	0.747	5.61	72.00	21.792	25.298
9/29/2016	0.820	7.71	86.11	273.228	106.667	9/16/2016	0.453	7.70	66.27	91.073	34.031
11/1/2016	1.611	3.77	50.01	46.352	148.525	9/29/2016	0.773	7.71	84.91	55.982	35.551
11/14/2016	1.971	9.73	65.16	1209.528	712.553	10/11/2016	0.634	5.19	64.02	20.113	23.193
11/30/2016	1.685	11.58	47.82	4507.209	1602.926	11/1/2016	0.525	2.97	39.28	5.715	16.677
3/14/2017	6.298	3.28	51.92			11/14/2016	0.760	9.74	65.96	235.673	92.351
3/31/2017	3.181	8.68	46.06	1528.752	1829.220	11/30/2016	0.771	11.58	48.62	868.615	244.052
4/19/2017	2.521	13.84	80.86	3211.845	1196.944	12/13/2016	0.989	4.30	26.82	54.359	141.957
5/2/2017						1/6/2017	0.456	4.54	38.73	32.358	34.992
7/31/2017	1.639	6.73	103.92	108.675	111.356	1/16/2017	0.926	10.51	67.58	304.340	124.845
8/15/2017	1.639	2.23	50.31	5.624	52.328	2/2/2017	0.764	6.76	55.65	76.960	62.934
9/6/2017	0.843	4.31	34.59	164.544	211.787	2/13/2017	0.927	4.44	52.83	15.818	36.451
9/26/2017	1.152	6.70	62.10	299.448	217.510	3/3/2017	0.072	9.84	47.58	472.961	17.239
10/11/2017	0.790	5.91	45.47	337.642	216.261	3/14/2017	0.091	3.28	36.15	10.096	4.193
10/15/2017	1.242	6.16	35.50	654.737	606.344	3/31/2017	0.911	9.66	46.98	449.368	214.707
10/31/2017	1.931	14.38	128.59	1481.632	391.622	4/19/2017	0.881	13.40	76.50	628.835	150.759
11/6/2017	2.267	4.14	14.92	756.683	2831.774	5/2/2017	1.421	15.75	90.89	849.082	237.883
11/14/2017	1.244	14.74	33.03	24780.261	4015.268	5/15/2017	1.154	13.19	77.23	578.289	187.667
11/27/2017	1.755	4.55	59.39	69.307	166.690	5/30/2017	1.032	7.07	61.65	74.796	75.624
3/19/2018	1.689	3.46	56.66	25.618	102.187	6/14/2017	0.933	13.32	100.62	354.317	91.139
4/3/2018	1.000	14.08	51.90	8339.566	1191.446	7/3/2017	0.996	6.49	74.97	36.031	41.639
4/18/2018	1.219	8.73	56.86	1027.848	465.500	7/14/2017	1.092	5.31	105.56	8.128	15.396
4/24/2018	0.693	5.77	79.83	99.307	58.581	7/31/2017	0.924	14.05	187.18	126.895	29.044
6/1/2018	0.822	16.60	209.56	989.434	83.601	8/1/2017	0.943		78.50		
6/6/2018	0.822	13.23	172.66	588.034	78.221	8/15/2017	0.890	2.39	51.11	1.431	10.880
6/11/2018	0.678	6.43	84.24	137.823	64.014	8/31/2017	0.439	5.19	39.66	52.604	41.926
6/19/2018	0.760	13.79	234.14	377.179	42.715	9/26/2017	1.138	5.46	52.93	36.097	67.470
6/27/2018	0.713	10.03	103.67	539.115	108.104	10/11/2017	1.187	5.91	46.27	64.967	107.952
7/6/2018	0.621	1.22	57.67	0.377	4.480	10/30/2017	1.262	13.40	115.31	276.663	95.044
7/10/2018	0.598	5.84	55.43	216.279	107.550	11/14/2017	0.975	9.53	25.97	1394.316	731.939
7/16/2018	0.531	8.41	115.43	214.683	45.617	12/1/2017	1.400	5.51	57.58	31.596	71.385
7/30/2018	0.595	10.76	161.29	295.298	42.925	12/5/2017	3.585	13.89	49.09	1759.898	1599.942
8/13/2018	0.509	9.02	89.35	474.785	84.056	12/28/2017	1.482	6.58	27.20	289.250	483.760
8/20/2018	1.228	10.86	127.75	487.200	143.723	1/8/2018	1.662	2.94	11.99	59.326	557.523
8/28/2018	0.821	13.11	221.13	345.954	46.794	1/22/2018	0.891	17.86	86.21	1559.707	213.509
9/3/2018	0.694	10.93	78.25	1335.531	219.521	2/1/2018	2.201	4.48	52.10	16.842	90.546
9/11/2018	1.175	6.14	179.71	25.140	22.199	2/15/2018	0.323	4.29	26.51	54.902	47.185
9/17/2018	0.932	5.07	18.85	1061.452	1090.984	2/27/2018	2.354	5.80	53.26	45.609	155.841
9/25/2018	0.428	3.51	18.04	267.713	263.116	3/7/2018	0.269	9.21	33.57	726.528	112.720
10/1/2018	0.491	3.89	8.93	1647.719	1512.953	3/19/2018	1.534	3.46	57.46	4.963	31.061
10/17/2018	0.229	7.52	45.34	889.587	102.009	4/3/2018	1.187	14.08	52.70	1611.350	472.128
10/26/2018	0.314	1.36	7.79	32.373	155.163	4/18/2018	1.578	8.73	57.67	199.121	201.656
11/6/2018	0.281	7.39	42.31	951.303	138.919	4/24/2018	0.696	5.77	80.63	19.393	19.865
11/20/2018	0.416	12.22	67.07	2834.345	223.710	6/1/2018					
11/28/2018	0.707	7.53	43.22	985.327	347.957	6/6/2018	1.136	10.55	173.46	46.934	23.429
12/4/2018	0.550	13.15	25.82	25671.994	2311.102	6/11/2018	0.862	6.43	85.04	26.943	27.469
12/12/2018	0.590	8.26	48.22	1143.375	280.247	6/19/2018	1.277	13.79	234.94	74.631	24.522
12/19/2018	0.597	4.67	57.09	83.597	64.712	6/27/2018	1.035	10.03	104.47	105.764	53.227
1/3/2019	0.450	5.10	62.58	98.590	48.314	7/2/2018	0.925	1.47	73.15	0.099	2.082
1/17/2019	0.563	5.34	30.93	484.828	271.372	7/10/2018	0.643	3.37	57.01	4.518	12.512
2/6/2019	0.462	14.00	100.29	2182.199	145.606	7/16/2018	0.588	8.41	116.23	42.182	17.149
2/13/2019	0.957	10.69	117.76	537.992	127.727	7/24/2018	0.817	16.74	206.67	209.763	29.887
2/19/2019	0.588	7.68	67.32	463.374	127.465	7/30/2018	0.804	2.79	102.66	0.657	3.317
2/25/2019	1.352	9.65	57.95	1477.863	607.499	8/14/2018	0.693	8.42	93.69	65.278	31.194
3/12/2019	0.409	7.75	48.85	863.573	166.865	8/20/2018	0.700	12.67	157.15	118.823	25.352
3/19/2019	0.489	15.14	64.17	7292.647	441.069	8/29/2018	0.773	11.66	138.86	109.114	30.376
3/26/2019	0.698	5.41	74.95	87.073	58.904	9/3/2018	0.716	13.12	78.91	542.395	110.326
4/2/2019	0.611	10.12	94.23	676.351	114.145	9/11/2018	0.762	6.14	110.77	13.183	13.042
4/16/2019	0.338	9.01	38.53	2544.413	300.145	9/17/2018	0.499	5.07	17.74	238.620	226.738
5/1/2019	0.361	12.50	66.18	3193.057	208.998	9/27/2018	0.428	3.88	21.50	55.870	77.638
5/21/2019	0.462	11.21	125.89	570.183	59.341	10/1/2018	0.412	3.16	16.40	42.383	85.462
5/28/2019	0.302	5.52	67.08	118.204	33.124	10/17/2018	0.261	7.52	42.43	202.390	45.676
6/11/2019	0.702	13.58	122.33	1298.540	139.992	10/26/2018	0.282	1.36	8.59	5.304	39.544
6/19/2019	0.978	12.00	140.23	603.360	115.994	11/6/2018	0.323	7.39	43.11	182.550	52.817
6/26/2019	0.963	6.94	190.32	36.555	20.712	11/14/2018	0.382	8.83	38.15	476.387	114.189
7/2/2019	0.826	8.18	125.55	162.809	56.886	11/19/2018	0.658	18.77	103.99	1308.567	119.570
7/9/2019	0.517	6.14	111.55	65.175	25.340	11/26/2018	0.513	9.26	48.50	355.867	104.189
7/17/2019	0.479	7.37	99.90	169.036	42.256	12/3/2018	0.437	8.24	31.77	521.440	164.183
7/23/2019	1.043	18.06	190.72	1672.949	151.553	12/12/2018	0.403	9.92	48.39	470.869	94.432
8/1/2019	0.553	4.31	103.58	18.330	15.481	12/19/2018	0.506	4.67	57.89	16.197	18.352
8/7/2019	0.523	12.55	139.57	728.663	68.480	2/14/2019	4.047	14.78	125.58		
8/13/2019	0.413	2.12	49.40	4.707	12.291	2/19/2019	1.387	6.98	55.88	86.650	120.622
9/2/2019	0.348	9.38	116.46	325.886	36.537	3/11/2019	0.847	8.69	51.48	245.626	134.593
9/12/2019	0.534	6.94	78.51	214.741	67.568	3/19/2019	0.269	13.28	74.48	638.251	47.704
9/20/2019	0.327	5.38	76.45	82.093	26.237	3/27/2019	0.179	6.54	70.98	41.331	8.487
10/4/2019	0.201	6.68	34.99	927.615	118.390	4/1/2019	0.211	9.71	112.00	80.779	8.827
10/9/2019	0.342	14.35	56.24	7670.842	361.262	4/16/2019	0.167	8.41	71.78	110.857	12.765
10/22/2019	0.225	10.29	67.06	1425.515	85.847	5/1/2019	0.236	12.50	66.98	621.014	45.805
11/7/2019	0.354	11.33	70.09	1917.988	149.967	5/14/2019	0.243	12.35	122.50	176.497	13.749
						5/28/2019	0.258	7.31	105.04	29.513	6.958
						6/11/2019	0.451	13.58	151.13	169.493	20.300
						6/19/2019	0.565	12.00	141.14	118.656	22.753
						6/26/2019	0.701	6.94	193.14	7.071	5.043
						7/1/2019	0.856	9.80	137.64	55.505	24.209
						7/8/2019	0.560	5.97	96.45	15.581	11.971
						7/18/2019	0.546	6.49	106.81	17.727	11.243
						7/23/2019	0.913	20.71	208.40		

FECHA	V_0 (cm/día)	P (mm)	Q (m ³ /s)	$X = \frac{(P)^4 g h_s j}{(Q)^2 \tan \theta}$	$Y = \frac{V k A (P)^2}{(Q)^2}$	FECHA	V_0 (cm/día)	P (mm)	Q (m ³ /s)	$X = \frac{(P)^4 g h_s j}{(Q)^2 \tan \theta}$	$Y = \frac{V k A (P)^2}{(Q)^2}$
6/1/2018	0.083	14.30	208.74	15.064	8.285	8/11/2016	0.295	8.69	193.20	45.124	24.778
6/11/2018	0.083	7.41	126.47	2.959	6.060	8/15/2016	2.573	7.74	193.20	28.398	171.192
6/27/2018	0.156	10.49	165.57	6.933	13.246	8/29/2016	0.716	5.61	46.03	138.075	440.761
7/10/2018	0.045	1.55	49.93	0.036	0.923	9/15/2016	0.236	5.72	67.10	70.224	71.040
7/24/2018	0.043	12.19	169.59	12.051	4.659	9/29/2016	0.175	9.01	86.51	260.082	78.797
8/14/2018	0.080	6.75	89.88	4.034	9.603	10/11/2016	0.219	5.01	74.86	33.204	40.653
8/29/2018	0.068	11.90	194.95	8.282	5.384	11/1/2016	0.082	2.79	44.46	9.054	13.420
9/11/2018	0.139	8.71	137.13	4.804	11.857	11/14/2016	0.405	9.74	67.16	589.330	353.105
9/27/2018	0.071	4.26	16.00	20.193	107.229	11/30/2016	0.186	11.58	49.82	2139.790	415.585
10/17/2018	0.017	7.00	34.76	31.191	14.461	12/13/2016	0.229	3.85	37.12	47.095	102.261
11/5/2018	0.061	3.96	24.81	6.271	32.818	1/6/2017	0.108	4.53	40.94	74.220	54.668
11/20/2018	0.069	10.43	62.78	47.129	40.070	1/16/2017	0.328	10.51	68.78	761.827	317.386
12/3/2018	0.049	8.75	32.61	86.521	74.419	2/1/2017	0.225	7.18	63.94	191.978	117.751
12/17/2018	0.033	6.38	49.40	10.657	11.740	2/13/2017	0.340	4.07	47.29	36.246	104.470
1/17/2019	0.038	4.24	49.63	2.060	5.843	3/3/2017	0.123	9.84	48.46	1179.228	209.607
2/14/2019	0.038	13.40	106.74	44.418	12.695	3/14/2017	0.190	3.28	37.35	24.505	60.861
3/11/2019	0.048	8.14	46.45	31.939	31.439	3/31/2017	0.149	9.66	48.06	1113.624	248.769
4/16/2019	0.016	8.11	73.86	12.447	3.963	4/18/2017	0.151	14.01	83.52	1631.385	176.334
5/14/2019	0.061	11.13	120.08	16.704	11.043	5/2/2017	0.148	14.63	83.60	1935.984	187.827
5/29/2019	0.011	10.23	115.70	12.842	1.778	5/15/2017	0.490	13.20	78.43	1457.897	575.242
6/13/2019	0.031	8.96	88.98	12.777	6.586	5/30/2017	0.132	7.57	62.85	245.537	79.088
6/18/2019	0.103	16.00	187.89	29.138	15.796	6/14/2017	0.291	13.58	112.81	789.842	175.129
6/25/2019	0.046	7.30	194.71	1.176	1.369	7/3/2017	0.212	6.49	76.17	90.318	63.727
7/1/2019	0.216	8.08	134.00	3.726	16.631	7/14/2017	0.299	4.19	96.97	9.681	23.146
7/8/2019	0.019	5.10	92.26	1.248	1.233	8/1/2017	0.218	13.27	177.66	290.376	50.503
7/17/2019	0.062	5.86	106.52	1.631	3.963	8/15/2017	0.529	2.39	52.31	3.538	45.888
7/22/2019	0.053	17.53	224.57	29.391	6.881	9/5/2017	0.505	4.32	36.59	76.836	291.665
8/7/2019	0.072	6.86	112.59	2.742	5.699	9/26/2017	0.291	6.57	64.10	134.030	126.577
8/12/2019	0.053	0.96	48.24	0.006	0.447	10/11/2017	0.826	5.91	47.47	159.921	530.968
9/4/2019	0.049	7.89	115.07	4.594	4.898	10/30/2017	0.445	13.40	116.51	702.124	244.075
9/11/2019	0.046	7.20	71.62	8.223	9.950	11/14/2017	0.494	9.53	27.17	3300.497	2516.911
9/24/2019	0.099	4.49	78.46	1.036	6.880	11/30/2017	0.260	4.84	60.55	44.229	68.966
10/3/2019	0.051	4.90	26.61	12.779	36.952	12/28/2017	0.446	7.97	30.99	1241.237	1222.135
1/3/2020	0.135	10.26	66.50	39.331	68.114	1/22/2018	0.136	11.29	54.75	1603.007	239.308
2/27/2020	0.246	4.91	56.87	2.821	38.845	2/15/2018	0.137	4.37	38.37	72.930	73.652
3/31/2020	0.124	6.00	42.88	11.063	51.519	3/6/2018	0.203	6.31	45.96	221.683	158.458
6/16/2020	0.067	11.67	117.79	20.983	13.961	4/2/2018	0.122	9.13	53.15	726.226	149.130
8/4/2020	0.078	8.67	93.75	10.091	14.174	4/24/2018	0.108	10.12	64.75	739.097	109.073
8/25/2020	0.119	9.19	56.15	35.510	67.330	7/3/2018	0.629	1.23	57.49	0.201	11.845
9/1/2020	0.152	1.39	7.69	0.991	105.435	7/9/2018	0.299	2.62	43.49	7.321	44.941
9/15/2020	0.505	3.39	33.14	1.888	111.824	7/24/2018	0.390	13.04	164.29	316.705	101.984
10/22/2020	0.360	8.88	57.58	29.438	181.165	8/14/2018	0.230	7.84	127.78	68.344	35.941
11/5/2020	0.754	1.27	9.97	0.411	259.022	8/20/2018	0.605	12.67	138.61	395.745	209.253
11/10/2020	0.124	2.69	5.00	32.875	759.993	8/28/2018	0.514	13.11	223.13	175.382	73.545
11/17/2020	0.817	2.15	5.00	13.416	3197.965	9/3/2018	0.520	10.93	100.84	415.053	253.373
11/24/2020	0.080	7.34	32.98	41.887	83.908	9/11/2018	0.707	6.14	105.89	37.378	98.384
12/8/2020	0.238	9.80	34.47	121.847	408.192	9/25/2018	0.389	4.18	19.37	239.939	749.910
12/15/2020	0.091	3.46	20.00	5.624	57.943	10/3/2018	0.245	4.22	10.10	916.689	1771.563
12/22/2020	0.614	6.26	49.61	9.794	207.014	10/17/2018	0.205	7.85	48.23	482.171	224.754
12/30/2020	0.240	6.96	8.30	534.655	3573.526	10/25/2018	0.784	1.38	10.80	9.186	530.833
1/5/2021	0.238	6.03	22.10	42.489	375.751	10/29/2018	0.860	8.29	34.79	1151.144	2023.798
1/13/2021	0.542	6.50	40.57	17.023	294.876	11/5/2018	0.666	6.96	45.41	336.957	649.691
1/19/2021	0.237	3.30	41.23	1.095	32.102	11/12/2018	0.741	6.79	30.66	666.352	1504.015
1/26/2021	0.363	13.60	93.44	61.501	162.803	11/19/2018	1.050	16.79	94.04	2655.774	1388.097
2/3/2021	0.306	7.80	81.21	8.810	59.854	11/26/2018	0.342	9.26	49.70	878.040	491.573
2/10/2021	0.518	7.09	55.13	13.050	181.289	12/3/2018	0.762	8.24	32.97	1254.455	1973.399
2/24/2021	0.164	8.66	30.73	93.485	276.270	12/11/2018	0.481	9.50	41.59	1390.537	1040.443
3/9/2021	0.275	11.64	96.94	30.662	84.049	12/17/2018	0.550	4.48	64.76	28.453	109.316
3/23/2021	0.075	5.56	31.62	15.003	49.103	1/3/2019	0.767	5.62	65.14	69.330	236.584
3/30/2021	0.093	20.94	91.30	362.042	103.431	1/7/2019	1.083	10.24	47.12	1461.199	2118.589
4/6/2021	0.440	9.36	112.86	9.458	64.071	1/16/2019	0.617	2.59	22.19	26.986	348.294
4/13/2021	0.193	3.36	58.68	0.581	13.389	1/25/2019	0.591	8.66	99.46	167.571	185.421
4/21/2021	0.113	10.17	73.85	30.788	45.177	1/31/2019	0.832	15.29	66.44	3658.879	1827.287
5/4/2021	0.165	19.31	84.23	307.602	184.056	2/12/2019	0.727	13.39	132.49	541.176	307.673
5/17/2021	0.270	18.26	203.34	42.204	46.066	2/19/2019	0.606	8.59	77.89	265.419	305.568
						2/25/2019	0.879	9.65	59.95	712.767	944.393
						3/11/2019	0.761	8.28	49.56	565.803	881.335
						3/26/2019	1.036	9.60	76.27	431.834	680.547
						4/15/2019	0.948	9.39	82.07	340.533	513.827
						4/24/2019	1.066	15.78	71.69	3561.758	2141.092
						5/1/2019	1.190	6.71	62.23	155.026	574.258
						5/10/2019	1.000	11.93	120.56	411.294	405.824
						5/14/2019	1.321	13.29	127.86	563.181	591.192
						5/22/2019	1.139	8.02	129.34	72.997	181.454
						5/29/2019	1.225	8.93	76.52	320.558	691.186
						6/11/2019	1.132	12.75	125.27	497.389	486.240
						6/18/2019	0.661	12.93	136.39	443.571	246.314
						6/21/2019	0.899	11.32	259.21	72.095	70.983
						6/25/2019	1.015	4.70	166.45	5.202	33.554
						7/1/2019	0.995	8.38	130.02	86.300	171.540

Figura 15. Cálculo de los parámetros adimensionales para zonas 3 y 4

FECHA	V_0 (cm/d)	P (mm)	Q (m ³ /s)	$X = \frac{(P)^4 g h_s j}{(Q)^2 \tan \theta}$	$Y = \frac{V k A (P)}{(Q)^2}$	FECHA	V_0 (cm/d)	P (mm)	Q (m ³ /s)	$X = \frac{(P)^4 g h_w j}{(Q)^2 \tan \theta}$	$Y = \frac{V k A (P)^2}{(Q)^2}$
11/1/2016						8/11/2016	0.4191066	8.69	190.00	13.162	27.662
11/14/2016	0.896	9.74	51.30	316.084	421.551	8/15/2016	0.5026788	7.75	190.00	8.296	26.341
11/30/2016	0.853	11.58	43.92	863.579	774.866	8/29/2016	0.3461281	5.61	73.20	15.394	64.129
12/13/2016	0.759	4.30	27.77	41.134	237.932	9/16/2016	0.2674617	7.70	67.47	64.153	109.759
1/6/2017	0.416	4.54	37.15	28.518	81.169	9/29/2016	0.2834915	7.71	84.91	40.876	73.784
1/16/2017	0.922	10.51	68.78	238.540	281.065	10/11/2016	0.2761585	5.19	65.22	14.150	55.054
2/1/2017	0.723	7.18	61.15	65.730	130.129	11/1/2016	0.176866	2.97	40.48	3.929	29.936
2/13/2017	0.818	4.07	45.46	12.241	85.472	11/14/2016	0.2458872	9.74	67.16	165.984	163.050
3/3/2017	0.782	9.84	48.46	369.235	420.959	11/30/2016	0.5436186	11.58	49.82	604.040	927.075
3/14/2017	0.89	3.28	37.35	7.673	89.604	12/13/2016	0.3656328	4.30	28.02	36.365	271.963
3/31/2017	1.005	9.66	48.18	346.959	527.485	1/6/2017	0.2686231	4.54	39.93	22.228	109.635
4/18/2017	1.479	14.01	78.08	584.467	621.688	1/16/2017	0.1096205	10.51	68.78	214.530	80.694
5/2/2017	0.114	14.63	83.60	606.188	45.577	2/1/2017	0.3061029	7.18	62.02	57.651	129.538
8/31/2017	0.390	4.59	41.16	24.22979249	63.315	2/13/2017	0.1592349	4.07	47.47	10.104	36.860
9/19/2017	0.194	6.32	59.94	41.06620027	28.156	3/3/2017	0.304785	9.84	48.78	328.554	391.488
10/11/2017	0.321	4.27	46.70	14.0970235	35.035	3/14/2017	0.160412	3.28	37.35	6.906	39.013
10/30/2017	0.260	12.07	116.88	143.6806749	36.197	3/31/2017	0.1954302	9.66	48.18	311.969	247.663
11/14/2017	0.284	9.61	27.94	1010.39324	438.614	4/18/2017	0.362874	14.15	83.37	479.973	329.631
11/30/2017	0.235	4.93	60.18	15.0845721	20.589	5/2/2017	0.4498892	14.63	83.60	544.841	434.194
12/28/2017	0.258	7.52	32.00	288.8158947	186.005	5/15/2017	0.2358978	13.19	78.43	409.420	210.380
1/22/2018	0.202932	4.10	53.82	9.021894097	15.375	5/30/2017	0.2004326	7.07	62.85	52.548	79.909
2/15/2018	0.1934315	13.13	107.42	238.1981001	37.727	6/14/2017	0.2243056	13.32	101.82	252.646	121.040
3/6/2018	0.1618601	5.21	45.96	32.26044686	27.155	7/3/2017	0.1584382	6.49	76.17	25.486	36.298
4/2/2018	0.1691388	7.02	53.15	79.49007641	38.513	7/14/2017	0.1897317	5.31	106.76	5.802	14.797
4/24/2018	1.5921129	9.50	65.58	175.1367154	436.138	8/1/2017	0.1374575	13.27	180.77	79.038	23.368
6/11/2018	0.8058859	6.83	126.81	12.51574279	30.522	8/15/2017	0.1480385	2.39	52.31	0.997	9.768
6/27/2018	0.7887278	10.49	170.90	38.33939689	38.792	9/5/2017	0.0569716	4.32	36.59	21.730	25.089
7/9/2018	0.6431851	1.59	50.49	0.231868513	8.327	9/19/2017	0.0896256	9.09	72.16	108.920	44.804
7/24/2018	0.6060526	11.44	164.29	58.68273897	38.361	10/11/2017	0.047953	4.52	47.63	15.318	13.620
8/14/2018	0.6488272	6.17	94.07	15.14550142	36.439	10/30/2017	0.1498076	13.40	116.51	197.868	62.522
8/28/2018	0.7174601	12.81	190.25	68.80340276	42.465	11/14/2017	0.0888135	9.53	27.17	930.125	344.616
9/11/2018	0.6978315	8.45	138.23	24.67685778	34.045	11/30/2017	0.0791	4.84	60.55	12.464	15.942
9/25/2018	0.3568928	4.31	20.39	76.79577613	208.277	12/28/2017	0.1591083	7.97	31.60	335.923	318.970
10/17/2018	0.4444015	6.73	34.71	157.4916704	218.134	1/22/2018	0.1833229	11.29	41.16	799.368	435.279
11/5/2018	0.3921638	4.12	28.60	32.5754556	106.239	2/15/2018	0.1687212	4.37	38.37	20.553	68.903
12/4/2018	1.3335451	9.46	51.59	278.2956369	585.400	3/6/2018	0.1055218	6.31	45.96	62.390	62.688
12/17/2018	1.0528135	5.91	52.06	41.62362937	177.107	4/2/2018	0.1157328	9.13	53.15	204.660	107.667
1/16/2019	0.7237033	4.08	53.41	8.981922266	55.123	4/24/2018	0.2025206	8.87	64.76	122.999	119.883
2/12/2019	0.8606703	12.89	109.91	211.3425477	154.539	5/31/2018	0.4350566	16.69	214.83	139.818	82.771
3/11/2019	0.7639129	8.40	59.18	131.4752749	200.932	6/11/2018	0.4350566	8.94	126.81	33.012	68.139
4/2/2019	0.9607457	8.70	80.97	80.81247666	144.800	6/27/2018	0.2305095	11.91	170.90	57.327	35.299
4/15/2019	0.9290251	8.64	72.54	97.93762143	172.056	7/9/2018	0.1287594	1.92	42.17	0.637	8.425
5/1/2019	0.8465101	8.90	67.52	127.2755095	192.007	7/24/2018	0.1227135	13.04	164.29	89.252	24.391
5/22/2019	0.702263	10.41	161.98	41.39206051	37.865	8/14/2018	0.1345086	6.64	94.07	18.237	21.107
5/28/2019	0.7654436	10.88	80.15	201.7326878	184.142	8/28/2018	0.1712379	12.92	188.33	65.422	25.422
6/13/2019	0.6649274	10.40	103.25	101.4926212	88.077	9/11/2018	0.1465398	8.19	138.23	19.627	16.235
6/25/2019	0.6244915	12.30	194.51	55.95061563	32.602	9/25/2018	0.0954364	4.18	20.39	61.066	126.460
7/1/2019	0.5352483	8.08	137.71	20.78643157	24.057	10/17/2018	0.0334529	6.53	34.71	125.596	37.337
8/7/2019	1.4119162	7.72	126.30	20.59335256	68.869	11/5/2018	0.1047753	4.89	28.60	58.283	96.674
8/30/2019	1.6396219	8.51	159.61	19.03998749	60.852	11/20/2018	0.1465342	11.44	64.49	342.767	145.407
9/6/2019	1.7990576	3.89	48.32	9.069727501	152.216	12/3/2018	0.2798169	8.92	37.25	379.727	506.046
						12/17/2018	0.1616039	7.35	51.52	91.510	103.716
						1/16/2019	0.086144	5.33	49.61	27.226	31.318
						2/12/2019	0.1530977	12.90	105.31	207.847	72.449
						3/12/2019	0.1137416	8.37	59.56	114.949	70.775
						4/16/2019	0.0905539	9.51	79.28	108.526	41.133
						5/23/2019	0.1270859	11.22	99.74	132.792	50.752
						5/29/2019	0.1497021	9.90	80.93	122.090	70.654
						6/13/2019	0.1634945	11.24	121.40	90.246	44.223
						6/18/2019	0.3112014	17.52	152.44	337.469	129.630
						6/25/2019	0.2749256	7.54	206.21	6.313	11.579
						7/1/2019	0.3198855	8.38	130.02	24.321	41.941
						7/9/2019	0.5736883	5.37	103.29	6.481	48.876
						7/18/2019	0.2684026	7.08	103.97	19.385	39.290
						7/23/2019	0.5385596	20.71	207.17	356.764	169.729
						8/6/2019	0.2412635	8.15	123.43	24.062	33.142
						8/13/2019	0.3092917	1.81	52.80	0.324	11.518
						9/4/2019	0.2806088	9.12	111.89	45.961	58.772
						9/11/2019	0.1342649	6.49	81.14	22.470	27.114
						10/10/2019	0.0736442	7.56	55.25	89.005	43.468

Figura 16. Cálculo de los parámetros adimensionales para zonas 5 y 6

Con los valores obtenidos se realizaron gráficos de dispersión entre estos parámetros para determinar la función f_3 que tenga el mayor coeficiente de determinación R^2 . (Figura 17).

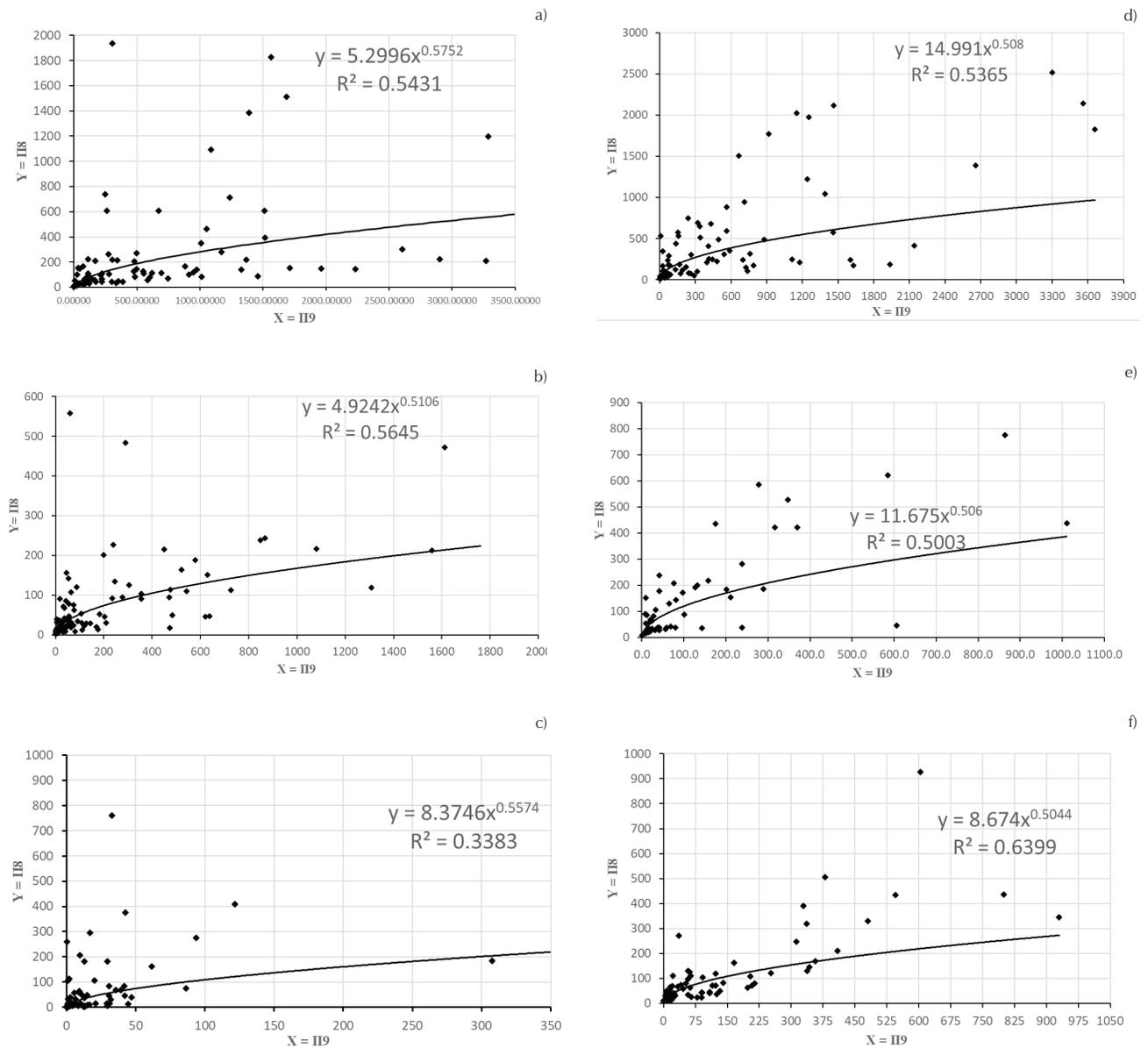


Figura 17. Función de ajuste entre parámetros Π_8 y Π_9 : a) Zona 1, b) Zona 2, c) Zona 3, d) Zona 4, e) Zona 5, f) Zona 6

Sustituyendo (3) y (4) en Y y X respectivamente, se determinaron las siguientes expresiones:

Zona 1:

$$V = \frac{5.30}{kA} P^{0.300} Q^{0.850} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.575} \quad (10)$$

Zona 2:

$$V = \frac{4.92}{kA} P^{0.044} Q^{0.978} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.511} \quad (11)$$

Zona 3:

$$V = \frac{8.37}{kA} P^{0.228} Q^{0.886} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.557} \quad (12)$$

Zona 4:

$$V = \frac{14.99}{kA} P^{0.032} Q^{0.984} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.508} \quad (13)$$

Zona 5:

$$V = \frac{11.68}{kA} P^{0.024} Q^{0.988} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.506} \quad (14)$$

Zona 6:

$$V = \frac{8.67}{kA} P^{0.016} Q^{0.992} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.504} \quad (15)$$

DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

LEY GENERAL DE REPTACIÓN PARA COLUVIONES

Las ecuaciones halladas difieren para cada deslizamiento, pero presentan la misma estructura algebraica, lo que condujo a deducir la ley general de reptación de coluviones, la cual se puede expresar mediante la ecuación:

$$V = \frac{m}{kA} P^p Q^q \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^n \quad (16)$$

con $P \geq 0.54$ mm; $n > 0.500$; $k \wedge A > 0$.

De (10) a (15), tomando para cada deslizamiento el coeficiente m , se verificó una buena correlación con el área correspondiente de cada zona inestable (Figura 18).

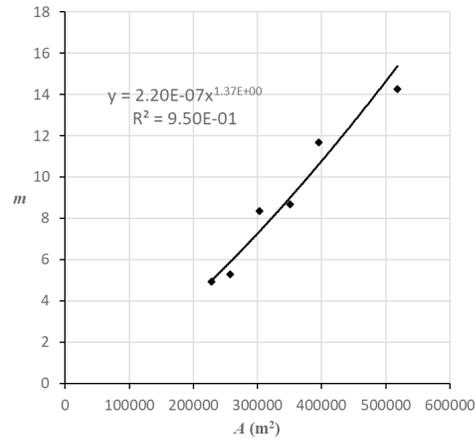


Figura 18. Correlación entre el coeficiente m y el área A

La función potencial mostrada, muestra el mayor poder predictivo para el coeficiente m :

$$m = (2.20 \times 10^{-7}) A^{1.37} \quad (17)$$

Para definir los exponentes, se calculó la media aritmética de los valores obtenidos en (10) a (15):

$$\begin{aligned} p &= 0.108 \\ q &= 0.946 \\ n &= 0.527 \end{aligned} \quad (18)$$

Reemplazando (17) y (18) en (16), se obtuvo la Ley General de reptación de coluviones:

$$V = \frac{2.20 \times 10^{-7} (A)^{0.37}}{k} P^{0.108} Q^{0.946} \left(\frac{gh_s j}{\tan \phi} \right)^{0.527} \quad (19)$$

con P en mm, Q en m³/s, A en m², k en cm/s, $g = 9.81$ m/s², h_s en m, j y $\tan \phi$ adimensionales.

La ley expresada mediante (19) es válida para deslizamientos de laderas en cuencas hidrográficas constituidas por coluviones, caracterizados por rocas metamórficas en matriz limo-arenosa, y fue determinada para deslizamientos con extensiones desde 228500 hasta 518100 m², en una región afectada por fallas inversas, que han causado fracturamientos y cizallamientos en el basamento rocoso.

Los caudales medios han sido calculados tomando en cuenta la regulación de la obra de captación de la central HIDROSANBARTOLO, que utiliza el caudal de 30 m³/s para la generación de electricidad.

La velocidad de reptación es inversamente proporcional a la permeabilidad k del suelo de la matriz, siendo mayor el riesgo en laderas con permeabilidad muy baja.

CORRELACIÓN LINEAL ENTRE VALORES OBSERVADOS (V_o) Y VALORES DEL MODELO (V)

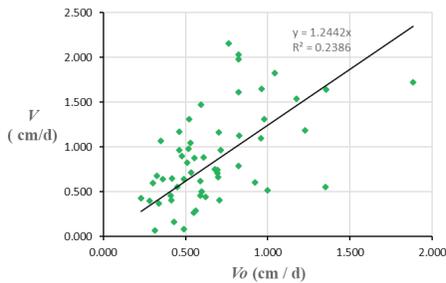
Los gráficos de correlación nos indican un ajuste muy débil para valores de velocidad menores a 1 cm/d.

Se obtuvieron coeficientes de correlación lineal " r " mayores a 0.50. El análisis reveló que este se obtiene para caudales del río mayores a 26 m³/s. Para caudales

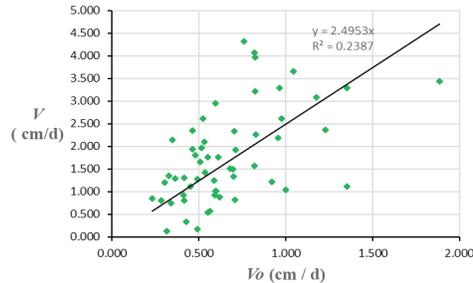
menores a 26 m³/s, el modelo no es confiable. El análisis realizado con datos del modelo para $Q < 26$ m³/s dio como resultado coeficientes de correlación muy bajos, por lo que estos caudales fueron omitidos. En estadística es permisible eliminar ciertos datos adecuadamente, siempre que exista una justificación apropiada (Navidi, 2006).

Estadísticamente, un coeficiente de correlación mayor o igual a 0.50 representa un ajuste moderado, mientras que valores inferiores a este representan un ajuste débil (Navidi, 2006). La Figura 19 muestra los ajustes lineales y los coeficientes de correlación respectivos para cada zona inestable.

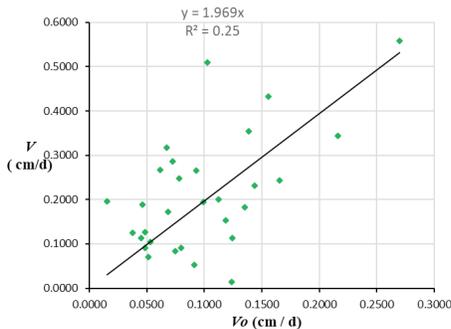
a) Zona 1. $r = 0.49$



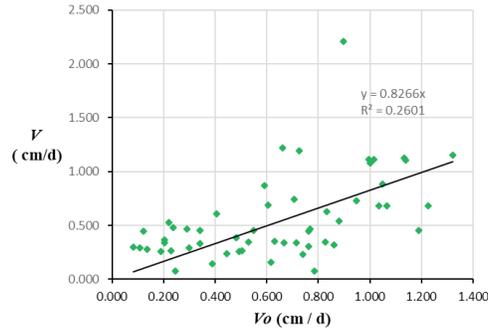
b) Zona 2. $r = 0.49$



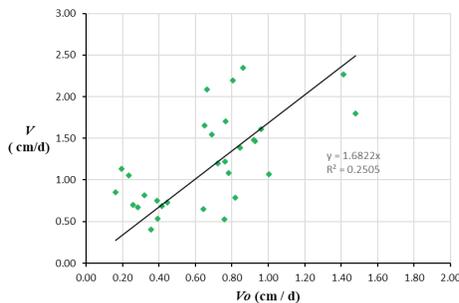
c) Zona 3. $r = 0.50$



d) Zona 4. $r = 0.51$



e) Zona 5. $r = 0.50$



f) Zona 6. $r = 0.51$

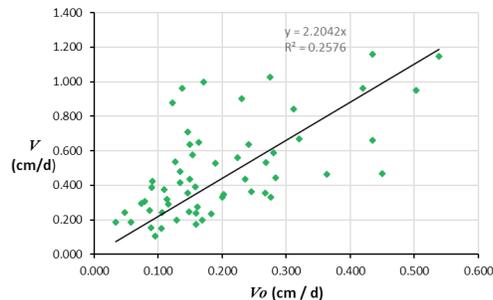


Figura 19. Correlación lineal entre valores observados y del modelo. Análisis efectuado para $Q > 26$ m³/s

El poder predictivo del modelo está en el rango 25 al 26 %.

La restricción para $Q > 26 \text{ m}^3/\text{s}$ se fundamenta en la protección que confieren las terrazas aluviales en el pie de las laderas, por lo que caudales menores no constituyen la causa para acelerar los movimientos por socavación lateral.

La heterogeneidad del suelo también ocasiona que el poder predictivo del modelo tome el máximo de 26 %.

DESCRIPCIÓN DE LOS MOVIMIENTOS EN MASA

La Figura 2 muestra la escala de velocidades, en donde se describen los movimientos como: Muy lento, Lento, Moderado, Rápido, Muy rápido y Extremadamente Rápido para 6 valores típicos de la velocidad.

En un período de siete días, se registraron:

P máxima = 28.15 mm

Q máximo = 259.21 m^3/s

Bajo estas condiciones hidrometeorológicas, aplicando (19) se determinó la siguiente descripción de los movimientos con base en la escala de Cruden y varnes (Figura 2, Tabla 13).

La velocidad máxima es 2.90 cm/d y se produce en la zona 2. Está en el intervalo 1.5 m/año – 1.5 m/mes (0.411 – 5.00 cm/d), para el cual, el movimiento se describe como “Lento” según la escala de Cruden y Varnes (Figura 2).

El mes de mayo es el más lluvioso en la región. En mayo 2020 (31 días), se registraron para las variables predictivas los siguientes valores medios mensuales (Tabla 14):

P máxima = 18.02 mm

Q máximo = 183.14 m^3/s

Tabla 13. Descripción de movimientos para condiciones hidrometeorológicas en un período de 7 días

Zona Núm.	V(cm/d)	Desplazamiento = 7.V (cm)	Descripción
1	2.78	19.46	Lento
2	2.90	20.30	Lento
3	0.39	2.73	Muy lento
4	1.98	13.86	Lento
5	2.35	16.45	Lento
6	0.78	5.46	Lento

Tabla 14. Descripción de movimientos para las condiciones hidrometeorológicas críticas en un período de 31 días

Zona Núm.	V (cm/d)	Desplazamiento = 31 V (cm)	Descripción
1	1.90	58.90	Lento
2	1.99	61.69	Lento
3	0.27	8.37	Muy lento
4	1.36	42.16	Lento
5	1.61	49.91	Lento
6	0.53	16.43	Lento

En la zona 2 se presentaría la máxima velocidad, de 1.99 cm/d, movimiento del tipo “Lento”, con desplazamiento de 61.69 cm en 31 días.

UMBRALES DE PRECIPITACIÓN Y CAUDAL PARA MOVIMIENTO MODERADO

Aplicando (19) se calculó la precipitación media y caudal medio, para el cual se desencadenó el movimiento moderado en las laderas, el cual se dará cuando V supere los 5.0 cm/d. Los valores fueron: $P = 18 \text{ mm}$ y $Q = 600 \text{ m}^3/\text{s}$. Bajo estas condiciones, en los sectores 1 y 2 se desencadenará un movimiento “Moderado” (Tabla 15).

Se registraron durante la investigación, en un período de 24 horas, precipitaciones de 39.5 mm y caudales medios de 761.58 m^3/s , que son mayores a los umbrales calculados, y desencadenarán movimientos moderados en zonas 1, 2, 4 y 5 (Tabla 16).

Tabla 15. Velocidades de reptación para los umbrales de precipitación y caudal de movimiento moderado ($5 < V < 150 \text{ cm/d}$)

Zona Núm.	V (cm/d)
1	5.85
2	6.10

Tabla 16. Velocidades de reptación para precipitación y caudal máximos en 24 horas

Zona Núm.	V (cm/d)
1	7.98
2	8.32
4	5.68
5	6.77

CONCLUSIONES

- La ley de deslizamiento superficial encontrada es aplicable a movimientos en masa constituidos por rocas metamórficas (pizarras y esquistos grafiticos) cuyos fragmentos están englobados en una matriz arcillo limosa, con elevado nivel freático y erosión fluvial en laderas de cuencas hidrográficas.
- El coeficiente de correlación lineal entre velocidades observadas V_o y velocidades calculadas con el modelo es superior a 0.50, que estadísticamente indica un poder de asociación “moderado”. Este factor se obtuvo para caudales medios del río mayores a 26 m³/s. El modelo refleja que caudales menores a 26 m³/s no activan los deslizamientos, lo que se explica por la presencia de terrazas aluviales en el pie de las laderas, que constituye una protección contra la socavación lateral.
- Los gráficos de dispersión nos indican una correlación muy débil para valores de velocidad menores a 1 cm/d.
- Constantes del modelo: Proporcionalidad directa con la potencia 0.108 de la precipitación y la potencia 0.945 del caudal fluvial, lo que revela una mayor influencia de la socavación lateral en la velocidad de reptación. El término $(gh_{s,j}/\tan\phi)^{0.527}$ expresa la similitud cinemática.
- Otra constante es la potencia 0.37 del área interior de los escarpes. Físicamente, esto puede interpretarse en el sentido de que existen regiones protegidas por vegetación, en donde la infiltración se reduce por la interceptación.
- Proporcionalidad inversa con la permeabilidad k : En suelos con permeabilidad muy pobre el agua no se drena con facilidad, siendo mayor la resistencia al flujo, y se generan mayores fuerzas de filtración, causando que las laderas aceleren su movimiento.
- Las condiciones climáticas e hidrológicas de esta región, desencadenarán movimientos “lentos” a “moderados”, siendo poco probable que se desencadenen movimientos “rápidos”. La zona más vulnerable ante la ocurrencia de lluvias y caudales es la Núm. 2, la cual tiene la máxima pendiente, factor agravante para el movimiento.
- Si se desencadenan movimientos moderados muy frecuentes, las condiciones de saturación y niveles freáticos alcanzarían valores críticos, siendo probable el paso a movimientos rápidos, por la cedencia de los materiales de las laderas.
- Se producirán desplazamientos promedios de las masas, desde 2.73 hasta 61.69 cm. No es recomendable edificar en esta región, dado que estos desplazamientos causarían daños en las estructuras. Aun-

que, según la escala de Cruden y Varnes los daños serán reparables, las estructuras necesitarán mantenimiento frecuente, afectando la economía de los propietarios.

REFERENCIAS

- Cruden, D., & Varnes, D. (1996). Landslide types and processes. Transportation Research Board. National Academy of Sciences, Special Report, 247: 36-75
- De Vallejo, L. I. (2004). *Ingeniería Geológica*. Madrid: Pearson. Prentice Hall.
- Díaz, J. S. (2009). *Deslizamientos. Análisis geotécnico*. Bucaramanga. Colombia: División de Publicaciones UIS.
- Keller, E. & Blodgett, R. (2007). *Riesgos naturales. Procesos de la Tierra como riesgos, desastres y catástrofes*. Madrid: Pearson. Prentice Hall.
- Gibbins, J. C. (2011). *Dimensional Analysis*. London: Springer.
- Lacerda, W. A. (1997). Stability of natural slopes along the tropical coast of Brazil. Symposium on Recent Developments in Soil and Pavement Mechanics. Rio de Janeiro, Brazil.
- Highland, L., & Bobrowsky, P. (2008). Manual de derrumbes. Guía para entender todo sobre derrumbes. Reston, Virginia: Circular 1325 del Servicio Geológico de EUA.
- Marinas, J. J. (2002). *Geología aplicada a la Ingeniería Civil*. Madrid: Dosat.
- Navidi, W. (2006). *Estadística para ingenieros y científicos*. México: Mc Graw-Hill.
- Tarback, L. (2005). *Ciencias de la Tierra. Una Introducción a la geología física*. México: Pearson. Prentice Hall.
- US Department of Interior. (2001). Engineering Geology field manual.

Cómo citar: Ochoa-Canizares, P. O. (2023). Investigación de los efectos hidrometeorológicos sobre los movimientos de masas en laderas de depósitos coluviales. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-19. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.015>



Cancellation of inertial effects in 1 degree of freedom mechanisms applying sliding mode control with response in finite time

Cancelación de efectos inerciales en mecanismos de 1 grado de libertad aplicando control por modos deslizantes con respuesta en tiempo finito

Suárez-Calderón Juan Carlos

Instituto Politécnico Nacional

E-mail: jcarlos.suarez@live.com

<https://orcid.org/0000-0003-3152-3018>

Susarrey-Huerta Orlando

Instituto Politécnico Nacional

E-mail: osusarrey@yahoo.com

<https://orcid.org/0000-0003-3347-6438>

Desiderio-Maya Daniela

Instituto Politécnico Nacional

E-mail: danieladmaya@outlook.com

<https://orcid.org/0000-0002-8787-8953>

Rocha-Gómez Iván

Instituto Politécnico Nacional

E-mail: ivanrocha.go@gmail.com

<https://orcid.org/0000-000293682762>

Flores-Campos Juan Alejandro

Instituto Politécnico Nacional

E-mail: alejandrohane@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-1632-7716>

Abstract

Canceling the effects generated by inertia in the mechanisms is a complicated task with great benefits, such as reducing the chattering effect and, in turn, energy consumption. This paper proposed a control method for electromechanical systems with one degree of freedom. The proposed method guarantees robustness, reaching a desired position in a finite time through the application of a control law using sliding modes with Time Base Generator (TBC) and the cancellation of the effects produced by inertia. The speed belongs to Gaussian bell-shape profile, then the speed has a normal distribution from energy used during the displacement, which allows the control algorithm to be applied in tasks such as feeding parts in processes that require precision or in painting processes, since the behavior of the speed is similar to the speed of the human limbs. The contribution is a robust control algorithm that can be adapted to any one degree of freedom mechanism that has the task of reaching a position in a specific time, the time begin determined by the user. The algorithm eradicates speed fluctuations, so over-acceleration is zero and disturbances generated by loads applied to the mechanism are also compensated.

Keywords: Chattering free, inertial effects, sliding modes, time base generator, one degree of freedom mechanism.

Resumen

Cancelar los efectos producidos por la inercia en los mecanismos es una tarea complicada que trae grandes beneficios, como son: La reducción del efecto denominado *chattering* y, al mismo tiempo, reducción en el consumo de energía. Este artículo propone una metodología de control para sistemas electromecánicos de un grado de libertad. La metodología propuesta garantiza robustez, busca alcanzar una posición deseada en un tiempo específico aplicando una ley de control que utiliza modos deslizantes y un generador de base de tiempo (TBC) cancelando con ello los efectos generados por la inercia. La velocidad presenta una forma de campana Gaussiana, es decir, la velocidad posee una distribución normal de energía durante el movimiento, lo que permite aplicar el algoritmo de control a tareas como: Alimentación de piezas en procesos que requieren precisión o procesos de pintura, ya que el comportamiento de la velocidad es similar a la velocidad descrita por las extremidades del cuerpo humano. La contribución es un algoritmo de control robusto que puede ser adaptado a cualquier mecanismo de un grado de libertad cuya tarea sea alcanzar una posición en un tiempo especificado por el usuario. Las fluctuaciones de velocidad son erradicadas por el algoritmo; en consecuencia, la sobre aceleración es nula y las perturbaciones generadas por las cargas aplicadas al mecanismo también son compensadas.

Descriptores: Efectos inerciales, efecto *chattering*, efecto *chattering*, generador de tiempo base (TBC), sistemas de control, modos deslizantes, mecanismos de 1 GDL.

INTRODUCTION

In recent years, many studies have focused on solving the problem of chatter-free mechanisms. On the other hand, new proposals have been made to obtain control algorithms capable of developing bell-shaped speed profiles whose task is to emulate the speed profiles described by human limbs. Tasks such as the transport of dangerous substances or liquids that can spill show the importance of eradicating inertial effects, achieving a bell-shaped speed profile.

For example, the way a human being generally moves his hand along a more or less straight path from one point to another shows common invariant kinematic features such as a bell-shaped speed profile (Morasso, 1981), many models have also been proposed; for example, "a minimal torque-change model" (Uno *et al.*, 1989), "a minimum jerk model" (Flash & Hogan, 1985), both models can generate hand trajectories in good agreement with the experimental data. Furthermore, in Yeung & Chen (1988) a variable structure model following control design (VSMFC) for robotic applications was presented in which the chattering problem was solved. In Chen *et al.* (1990) a control algorithm was proposed where the inverse of the inertial matrix was not required. Another method that uses an electrostatic potential field and a sliding mode for a manipulator that regulates the movement time but not the dynamic behavior of a robot has been presented in Hashimoto (1993). In addition, Morasso (1993) proposed a Time Base Generator (TBG) that generates a time series with a bell-shaped velocity profile, and showed that the trajectory of a hand can be generated with a transnational speed and rotational speed with a TBG signal.

On the other hand, Sira (1992) and Zhang & Panda (1999) have proposed an involved dynamic sliding mode control technique for a general class of nonlinear systems. However, the strict requirement of the measurement of the slip surface derivative is necessary, so Tsuji *et al.* (1995) proposed a method with a TBG in artificial potential field approach (APFA) that can regulate the time of motion and also the speed profile of the robot but it cannot be applied to dynamic control. In 1998, a new method is developed introducing the combination of a time scale transformation with a TBG, the method is useful for robot time scheduling problems (Tanaka *et al.*, 1998). In addition, a new stability analysis and design procedure for variable structure robotic controllers with PID-type sliding surfaces was presented, the controller is simple and robust (Stepanenco *et al.*, 1998).

A human-like trajectory is generated for the robots with the TBG-based trajectory generation method (Ta-

naka *et al.*, 1999), then the TBG generates a target spatial and temporal trajectory for the robot (Tanaka *et al.*, 2000). A novel chattering-free dynamic slip mode controller is proposed for a time-varying sliding regime for all times and for any initial conditions (Parra, 2001). Subsequently, a Cartesian control system is proposed in (Dominguez *et al.*, 2008), which guarantees a robust tracking in finite time based on a time base generator for uncertain robotic arms, to achieve this goal we proposed a nonlinear control based on modes second-order sliders, however this method only works on robots without gravity. Another alternative to reduce the inertial effects has been presented in (Kuo *et al.*, 2011). The chatter effect is addressed in García *et al.* (2011). On the other hand, a non-chattering sliding mode controller is proposed, the new sliding surface is parameterized by a base time generator (Gashemi & Nersesov, 2013). Chatter is a phenomenon that has been sought to eliminate through many methodologies, thus a new sliding mode controller with a continuous control strategy has been proposed to achieve a chattering-free controller (Feng *et al.*, 2014). A new controller with faster response and gravity compensation was introduced in Huang *et al.* (2014), Nonlinear Proportional Derivative (NPD) controller has smaller errors than conventional Proportional Derivative (PD) controllers.

In this paper we present a robust control algorithm for one degree of freedom mechanisms that solves the problem of inertial effects, eliminates chattering and presents a bell-shaped speed profile. The algorithm is based on a sliding mode control and a time base generator, the algorithm reaches a desired position in a finite time, the algorithm is adaptable to any mechanism of one degree of freedom and is applicable to tasks that require precision, the future scope of this research is to apply the algorithm to robotic arms, such as prostheses or mechanisms focused on rehabilitation, future studies to mechanisms of two or more degrees of freedom.

MODELLING

KINEMATIC MODEL-VECTOR LOOP METHOD

This section presents the kinematic and dynamic analysis of a one degree of freedom mechanism. The mechanism has a rotary actuator that generates the displacement q in the point, and point is vertically displaced.

Figure 1 shows the kinematic constraint equation. R_1 , R_2 , and R_3 are the vectors that describe the loop equation (1).

$$R_1 = R_2 + R_3 \quad (1)$$

The angles are defined with respect to the positive X -axis and the vectors are defined by equations (2), (3) and (4).

$$R_1 = (0, Y_h) \tag{2}$$

$$R_2 = AB (\cos q, \sin q) \tag{3}$$

$$R_3 = BC (\cos \theta_3, \sin \theta_3) \tag{4}$$

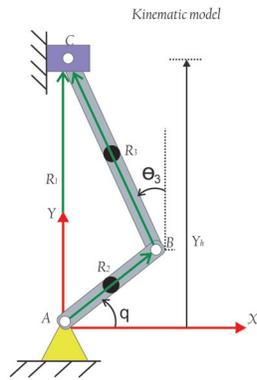


Figure1. Definition of the kinematic constraint equation

For position analysis we define the vector P as the unknown variables that determine the position.

$$[P] = \begin{bmatrix} \theta_3 \\ Y_h \end{bmatrix} \tag{5}$$

With the components of each position vector, the kinematic constraint functions (6) and (7) are obtained, the functions are equal to zero because the geometry of the mechanism is closed.

$$f_1 = R_2 \cos q + R_3 \cos \theta_3 = 0 \tag{6}$$

$$f_2 = R_2 \sin q + R_3 \sin \theta_3 - Y_h = 0 \tag{7}$$

With the kinematic constraints, the position matrix (8) is found, now it is possible to know the position of the mechanism at any time:

$$\begin{bmatrix} \theta_3 \\ Y_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin^{-1} \left(\frac{-R_2 \sin q + Y_h}{R_3} \right) \\ \frac{R_2 \cos q + R_3 \cos \theta_3}{R_3} \end{bmatrix} \tag{8}$$

The kinetic energy of the mechanism is obtained from the velocity analysis, therefore F is the matrix of the kinematic constraint functions of the mechanism:

$$F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_2 \cos q + R_3 \cos \theta_3 \\ R_2 \sin q + R_3 \sin \theta_3 - Y_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Differentiating the matrix of the kinematic constraint functions with respect to time, the velocity is obtained:

$$\dot{F} = \begin{bmatrix} \dot{f}_1 \\ \dot{f}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_2 \sin q \dot{q} - R_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ R_2 \cos q \dot{q} + R_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3 - \dot{Y}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

From (10) the acceleration is derived:

$$\ddot{F} = \begin{bmatrix} \ddot{f}_1 \\ \ddot{f}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-R_2 \sin q \ddot{q} + q \cos q \dot{q}) - (R_3 \sin \theta_3 \ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 \dot{\theta}_3) \\ (R_2 \cos q \ddot{q} - \dot{q} \sin q \dot{q}) + (R_3 \cos \theta_3 \ddot{\theta}_3 - \dot{\theta}_3 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3) - \ddot{Y}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

The matrices are solved using Wolfram Mathematica®.

MECHANISM DYNAMICS

The dynamic model of the mechanism used in this paper can be written as follows:

$$M(q') \ddot{q} + C(q', \dot{q}') \dot{q} + G(q') = U \tag{12}$$

Where $M(q')$ denotes a $n \times n$ symmetric positive definite inertial matrix, $C(q', \dot{q}')$ represents a $n \times n$ matrix of Coriolis and centrifugal forces, $G(q')$ models the gravity forces, and U is the torque input. The methodology by extended dynamics method, we have:

$$\dot{q}' = \rho(q') \dot{q} \tag{13}$$

$$q' = \sigma(q) \tag{14}$$

Therefore, substituting (13) and (14) in (12), the dynamic model components are rewritten as:

$$M(q') = \rho(q')^T M'(q') \rho(q') \tag{15}$$

$$C(q, \dot{q}') = \rho(q')^T C'(q', \dot{q}') \rho(q') + \rho(q')^T M'(q') \dot{\rho}(q', \dot{q}') \tag{15}$$

$$G(q') = \rho(q')^T G'(q') \tag{16}$$

Jacobian Extended:

$$\rho(q') = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{-R_2 \csc(\theta_3) \sin(q)}{R_3} \\ R_2 \cos(q) + \cot(\theta_3) \sin(q) \end{bmatrix} \tag{17}$$

Inertia Matrix:

$$M'(q') = \begin{bmatrix} J_2 + \frac{m_2 R_2^2}{4} + m_3 R_2^2 & \frac{1}{2} m_3 R_2 R_3 \cos(q - \theta_3) & 0 \\ \frac{1}{2} m_3 R_2 R_3 \cos(q - \theta_3) & J_3 + \frac{m_3 R_3^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Matrix of centripetal and Coriolis forces:

$$C'(q', \dot{q}') = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} m_3 R_2 R_3 \dot{\theta}_3 \sin(q - \theta_3) & 0 \\ -\frac{1}{2} m_3 \dot{q} R_2 R_3 \sin(q - \theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Gravitational vector:

$$G'(q) = g \quad (20)$$

The dynamic model is solved with Wolfram Mathematica® and the solution is validated using: Working Model® vs Matlab-Simulink®. Figure 2 shows the validation of the dynamic model in terms of the generalized variable q . The simulation conditions are shown in Table 1.

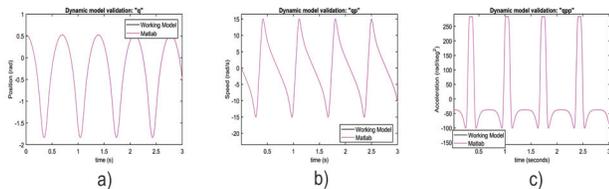


Figure 2. Dynamic model validation: a) “q” position (q), b) “q” speed profile (\dot{q}) and c) “q” acceleration (\ddot{q})

Table 1. Validation parameters of the dynamic model in the Matlab-Simulink software

Simulation parameters	Value
Tau (U)	0.001 Nm
Solver	O de 4 (Runge-Kutta)
Sampling time of simulation	3 s
Integration step	0.001

Figure 3a shows the position of the generalized variable q , the velocity of the generalized variable is shown in 3b and finally 3c shows the acceleration. The graphs in magenta color correspond to Matlab-Simulink®, while the graphs in black color correspond to the Working Model®. For all three cases the graphs converge.

CONTROL ALGORITHM

The algorithm presented in this paper is a robust technique for nonlinear systems that operate under conditions of uncertainty. The sliding mode control reduces the sensitivity to the variation of uncertainties and external disturbances.

TIME BASE GENERATOR

The time base generator equation (22) is written as a time function (21), where $e(t)$ shows the error position, $\dot{e}(t)$ represents the speed error, and $\alpha(t)$ is the time-varying feedback gain.

In addition, equation (21); being a non-forced time-varying function allows the time base generator to be analyzed like error function, being possible to combine it with the sliding mode control law.

$$\dot{e} + \alpha(t) e = 0 \rightarrow \dot{e} = -\alpha(t) e \quad (21)$$

Where:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \frac{\dot{\xi}}{(1-\xi) + \delta} \quad (22)$$

In equation (22), ξ is a scalar variable as a function of time $\xi(t)$ which is a bell-shaped speed profile generated by the TBG as a time varying feedback gain. $\xi(t)$ is defined as a first differentiable non-increasing function satisfying $\xi(0) = 1$ and $\xi(t_f) = 0$, where t_f is the convergence time from the initial to target position. The dynamics of TBG will be used for determining the function of convergence time and is defined as follows (Tsuji, 1995):

$$\dot{\xi} = \gamma(\xi(1.0 - \xi))^\beta \quad (23)$$

Where γ is defined as a function of the convergence time t_f and β is a constant that determines the behavior of TBG and $0 < \beta < 1$. From equation (23), $\xi(t)$ has two equilibrium points. Therefore, $\xi(t)$ always converges stably to $\xi(0)$, when an initial value of ξ is chosen as $\xi(0) = 1 - \epsilon$ using a small positive constant ϵ .

$$t_f = \int_0^{t_f} dt = \int_1^0 \frac{d\xi}{\dot{\xi}} = \frac{\Gamma^2(1-\beta)}{\gamma \Gamma(2-2\beta)} \quad (24)$$

In Tanaka *et al.* (1998) a new trajectory generation method for an omnidirectional mobile robot has been proposed, equation (24) has been used to generate a

composite time scale, where the convergence times are defined according with β . Therefore, equation (24) represents the convergence time, where $\Gamma(\cdot)$ is the Euler's integral of the second kind (gamma function). When the parameter γ is:

$$\gamma = \frac{\Gamma^2(1-\beta)}{t_f \Gamma(2-2\beta)} \quad (25)$$

The system converges to the equilibrium point in t_f . The speed profile $\dot{\xi}(t)$ satisfies $\dot{\xi}(0)$ and $\dot{\xi}(t_f) = 0$, and is bell-shaped with the minimum value $\dot{\xi}(t_f/2) = -\gamma 4^{-\beta}$ at $t = t_f/2$.

From (22), $\alpha_0 = 1 + \varepsilon$, $0 < \varepsilon, \ll 1$ y $0 < \delta \ll 1$

The time base generator must be defined by the designer of the controller, such that ξ moves from 0 to 1 in finite time. The gain $\alpha(t)$ is defined as $\alpha(t) > 0$, if t_f is independent of the initial conditions. Therefore:

$$\xi(t_f) = 1 \rightarrow e(t_f) = e(t_0) \delta^{1+\varepsilon} > 0 \quad (26)$$

The trajectory $\xi = \xi(t) \in C^2$ so as to ξ goes smoothly from 0 to 1, $t = t_f > 0$, and $\xi = \xi(t)$ is a bell-shaped derivative of ξ such that $\dot{\xi}(t_0) = \dot{\xi}(t_f) \equiv 0$, we have: $t = 0.5t_f$ is the maximum value and for the second derivative we have: $\ddot{\xi}(0.5t_f) \equiv 0$. Note that t_f independent of any initial condition and hence can be made arbitrarily small in arbitrary finite time. Also note that the transient state is shaped by $\xi(t)$ over time.

Therefore, equation (27), (28) and (29) show that the desired trajectory is fulfilled.

$$\xi(t) = \alpha_1 \frac{(t-t_0)^3}{(t_f-t_0)^3} - \alpha_2 \frac{(t-t_0)^4}{(t_f-t_0)^4} + \alpha_3 \frac{(t-t_0)^5}{(t_f-t_0)^5} \quad (27)$$

$$\dot{\xi}(t) = 3\alpha_1 \frac{(t-t_0)^2}{(t_f-t_0)^3} - 4\alpha_2 \frac{(t-t_0)^3}{(t_f-t_0)^4} + 5\alpha_3 \frac{(t-t_0)^4}{(t_f-t_0)^5} \quad (28)$$

$$\ddot{\xi}(t) = 6\alpha_1 \frac{(t-t_0)}{(t_f-t_0)^3} - 12\alpha_2 \frac{(t-t_0)^2}{(t_f-t_0)^4} + 20\alpha_3 \frac{(t-t_0)^3}{(t_f-t_0)^5} \quad (29)$$

Where the parameters assigned to demonstrate the trajectory are:

$$\xi(t_0) = 0, \xi(t_f) = 1, \dot{\xi}(t_0) = \dot{\xi}(t_f) = 0 \text{ y } \ddot{\xi}(0.5t_f) = 0$$

Now equations (27), (28) and (29) becomes the system (30).

$$\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 = 1$$

$$3\alpha_1 - 4\alpha_2 + 5\alpha_3 = 0$$

$$6\alpha_1 - 12\alpha_2 + 20\alpha_3 = 0$$

Then the system is solved, obtaining as a result: $\alpha_1 = 10$, $\alpha_2 = 15$, and $\alpha_3 = 6$. The time base generator is obtained with Matlab-Simulink®.

The results are shown in Figure 3, the convergence time is 5 seconds.

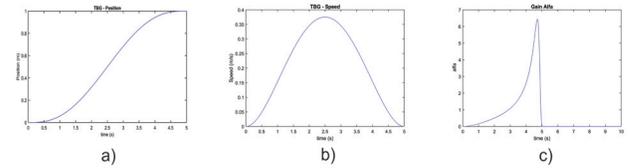


Figure 3. a) $\xi(t)$ position, b) $\dot{\xi}(t)$ speed trajectory and c) α gain

Figure 3 shows that the trajectories established in (21) and (22) are true, and this allows the mechanism to be taken from one point to another in a finite time. On the other hand, the α gain is responsible for bringing the error to zero in transient space in a finite time.

SLIDING MODE CONTROL

The position control is proposed in the joint space; where q is the position and qd is the target position (Figure 1). Therefore, the errors are:

$$e = q - qd \quad (31)$$

$$\dot{e} = \dot{q} - \dot{q}d \quad (32)$$

In this paper we introduce the TBG as a function of time (21) to the slip surface (33) with the intention of trapping the system in the stable state and not allowing disturbances, making the error smaller each time. Therefore, the sliding surface proposed for the control law is.

$$S = \dot{e} + \alpha(t)e \quad (33)$$

Substituting errors of position (31) and speed (32) in sliding surface (33), the new sliding surface can be written as:

$$S = (\dot{q} - \dot{q}d) + \alpha(t)(q - qd) \quad (34)$$

In Parra (2003) the sgn function is used to catch the error in the sliding surface, then the next equations have been proposed:

$$S_q = S - Sd \quad (35)$$

Where S_q is the sliding surface in terms of Sd , where Sd represents the desired reference value. To bring the error to zero smoothly in transient we introduce Sd .

$$Sd = S(t_0)exp^{-k(t-t_0)} \tag{36}$$

In the equation (36), t represents the final time, t_0 the initial time, k is a positive constant, S is the sliding surface and $S(t_0)$ is the initial position and speed error when time $t = t_0 = 0s$.

Therefore, the sliding mode control law can be written as:

$$\tau = -sgn(S_q) \tag{37}$$

The control law that is applied is by sliding modes. The sgn function allows catch the error on the sliding surface, however, the $tanh$ function a smoother displacement is obtained, which helps to reduce chattering in the motor.

$$\tau = tanh(S_q) \tag{38}$$

Therefore, the equation (38) is the control law, however to achieve more robust control a PID is applied. The PID is defined in a general way in (39).

$$U(v) = k_p e(v) + k_i \int e(v)dv + kd \frac{de(v)}{dv} \tag{39}$$

Where k_p , k_i and k_d are proportional gain, integral gain and derivative gain respectively. Therefore, the new law includes a PID + sliding surface with TBG is written as:

$$\tau = -k_p e - k_d \dot{e} + k_d Sd - k_i \int_0^t tanh(S_q(t))dt \tag{40}$$

Figure 4 shows the block diagram of the control algorithm. The control law (40) was programmed in Matlab-Simulink®, Figure 5 shows the feedback of the instantaneous position, in left is the function corresponding to the TBG, also the dynamic model is showed. The block “engine” has the control law.

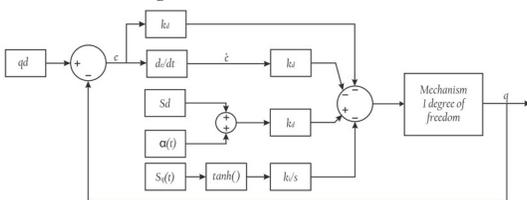


Figure 4. Diagram of the Matlab-Simulink software for joint position control with TBG

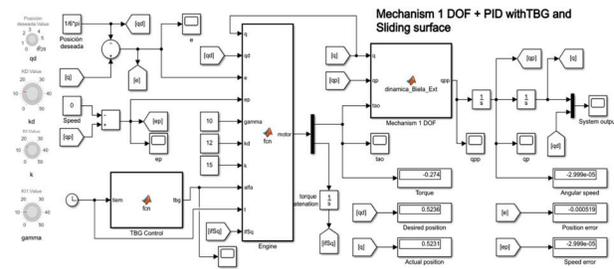


Figure 5. Diagram of the Matlab-Simulink software for joint position control with TBG

RESULTS

This section shows the results obtained by two joint position control tests. The tests consist of bringing the mechanism from one position to a desired position in a given time.

The time base generator applies the control law to synchronize the mechanism at the desired convergence time. The TBG only adjusts the α gain in the control algorithm based on operator-specified time and does so in a transient space. The sliding surface makes the error converge more smoothly towards 0, the sliding surface has action in the transient space.

The simulations have been carried out in the Matlab-Simulink® software, using the model in Figure 5.

TEST 1

The initial position of the mechanism is 0 rad and the objective is to move the mechanism to the desired position of $\pi/2$, in a finite time of 3 seconds. The α gain is adjusted based on the desired convergence time. Therefore, for this test the α gain has a constant value.

Table 2 shows the initial position, the desired position and the simulation conditions. On the other hand, Table 3 shows the tuning gains in the controller and finally the graphical results are shown below.

Table 2. Simulation data for joint control in Matlab-Simulink. Test 1

Simulation parameters	Value
Desired position (qd)	$\pi / 2$
Initial position (q)	0 rad
Solver	O de 4 (Runge-Kutta)
Convergence time (TBG)	3 s
Integration step	0.001

Table 3. Gains in the controller for joint position control in Matlab-Simulink. Test 1

Gains in the controller	Value
Gain α in TBG	10.7
Gain k	15
Gain k_d	12
Gain k_i	$0.001 k_d$
Gain k_p	$(k_d) (\alpha)$

Figure 6 shows the evolution of the movement described by the mechanism, in the upper part the magenta line indicates the desired position, while the black line describes the change in position of the mechanism. Near second 3 a convergence between both lines is observed. Three seconds was chosen as time of arrival at the desired position and based on this the alpha gain was calculated.

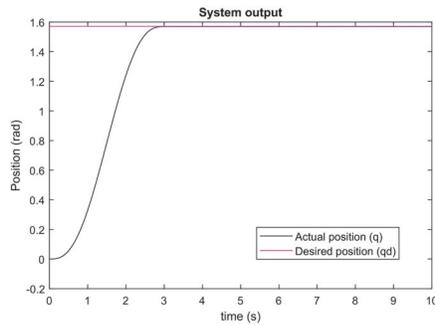


Figure 6. Plot of desired generalized variable position and initial position

Figure 6 also shows that the arrival at the desired position does not present oscillations, as shown in some conventional PID controllers. This shows that vibrations and inertial effects are eradicated with the algorithm proposed in this article.

Figure 7 shows the speed profile of the movement performed by the mechanism to reach the desired position in the proposed time. A bell-shaped speed profile has been showed, starting at time ($t = 0$) and gradually increasing until it reaches a maximum value at half the total movement time, at which point the speed gradually decreases until it reaches zero again.

The speed profile obtained shows that there is no over-acceleration at the beginning of the movement, thus demonstrating that the inertial effects have been canceled by the action of the control algorithm. On the other hand, the speed profile shows that the movement described by the mechanism is a smooth and precise one. During the travel time, no disturbances are observed in the speed curve, therefore, the external disturbances are also canceled by the control algorithm.

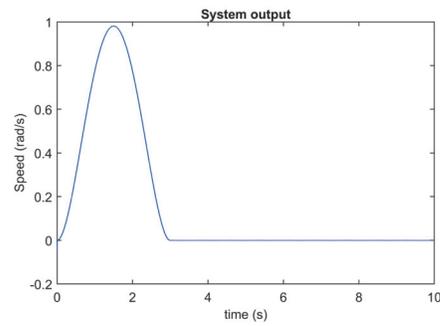


Figure 7. Plot of the bell-shaped velocity profile described by the movement of the mechanism

Figure 8 corresponds to the behavior of tau in the motor, it can be seen how tau does not present *chatter*, which again shows that the inertial effects have been canceled by the control algorithm.

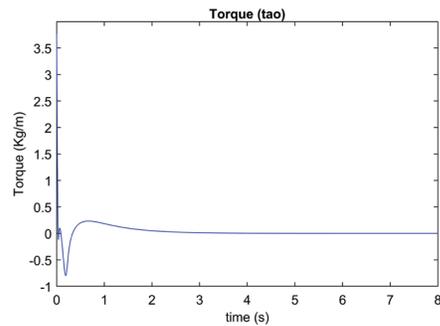


Figure 8. Engine tau plot

The Table 4 shows the results obtained in test.

Table 4. Test 1 results

Parameters	Value
Desired position	$\pi / 2$
Final position	1.56 rad.
Convergence time	3 s
Error	- 0.0015
Maximum speed	0.98 rad/s
Maximum tau	0.765 kg/m

TEST 2

Test 2 is similar to test 1 with a change in some parameters to verify the functionality of the control algorithm.

Table 5 shows the initial position, the desired position and the simulation conditions, Table 6 shows the tuning gains in the controller and finally the graphical results are shown below.

Table 5. Simulation data for joint control in Matlab-Simulink. Test 2

Simulation parameters	Value
Desired position (qd)	π
Initial position (q)	$\pi / 2$
Solver	O de 4 (Runge-Kutta)
Convergence time (TBG)	5 s
Integration step	0.001

Table 6. Gains in the controller for joint position control in Matlab-Simulink. Test 2

Gains in the controller	Value
Gain α in TBG	6.4
Gain k	15
Gain k_d	12
Gain k_i	$0.001 k_d$
Gain k_p	$(k_d) (\alpha)$

As in test 1, the result of the position graph is satisfactory. The mechanism reaches the desired position in the stipulated time. There are no oscillations in the movement, indicating that the inertial effects have been canceled (Figure 9).

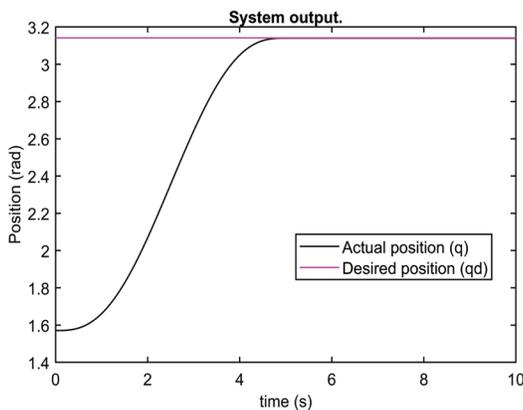


Figure 9. Plot of desired generalized variable position and initial position

The speed profile observed in Figure 10 is in agreement with what was expected. A bell-shaped velocity profile has been shown, it starts at instant zero and ends at second number 5 in accordance with the time stipulated in TBG. Let us remember that α gain is adapted according to the desired convergence time. The speed profile shows no vibrations or over acceleration.

Finally, Figure 11 shows the behavior of the tau, in the graph chattering is not observed. Table 7 shows the Test 1 results.

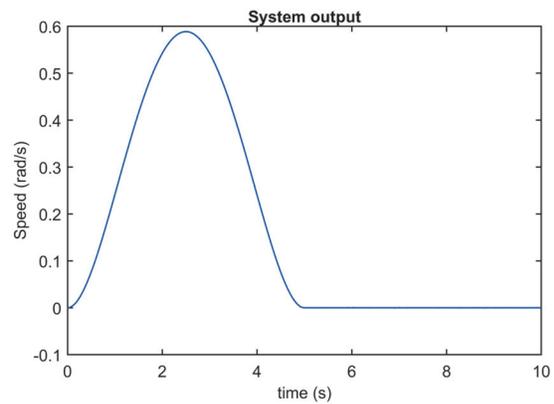


Figure 10. Plot of the bell-shaped velocity profile described by the movement of the mechanism

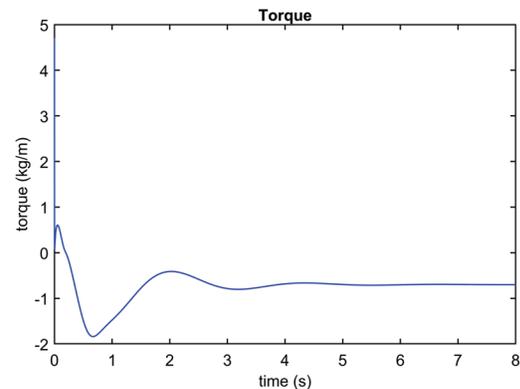


Figure 11. Engine tau plot

Table 7. Test 1 results

Parameters	Value
Desired position	π
Final position	3.142 rad
Convergence time	5 s
Error	-0.00155
Maximum speed	0.59 rad/s
Maximum tau	0.530 kg/m

CONCLUSIONS

A robust control algorithm is introduced to cancel the inertial effects and achieve a *chatter-free* control, the algorithm has a sliding surface to ensure smooth convergence of error to zero, and a hyperbolic trigonometric function has been applied to decrease chattering. A time base generator (TBG) has been applied to reach a desired position in a finite time, in addition to obtaining a bell-shaped speed profile that ensures that over-acceleration and oscillations are eliminated when reaching the desired position. Also, a PID controller is

added to make the algorithm more robust. The algorithm can be adapted to any one degree of freedom mechanism. The bell-shaped speed profile suggests that it can be applied to robots that aim to simulate the behavior of human limbs and to future research in the field of physical rehabilitation.

REFERENCES

- Chen, Y., Mita, T., & Wakui, S. (1990). A new and simple algorithm for sliding mode trajectory control of the robot arm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(7), 828-829. <http://doi.org/10.1109/9.57022>.
- Dominguez, O. A., Parra, V., Díaz, M. G., Pozas, M. J., & Hernandez, R. A. (2008). *Cartesian sliding PD control of robot manipulators for tracking in finite time: theory and experiments*. Vienna, Austria. <http://doi.org/10.2507/daam.scibook.2008.23>
- Feng, Y., Han, F., & Yu, X. (2014). Chattering free full-order sliding-mode control. *Automatica*, 50(4), 1310-1314. <http://doi.org/10.1016/j.automatica.2014.01.004>
- Flash, T., & Hogan, N. (1985). The coordination of arm movements: An experimentally confirmed mathematical model. *The Journal of Neuroscience*, 35(7), 1688-1703. <http://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.05-07-01688.1985>
- García, L., Garelli, F., & Sala, A. (2011). Integrated sliding-mode algorithms in robot tracking applications. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 29(1), 53-62. <http://doi.org/10.1016/j.rcim.2012.07.007>
- Gashemi, M., & Nersesov, S. (2013). Sliding mode cooperative control for multirobot systems: A finite-time approach. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013(2), 1-16. <http://doi.org/10.1155/2013/450201>
- Hashimoto, H. (1993). Sliding mode control and potential fields in obstacle avoidance. European Control Conference, pp. 859-862. Groningen, Netherlands.
- Huang, J., Yang, C., & Ye, J. (2014). Nonlinear PD controllers with gravity compensation for robot manipulators. *Cybernetics and Information Technologies*, 14(1), 141-150. <http://doi.org/10.2478/cait-2014-0011>
- Kuo, T. C., Huang, Y. J., & Hong, B. W. (2011). Design of adaptive sliding mode controller for robotic manipulators tracking control. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 5(5), 190-194.
- Morasso, P. (1981). Spatial control of arm movements. *Exp Brain Res.*, (42), 223-227. <https://doi.org/10.1007/BF00236911>
- Morasso, P. (1993). *A dynamical model for the generation of curved trajectories*. The International Conference on Artificial Neural Networks. Amsterdam, Netherlands, 115-118.
- Parra, V. A. (2003). Dynamic sliding PID control for tracking of robot manipulators: Theory and experiments. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 19(6), 967-976.
- Parra, V. (2001). Second order sliding mode control for robot arms with time base generators for finite-time tracking. *Dynamics and Control*, (11), 175-186. <http://doi.org/10.1023/A:1012535929651>
- Sira-Ramírez, H. (1992). On the sliding mode control of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, (19), 303-312. [http://doi.org/10.1016/0167-6911\(92\)90069-5](http://doi.org/10.1016/0167-6911(92)90069-5)
- Stepanenco, Y., Cao, Y., & Su, C.-Y. (1998). Variable structure control of robotic manipulator with PID sliding surfaces. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, (8), 79-90. [http://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1239\(199801\)8:1<79::AID-RNC313>3.0.CO;2-V](http://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1239(199801)8:1<79::AID-RNC313>3.0.CO;2-V)
- Tanaka, Y., Tsuji, T., & Kaneko, M. (1999). Biomimetic trajectory generation of robots using time base generator. International Conference on Intelligent Robots and Systems. Human and Environment Friendly Robots with High Intelligence and Emotional Quotients, 3, 1310-1315. Retrieved on <http://10.1109/IROS.1999.811661>.
- Tanaka, Y., Tsuji, T., & Kaneko, M. (2000). A bio-mimetic rehabilitation aid for motor control training using time base generator. 2000 IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation. 21st Century Technologies, 1, 114-119. Retrieved on <http://10.1109/IECON.2000.973135>.
- Tanaka, Y., Tsuji, T., Kaneko, M., & Morasso, P. G. (1998). Trajectory generation using time scaled artificial potential field. International Conference on Intelligent Robots and Systems. Innovations in Theory, Practice and Applications, 223-228. Victoria, Canada. Retrieved on <http://doi.org/10.1109/IROS.1998.724623>
- Tsuji, T. M. (1995). Feedback control of nonholonomic mobile robots using time base generator. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoya, Japan, 1385-1390.
- Tsuji, T., Morasso, P. G., & Kaneko, M. (1995). Feedback control of nonholonomic mobile robots using time base generator. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1995, 2, 1385-1390. Nagoya, Japan. Retrieved on <http://doi.org/10.1109/ROBOT.1995.525471>
- Uno, Y., Kawato, M., & Suzuki, R. (1989). Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement. *Biological Cybernetics*, (61), 89-101. <https://doi.org/10.1007/BF00204593>
- Yeung, S., & Chen, Y. (1988). A new controller design for manipulators using the theory of variable structure systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(2), 200-206. <http://doi.org/10.1109/9.391>.
- Zhang, D. Q., & Panda, S. K. (1999). Chattering-free and fast-response sliding mode controller. *Control Theory and Applications*, 33(2), 171-177. <http://doi.org/10.1049/ip-cta:19990518>

Cómo citar:

Suárez-Calderón J. C., Susarrey-Huerta O., Desiderio-Maya D., Rocha-Gómez I., & Flores-Campos J. A. (2023). Cancellation of inertial effects in 1 degree of freedom mechanisms applying sliding mode control with response in finite time. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (02), 1-9. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.2.016>