



Analytical formula of the mutual impedance of a partial core transformer with conductive tapes

Fórmula analítica de la impedancia mutua de un transformador de núcleo parcial con cintas conductoras

Pérez-Gómez Cándido Arturo

Instituto Tecnológico de Morelia, Michoacán

Tecnológico Nacional de México

Programa de Graduados e Investigación en Ingeniería Eléctrica

E-mail: cart.gom@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-3833-2222>

Maximov Serguei

Instituto Tecnológico de Morelia, Michoacán

Tecnológico Nacional de México

Programa de Graduados e Investigación en Ingeniería Eléctrica

E-mail: sgmaximov@yahoo.com.mx

<https://orcid.org/0000-0002-2144-9208>

Olivares-Galvan Juan Carlos (Corresponding author)

Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)

Unidad Azcapotzalco

Departamento de Energía

E-mail: jolivares@azc.uam.mx

<https://orcid.org/0000-0002-1935-2669>

Escarela-Pérez Rafael

Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)

Unidad Azcapotzalco

Departamento de Energía

E-mail: epr@azc.uam.mx

<https://orcid.org/0000-0001-7415-3059>

Abstract

The present work shows a first approximation of the analytical model of the mutual impedance of a transformer with a partial cylindrical core considering the effective tensor values of magnetic permeability and electrical conductivity. This first model is based on the use of constant values to represent the effective relative permeability of the core material of this transformer. The analytical expressions obtained allow modeling the mutual impedance values for the following cases: filamentary conductor, conductors with a rectangular cross-section and for a two-coil device.

Keywords: Transformer, PCT, mutual impedance, analytical formula.

Resumen

El presente trabajo muestra una primera aproximación del modelo analítico de la impedancia mutua de un transformador de núcleo parcial cilíndrico considerando los valores tensoriales efectivos de la permeabilidad magnética y la conductividad eléctrica. En este primer modelo se considera que el material del núcleo del transformador posee un valor constante de permeabilidad relativa efectiva. Las expresiones analíticas obtenidas permiten modelar los valores impedancia mutua para los siguientes casos: Conductor filamento, conductores con sección transversal de forma rectangular y para un dispositivo con dos bobinas.

Descriptores: Transformador, PCT, impedancia mutua, fórmula analítica.

INTRODUCTION

The appearance of new technologies and materials has allowed the development of smaller electrical devices, without compromising their efficiency (Moradnouri *et al.*, 2020). A novel alternative is the use of high critical temperature superconducting materials (HTS) in the design and construction of electric transformers. The discovery of such materials has allowed the development of smaller transformers with less energy losses and higher efficiency (Tixador, 2004; Hott, 2004; Rey, 2015). Most of the studies carried out in this field are mainly focused on the analysis of the full core transformers (Zueger, 1998; Weber *et al.*, 2005). However, the amount of ferromagnetic materials in such cores make the eddy current and hysteresis losses more prominent. For this reason and considering the appearance of superconducting materials, a new type of transformers has been proposed, such as the so-called partial core transformer (PCT). The main characteristics of these transformers is the presence of only one central core made of ferromagnetic material and absence of "legs" at the ends of the core. A schematic representation of a PCT is shown in Figure 1. The absence of the supports at the ends of the core in PCT's makes the magnetic flux freely continue in the medium surrounding, as shown in Figure 1. The flux passes through the central core and returns back through the medium where the magnetic reluctance is higher. Therefore, the PCT's reluctance is higher compared to that of full core transformers (Lapthorn *et al.*, 2010). Despite the evident advantages that the use of PCTs implies, very few studies have been carried out to investigate their performance (Bodger *et al.*, 2005; Hu *et al.*, 2016).

In this paper, an analytical model for the determination of the mutual impedance of a partial core transformer is presented taking into account the tensor of the core permeability dependent of frequency. The tensor form of the permeability and its dependence of the frequency is due to the laminated structure of the core. The model developed can be used to determine the feasibility of designing PCTs with the use of superconductor tapes in the windings. The presented research establishes bases for further studies in this field.

MODEL

The geometry of the model is shown in Figure 2, where a cylindrical laminated core of a radius R is surrounded by a filament of a radius a located at z_1 coordinate counted from the center of the core. The core is considered sufficiently long so that the effects at the ends of the core are neglected. The idea of calculating the mutual

impedance is similar to that published in Wilcox *et al.* (1988), except for the fact that the laminated structure of the core results in the anisotropic effective core permeability and conductivity. These tensorial parameters are properly calculated in the next section.

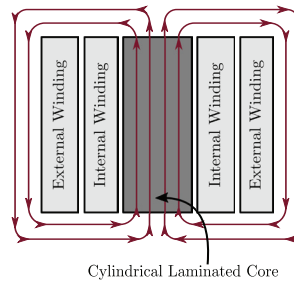


Figure 1. Partial core transformer

The phenomenon is governed by well-known Maxwell's equations with the following tensorial substantial equations:

$$\mathbf{B} = [\bar{\mu}]\mathbf{H} \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_e = [\bar{\sigma}]\mathbf{E} \quad (2)$$

where $\mathbf{J}_e$ is the current density induced in the core in the core (Eddy current), $[\bar{\mu}]$ and $[\bar{\sigma}]$ are the effective permeability and conductivity tensors, respectively. The current in the primary filament is $I(t) = I_0 e^{j\omega t}$ and the respective current density is modeled as follows:

$$\mathbf{J} = I_0 \delta(\rho - a) \delta(z - z_1) \mathbf{e}_\phi \quad (3)$$

where $\delta(\rho - a)$ and $\delta(z - z_1)$ are the Dirac delta functions for the radial and z directions, respectively. $\mathbf{e}_\phi$ is the unitary vector in the ϕ direction (the use of the cylindrical coordinates is implied). Additionally, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}$.

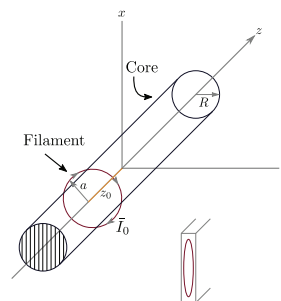


Figure 2. Laminated core of partial core transformer with filamentary conductor

EFFECTIVE PERMEABILITY AND CONDUCTIVITY TENSORS

The ferromagnetic material that composes each lamination is considered uniform and isotropic, so that the laminated structure of the core is the only cause of the anisotropic property of the core. Then, the orientation of the coordinate system axes shown in Figure 3 yields the diagonal orientation of the tensors $[\bar{\mu}]$ and $[\bar{\sigma}]$:

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \text{ and } [\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

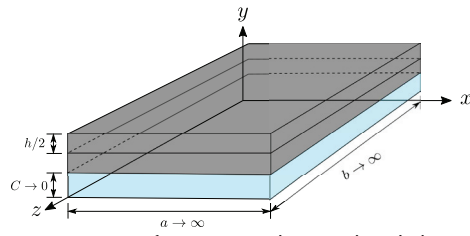


Figure 3. Transformer core sheet with a dielectric layer

To obtain the explicit form of the tensors $[\mu]$ and $[\sigma]$, which is indispensable for further considerations, let us consider the behavior of the electromagnetic field within only one ferromagnetic sheet (region I) and the surrounding it insulator (region II). The ferromagnetic plane sheet is considered of dimensions $h \times a \times b$, where h is the thickness of the lamination and the width and the length tend to infinity, respectively. The last assumption is a necessary idealization, which in practice means that the thickness is much less than the width and length ($h \ll a, b$). c is the thickness of the insulator between two laminations. Figure 3 schematically depicts the system “ferromagnetic sheet–insulator”, where the part in gray corresponds to the conductive sheet and the insulator is drawn in blue. Let us also assume that the gradient of the magnetic field along the axes OX and OZ is small enough in a way that the magnetic field considerably varies on those directions only at distances much greater than the thickness h .

As a result, the dependence of the magnetic field $\mathbf{H}$ on the coordinates x and z can be neglected.

Maxwell's equations under the mentioned assumptions and for this geometry can be reduced to the following:

$$\begin{cases} \nabla^2 H_x = j\omega\mu(y)\sigma(y)H_x \\ \nabla^2 H_y = j\omega\mu(y)\sigma(y)H_y \\ \nabla^2 H_z = j\omega\mu(y)\sigma(y)H_z \end{cases} \quad (4)$$

where $\mu(y) = \mu_0\mu_r$ and $\sigma(y) = \sigma$ in the ferromagnetic, $\mu(y) = 0$ and $\sigma(y) = 0$ in the dielectric. Equation (4) are considered with the appropriated boundary conditions which are:

$$\begin{aligned} H_x^I\left(\pm\frac{h}{2}\right) &= H_x^{II}\left(\pm\frac{h}{2}\right) \\ \mu_r H_y^I\left(\pm\frac{h}{2}\right) &= H_y^{II}\left(\pm\frac{h}{2}\right) \\ H_z^I\left(\pm\frac{h}{2}\right) &= H_z^{II}\left(\pm\frac{h}{2}\right) \end{aligned}$$

Figure 4 illustrates boundary conditions for the magnetic field in XOY plane. Red lines represent induced eddy currents.

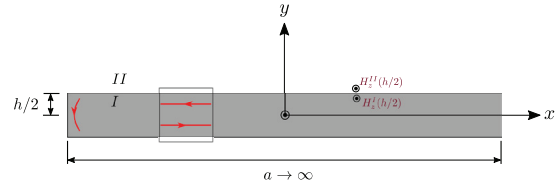


Figure 4. View of the $x - y$ plane of the transformer core sheet

As seen in the previous expressions, the boundary conditions for the $x - y$ and $z - y$ planes are similar given the dimensions assumed in the analysis. However, in the $x - z$ the field that is conserved to pass between both media is the $\mathbf{B}$ field, so that the assumed boundary condition is the following:

$$B_y^I = B_y^{II} \quad (5)$$

Rewriting the above in the form:

$$\mu_0\mu_r H_y^I = \mu_0 H_y^{II} \quad (6)$$

The boundary condition for the y -component show is obtained.

The solution to equations (4) within the conductive sheet can be obtained in the form:

$$\begin{aligned} H_x(y) &= \begin{cases} H_x^{II} \frac{\cosh(\beta y)}{\cosh\left(\frac{\beta h}{2}\right)} & \text{inside the sheet} \\ H_x^{II} & \text{in the insulator} \end{cases} \\ H_y(y) &= \begin{cases} \frac{H_y^{II}}{\mu_r} & \text{inside the sheet} \\ H_y^{II} & \text{in the insulator} \end{cases} \\ H_z(y) &= \begin{cases} H_z^{II} \frac{\cosh(\beta y)}{\cosh\left(\frac{\beta h}{2}\right)} & \text{inside the sheet} \\ H_z^{II} & \text{in the insulator} \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

where H_x^H, H_y^H , and H_z^H are constants and $\beta = (1+j)\sqrt{\omega \mu \sigma / 2}$. At the same time, for the field B we get:

$$B_x(y) = \begin{cases} \mu_0 \mu_r H_x^H \frac{\cosh(\beta y)}{\cosh(\frac{\beta h}{2})} & \text{inside the sheet} \\ \mu_0 H_x^H & \text{in the insulator} \end{cases}$$

$$B_y(y) = \begin{cases} \mu_0 H_y^H & \text{inside the sheet} \\ \mu_0 H_y^H & \text{in the insulator} \end{cases} \quad (8)$$

$$B_z(y) = \begin{cases} \mu_0 \mu_r H_z^H \frac{\cosh(\beta y)}{\cosh(\frac{\beta h}{2})} & \text{inside the sheet} \\ \mu_0 H_z^H & \text{in the insulator} \end{cases}$$

In turn, the tensor of the permeability can be obtained from the constitutive relation $\mathbf{B} = [\mu] \mathbf{H}$ which in directions OX , OY and OZ takes the form of the following three equations: $B_x = \mu_x H_x$, $B_y = \mu_y H_y$ and $B_z = \mu_z H_z$. Obtained this way permeabilities μ_x , μ_y and μ_z are functions of the coordinate y . Their values change passing from a ferromagnetic sheet to the insulator and from the insulator to the next sheet, etc., performing a rapidly oscillating behavior. In order to represent the laminated core as a continuous medium, it is necessary to consider the so-called average fields $\langle \mathbf{B} \rangle$ and $\langle \mathbf{H} \rangle$. In these terms, the effective permeability of the laminated core as a continuous medium is the relation between the average fields:

$$\langle \mathbf{B} \rangle = [\bar{\mu}] \langle \mathbf{H} \rangle \quad (9)$$

Where the average field is obtained according to the following rule. Let $\mathbf{G}(\mathbf{r})$ be a vectorial field. Then, the average field can be obtained as follows:

$$\langle \mathbf{G}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{G}(\mathbf{r} + \mathbf{f}) d\mathbf{f}_x d\mathbf{f}_y d\mathbf{f}_z \quad (10)$$

Where the volume V is the minimum necessary to smooth any non-uniformity of the medium. In our particular case the volume V should include a lamination together with one insulating layer, i.e., $V = (h + c)^3$. As a result, the components of the effective relative permeability tensor can be got in the following way:

$$\bar{\mu}_x = \frac{\langle B_x \rangle}{\mu_0 \langle H_x \rangle}, \bar{\mu}_y = \frac{\langle B_y \rangle}{\mu_0 \langle H_y \rangle}, \bar{\mu}_z = \frac{\langle B_z \rangle}{\mu_0 \langle H_z \rangle} \quad (11)$$

The integration of the fields (8) and (7) according to formula (10) and the substitution of the respective results into (11) finally yields:

$$\bar{\mu}_x = \mu_0 \frac{F \mu_r \frac{\tanh(\beta h / 2)}{\beta h / 2} + 1 - F}{F \frac{\tanh(\beta h / 2)}{\beta h / 2} + 1 - F}$$

$$\bar{\mu}_y = \frac{\mu_0 \mu_r}{F + (1 - F) \mu_r} \quad (12)$$

$$\bar{\mu}_z = \mu_0 \frac{F \mu_r \frac{\tanh(\beta h / 2)}{\beta h / 2} + 1 - F}{F \frac{\tanh(\beta h / 2)}{\beta h / 2} + 1 - F}$$

where F is the stacking factor which expresses the amount of metal in the core, given by formula:

$$F = \frac{h}{h + c} \quad (13)$$

Finally, the sought effective permeability tensor is obtained by substituting the obtained values (12) of the effective permeability into the matrix:

$$[\bar{\mu}] = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_x & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\mu}_y & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mu}_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

One can observe in (12) that the obtained permeability tensor depends on frequency in a way that in the high frequency limit ($\omega \rightarrow 0$) the permeabilities $\bar{\mu}_x$ approach $\bar{\mu}_0$ because in this limit the depth of penetration of the electromagnetic field into each ferromagnetic sheet tends to zero.

CONDUCTIVITY TENSOR

The conductivity tensor $[\bar{\sigma}]$ can be determined through simple geometric analysis and considering the response of the core to alternating electric field in different directions. First, the conductivity in OY direction is zero, since the dielectric layers between the conductive sheets insulate currents along this axis. In turn, the ferromagnetic sheets conduct electric current in other directions, as shown in Figure 5.

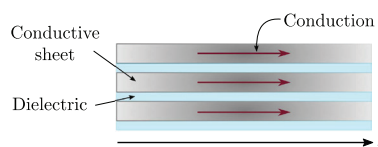


Figure 5. Transformer core conductivity

Let us consider an alternating electric field in OX direction. The resulting current density distribution within the core can be described as follows:

$$J_x(y) = \begin{cases} \sigma E_x & \text{inside the sheet} \\ 0 & \text{in the insulator} \end{cases} \quad (15)$$

Therefore, the effective conductivity in OX direction can be obtained by applying the same principle described in previous section. In other words, the effective conductance is the relation between the average current density $\langle J_x \rangle$ and electric field $\langle E_x \rangle$:

$$\bar{\sigma}_x = \frac{h}{h+c}(\sigma) + \frac{c}{h+c}(0) = F \quad (16)$$

Where it is observed that $\sigma \neq 0$ in the sheets because it is a conductive medium, while in the dielectric material because there are no circulating currents $\sigma = 0$.

The same result is obtained in OZ direction. Thus, the effective conductivity tensor takes the form:

$$[\bar{\sigma}] = \begin{bmatrix} F\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F\sigma \end{bmatrix} \quad (17)$$

PERMEABILITY AND CONDUCTIVITY TENSORS IN THE CYLINDRICAL COORDINATE SYSTEM

Although the axial symmetry of the problem is not hold due to the anisotropic property of the laminated core, the use of the cylindrical coordinates is more adequate to calculate the mutual impedance of the transformer with cylindrical core. Therefore, the effective permeability and conductivity tensors (14) and (17) obtained in the flat coordinates should be transformed into the cylindrical coordinate system. This can be fulfilled using the well-known tensorial transformations when passing from one system of coordinates to another. From the point of view of the tensorial transformations, the transition from the Cartesian coordinate system to the cylindrical is a 2D rotation given by the following unitary transformation matrix:

$$U = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Then, the effective permeability and conductivity tensors in the cylindrical coordinates can be obtained as follows:

$$[\mu_{cyl}] = U^{-1}[\bar{\mu}] \text{ and } U[\sigma] = U^{-1}[\bar{\sigma}]U$$

As a result, we get:

$$[\mu_{cyl}] = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_x \cos^2 \phi + \bar{\mu}_y \sin^2 \phi & (\bar{\mu}_y - \bar{\mu}_x) \sin \phi \cos \phi & 0 \\ (\bar{\mu}_y - \bar{\mu}_x) \sin \phi \cos \phi & \bar{\mu}_x \sin^2 \phi + \bar{\mu}_y \cos^2 \phi & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mu}_z \end{bmatrix} \quad (19)$$

and

$$[\sigma_{cyl}] = \begin{bmatrix} F\sigma \cos^2 \phi & -F\sigma \sin \phi \cos \phi & 0 \\ -F\sigma \sin \phi \cos \phi & F\sigma \sin^2 \phi & 0 \\ 0 & 0 & F\sigma \end{bmatrix} \quad (20)$$

These tensors finally can be substituted into Maxwell's equations to calculate self and mutual impedance of partial core transformers with cylindrical laminated core.

Nevertheless, the use of these tensors in the solution of Maxwell's equations in the cylindrical coordinate system may lead to certain mathematical difficulties since the axial symmetry is not hold. Then, some approximate methods, such as consecutive approximations, should be used. Within this method, a sequence of approximate solutions which converges to the exact one, is obtained. This sequence can be truncated at a certain term according to a predetermined criterion, leading to a solution that satisfies a required accuracy. The first approximation can be reached by approximating the obtained permeability and conductivity tensors with those averaged over all directions ϕ . The same ideology has been adopted by Wilcox *et al.* (1988) except for that fact that the considered in that work permeability tensor was constant and the conductivity was assumed isotropic.

Averaging of the tensors (19) and (20) over ϕ implies the integration with respect to ϕ and division by 2π according to the following operation:

$$[\tilde{\mu}] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\mu_{cyl}(\phi)] d\phi, \quad [\tilde{\sigma}] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\sigma_{cyl}(\phi)] d\phi$$

Thus, applying this operation to (19) and (20) we finally come to the following result:

$$[\tilde{\mu}] = \begin{bmatrix} \mu_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}, \quad [\tilde{\sigma}] = \begin{bmatrix} \sigma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (21)$$

Where:

$$\mu_{\perp} = \frac{\bar{\mu}_x + \bar{\mu}_y}{2} = \mu_0 \frac{F\mu_r \frac{\tan h(\beta h/2) + 1 - F}{\beta h/2} + \frac{\mu_0 \mu_r}{F + (1-F)\mu_r}}{F \frac{\tan h(\beta h/2) + 1 - F}{\beta h/2} + 1 - F} \quad (22)$$

and:

$$\sigma_{\perp} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{1}{2} F \sigma \quad (23)$$

MUTUAL IMPEDANCE BETWEEN TWO COILS

MUTUAL IMPEDANCE BETWEEN TWO CONDUCTIVE FILAMENTS

Once the permeability and conductivity tensors of the core having been obtained, Maxwell's equations for a PCT with a cylindrical core can be properly formulated. These equations can be reduced to only one equation for the angular component of the electrical field E_{ϕ} . This equation is (Wilcox *et al.*, 1988):

$$\frac{1}{j\omega\mu_z} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_{\phi})}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{j\omega\mu_{\perp}} \frac{\partial^2 E_{\phi}}{\partial z^2} = I_0 \delta(\rho - a) \delta(z - z_1) + \sigma_{\perp} E_{\phi} \quad (24)$$

Where in the core μ_r , $\mu_{\perp}$ and $\sigma_{\perp}$ are given in (12), (22) and (23), respectively, whereas $\mu_z = \mu_0$, $\mu_{\perp} = \mu_0$ and $\sigma_{\perp} = 0$ in air. Equation (24) can be solved by using the Fourier transform with respect to the coordinate z defined as follows:

$$\hat{E}_{\phi}(\rho, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jkz} E_{\phi}(\rho, z) dz \quad (25)$$

Then, equation (24) in the Fourier domain becomes:

$$\frac{1}{j\omega\mu_z} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho \hat{E}_{\phi})}{\partial \rho} \right) - \frac{k^2 + j\omega\mu_{\perp}\sigma_{\perp}}{j\omega\mu_{\perp}} \hat{E}_{\phi} = I_0 \delta(\rho - a) \delta(z - z_1) \quad (26)$$

Equation (26) is considered together with the boundary conditions that can be expressed as follows:

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\phi}^{core} |_{\rho=R} &= \hat{E}_{\phi}^{air} |_{\rho=R}, & \hat{H}_z^{core} |_{\rho=R} &= \hat{H}_z^{air} |_{\rho=R} \\ \hat{E}_{\phi}^{core} |_{\rho=0} &= 0, & \hat{H}_z^{core} |_{\rho=0} &= 0 \\ \hat{E}_{\phi}^{air} |_{\rho \rightarrow \infty} &= 0, & \hat{H}_z^{air} |_{\rho \rightarrow \infty} &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

The ordinary differential equation (26) with the boundary conditions (27) can be solved using standard methods of mathematical physics. The solution for each medium can be represented in the following form:

$$\hat{E}_{\phi}^{core}(\rho, k) = C_1(k) I_1(\lambda \rho) \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\phi}^{air}(\rho, k) &= C_2(k) K_1(k\rho) \\ &- j\omega\mu_0 I_0 a e^{-jkz_1} \{ I_1(k\rho) K_1(ka) [1 - \theta(\rho - a)] \\ &+ I_1(ka) K_1(k\rho) \theta(\rho - a) \} \end{aligned} \quad (29)$$

Where:

$$\lambda^2 = \left(\frac{\mu_z}{\mu_{\perp}} \right)^2 k^2 + j\omega\mu_z \sigma_{\perp}$$

$\theta(\rho - a)$ is the Heaviside unit-step function and functions $C_1(k)$ and $C_2(k)$ are presented below:

$$c_1(k) = -j\omega\mu_0 I_0 a e^{-jkz_1} K_1(ka) \times$$

$$\frac{I_1(kR) K_0(kR) - I_0(kR) K_1(kR)}{I_1(\lambda R) K_0(kR) + \frac{\mu_0 \lambda}{\mu_z k} I_0(\lambda R) K_1(kR)}$$

$$c_2(k) = j\omega\mu_0 I_0 a e^{-jkz_1} K_1(ka) \times$$

$$\frac{-I_0(kR) I_1(\lambda R) + \frac{\mu_0 \lambda}{\mu_z k} I_0(\lambda R) I_1(kR)}{I_1(\lambda R) K_0(kR) + \frac{\mu_0 \lambda}{\mu_z k} I_0(\lambda R) K_1(kR)} \quad (30)$$

Here $I_{0,1}(x)$ and $K_{0,1}(x)$ are the modified Bessel functions of the first and second kinds, respectively (Tijonov & Samarsky, 1983).

Solutions (29) and (28) represent the electric field distribution both in the core and air. To calculate mutual impedance between two filaments it is only necessary to use solution (29) in air. Assuming that the radius of the secondary filament is b and $b > a$ and its z coordinate is z_2 (Figure 6), the electric field value at the secondary (in the Fourier domain) takes a simpler form:

$$\hat{E}_{\phi}(b, k) = C_2(k) K_1(kb) - j\omega I_0 a e^{-jkz_1} I_1(ka) K_1(kb) \quad (31)$$

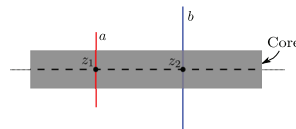


Figure 6. Laminated core of partial core transformer with two filaments

Where $C_2(k)$ is presented in (30). In turn, the electric field in the coordinate domain can be obtained from (31) taking the inverse Fourier transform as follows:

$$E_{\phi}(b, z_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{E}_{\phi}(b, k) e^{jkz_2} dk \quad (32)$$

At the same time, the electromotive force in the secondary filament can be easily calculated:

$$\mathcal{E} = - \int_0^{2\pi} b E_{\phi}(b, z_2) d\phi = -2\pi b E_{\phi}(b, z_2) \quad (33)$$

Finally, the impedance between two filaments is obtained as a fraction between the electromotive force and the electric current:

$$Z = \frac{\mathcal{E}}{I_0} \quad (34)$$

Thus, the substitution of (31) into (32), (32) into (33) and finally (33) into (34), the impedance (34) can be recast in the following form:

$$Z(a, b, z_2 - z_1) = Z_C + j\omega L_A$$

Here the inductance in air has the form:

$$L_A = - \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{ab} \mathfrak{K} \left\{ K(\mathfrak{N}^2) - \left(1 + \frac{\mathfrak{N}^2}{2} \right) E(\mathfrak{N}^2) \right\} \quad (35)$$

Where $K(x)$ and $E(x)$ are elliptic integrals of the first and second kind, respectively, and also $\mathfrak{N} = \sqrt{4ab / [(z_2 - z_1)^2 + (a + b)^2]}$. In turn, the core part Z_C of the total mutual impedance is:

$$Z_C = j\omega \mu_0 ab \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(k(z_2 - z_1)) K_1(ka) K_1(kb) \times \frac{I_1(\lambda R) I_0(kR) - \frac{\mu_0}{\mu_z} \frac{\lambda}{k} I_0(\lambda R) I_1(kR)}{I_1(\lambda R) K_0(kR) + \frac{\mu_0}{\mu_z} \frac{\lambda}{k} I_0(\lambda R) K_1(kR)} dk \quad (36)$$

MUTUAL IMPEDANCE BETWEEN TWO SUPERCONDUCTIVE TAPES

Filaments should be substituted by superconductive tapes in the case of PCTs with the use of superconductor windings. Let us consider two tapes of same cross-section, as shown in Figure 7. A and B are the radii of each tape, whereas D and δ are the length and thickness, respectively. Each tape can be represented as a set of filaments with the density $1/(D \delta)$. In this case, formulas (35) and (36) can be rewritten in the form:

$$L_A = - \frac{1}{(D\delta)^2} \frac{\mu_0}{2\pi} \int_A^{A+\delta} da \int_B^{B+\delta} db \int_{\frac{z_A - \frac{D}{2}}{2}}^{\frac{z_A + \frac{D}{2}}{2}} dz_1 \int_{\frac{z_B - \frac{D}{2}}{2}}^{\frac{z_B + \frac{D}{2}}{2}} dz_2 \times \sqrt{ab} \mathfrak{K} \left\{ K(\mathfrak{N}^2) - \left(1 + \frac{\mathfrak{N}^2}{2} \right) E(\mathfrak{N}^2) \right\} \quad (37)$$

$$Z_C = j\omega \mu_0 \frac{1}{(D\delta)^2} \int_A^{A+\delta} da \int_B^{B+\delta} db \int_{\frac{z_A - \frac{D}{2}}{2}}^{\frac{z_A + \frac{D}{2}}{2}} dz_1 \int_{\frac{z_B - \frac{D}{2}}{2}}^{\frac{z_B + \frac{D}{2}}{2}} dz_2 \times ab \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(k(z_2 - z_1)) K_1(ka) K_1(kb) \times \frac{I_1(\lambda R) I_0(kR) - \frac{\mu_0}{\mu_z} \frac{\lambda}{k} I_0(\lambda R) I_1(kR)}{I_1(\lambda R) K_0(kR) + \frac{\mu_0}{\mu_z} \frac{\lambda}{k} I_0(\lambda R) K_1(kR)} dk \quad (38)$$

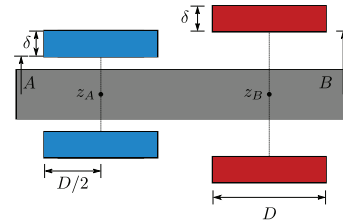


Figure 7. Laminated core of partial core transformer with two tapes of rectangular cross section

The case of two windings can be easily obtained from (37) and (38) by substituting the dimensions presented in Figure 7 with the new ones and considering the number of tapes in the primary and secondary windings N_A and N_B , respectively (see Wilcox *et al.*, 1988). The width and thickness of each winding, in this case, can be taken as w_A and δ_A for the first one and w_B and δ_B . Therefore, the density of the number of tapes in each winding is $N_A / (w_A \delta_A)$ and $N_B / (w_B \delta_B)$, respectively. New dimensions are also affect the limits of the integrals in (37) and (38).

A particularly interesting case for us is that of two superconductive coils placed one over another coaxially as shown in Figure 8, where $z_A = z_B = z$, $w_A = w_B = w$. As a result, we can obtain:

$$L_A = - \frac{N_A N_B}{w^2 \delta_A \delta_B} \frac{\mu_0}{2\pi} \int_A^{A+\delta_A} da \int_B^{B+\delta_B} db \int_{\frac{z - \frac{w}{2}}{2}}^{\frac{z + \frac{w}{2}}{2}} dz_1 \int_{\frac{z - \frac{w}{2}}{2}}^{\frac{z + \frac{w}{2}}{2}} dz_2 \times \sqrt{ab} \mathfrak{K} \left\{ K(\mathfrak{N}^2) - \left(1 + \frac{\mathfrak{N}^2}{2} \right) E(\mathfrak{N}^2) \right\} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 Z_C = j\omega\mu_0 \frac{N_A N_B}{w^2 \delta_A \delta_B} \pi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{\sin^2\left(\frac{k w}{2}\right)}{k^4} \\
 \times a \{K_0(ka)L_1(ka) + K_1(ka)L_0(ka)\} \Big|_{a=A}^{a=A+\delta_A} \\
 \times b \{K_0(kb)L_1(kb) + K_1(kb)L_0(kb)\} \Big|_{b=B}^{b=B+\delta_B} \\
 \times \frac{I_1(\lambda R)I_0(kR) - \frac{\mu_0}{\mu_z} \frac{\lambda}{k} I_0(\lambda R)I_1(kR)}{I_1(\lambda R)K_0(kR) + \frac{\mu_0}{\mu_z} \frac{\lambda}{k} I_0(\lambda R)K_1(kR)}
 \end{aligned}
 \quad (40)$$

Where $L_0(x)$ and $L_1(x)$ are the Struve functions.

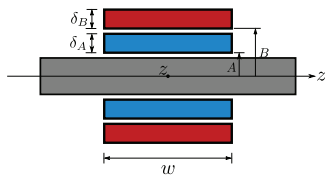


Figure 8. Partial core transformer with two tapes of rectangular cross section placed one over another

Figure 9 shows the behavior of the resistive and inductive parts of the total mutual impedance of a PCT as a function of frequency, ω , obtained with the analytical formula for the parameters shown in Table 1.

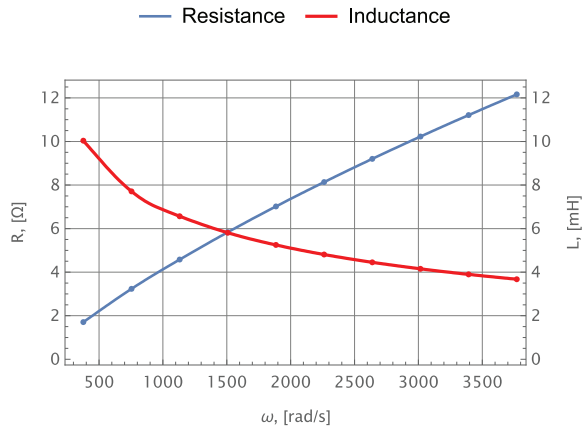


Figure 9. Resistance and inductance between two windings obtain with the analytical model

The analytical model was compared with the finite element method (FEM) using the ANSYS® Maxwell software, the results of which are shown in Figure 10, where it can be seen that the analytical model adjusts well to the values obtained using the FEM. However, the error obtained between both models is around 7 % for the inductance and 11.4 % for the resistance values, this is because the analytical model does not take into account the non-linear characteristics of the core, it must also be remembered that for the analytical model infinite dimensions were considered in the length and width of the sheets that make up the transformer.

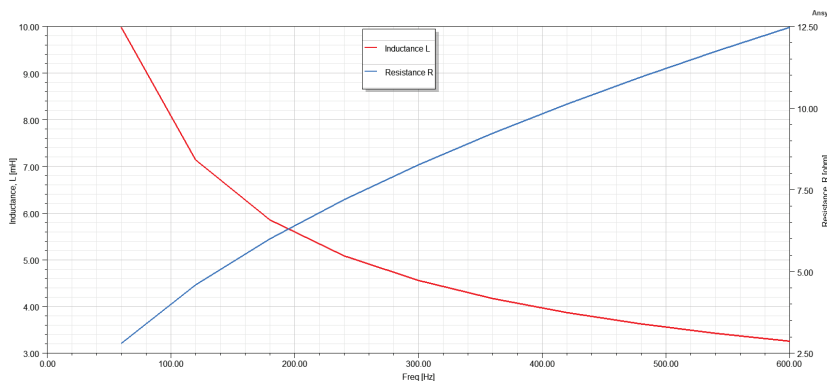


Figure 10. Resistance and inductance between two windings obtain with ANSYS Maxwell Software

Table 1. Parameter Used in FEM and Analytical Model

Parameter	Value
Core	
Length	470 mm
Radius	40 mm
Lamination Thickness	0.23 mm
Material	Steel 1010
Inside Winding	
Winding Length	338 mm
Wire Thickness	0.305 mm
Current Rating	100 A
Total Turns	320
Material	Copper
Outside Winding	
Winding Length	330 mm
Wire Thickness	0.305 mm
Current Rating	65 A
Total Turns	320
Material	Copper

Despite the above, the results obtained show that the analytical model presents a good approximation to the values of resistance and mutual inductance even without considering the non-linear characteristics of the device.

CONCLUSIONS

Study of high critical temperature superconductors has allowed the development of a countless number of highly efficient electrical devices with less weight and size. Simpler constructive properties of such devices make them even more beneficent. Partial core high critical temperature superconducting transformers are of that kind. The lack of the external “legs” and the cylindrical geometry of the core make these transformers better candidates for the development of the high efficient power transformers with the size much less than the conventional ones developed up to date. Currently, PTC’s are found in resonant transformers or as step-up transformers for capacitive loads (Ming, 2012), but given the characteristics of PTC’s, it is possible to manufacture portable step-up/step-down transformers even lighter than those currently on the market. However, research aimed at studying such devices is scarce and only a limited number of models has been developed to study well the achievements of this type of transformers. This paper represented the first analytical approach allowing the determination of the mutual inductance of a laminated partial core transformer, ba-

sed only on physical and geometrical characteristics of the core and windings. The model properly takes into account the laminated structure of the core. For this purpose, the magnetic permeability and conductivity tensors of the laminated core were obtained as functions of frequency by solving Maxwell’s equations within each ferromagnetic sheet. This resulted in additional dependence of the mutual impedance between two windings of frequency. The model was compared with the finite element method using the ANSYS® Maxwell software. This comparison shows that the analytical model obtained is a good approximation for the determination of the mutual impedance of a partial core transformer. However, it is necessary to consider the non-linear characteristic present in this type of devices to have a better fit of the analytical model based on the one obtained through the FEM. Therefore, the subsequent work is to make the model of the non-linear characteristic of the core and add it to the model obtained in this work.

REFERENCES

- Bodger, P., Enright, W., & Ho, V. (2005). A low voltage, mains frequency, partial core, high temperature, superconducting transformer. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*.
- Hott, R. (2004). Application fields of high-temperature superconductors. *High Temperature Superconductivity*, 2, 35-48.
- Hu, D., Sheng, J., Li, Z., Jing, Z., Guo, Q., Hong, Z., . . . Yang, H. (2016). Characteristics comparison between HTS air core and

- partial core transformers. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 26(7), 1-5. <http://dx.doi.org/10.1109/TASC.2016.2582682>
- Lapthorn, A. C., Chew, I., Enright, W. G., & Bodger, P. S. (2010). HTS transformer: Construction details, test results, and noted failure mechanisms. *IEEE transactions on power delivery*, 26(1), 394-399. <http://dx.doi.org/10.1109/TPWRD.2010.2061874>
- Ming-Zhong, B. (2012). *Partial Core Power Transformer*. Christchurch, New Zealand: University of Canterbury. <http://dx.doi.org/10.26021/1995>
- Moradnouri, A., Ardeshiri, A., Vakilian, M., Hekmati, A., & Fardmanesh, M. (2020). Survey on high-temperature superconducting transformer windings design. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 33(9), 2581-2599.
- Rey, C. (2015). *Superconductors in the power grid: Materials and applications*. Elsevier.
- Tijonov, A. N., & Samarsky, A. A. (1983). *Ecuaciones de física matemática*. Moscú: MIR.
- Tixador, P. (2004). HTS applications: present and future prospects. *High Temperature Superconductivity*, 2, 1-34.
- Weber, C., Reis, C., Hazelton, D., Schwenterly, S., Cole, M., Demko, J., . . . Aversa, N. (2005). Design and operational testing of a 5/10-MVA HTS utility power transformer. *IEEE transactions on applied superconductivity*, 15(2), 2210-2213. <https://doi.org/10.1109/TASC.2005.849614>
- Wilcox, D., Conlon, M., & Hurley, W. (1988). Calculation of self and mutual impedances for coils on ferromagnetic cores. *IEE Proceedings A-Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education-Reviews*, 135(7), 470-476. <https://doi.org/10.1049/ip-a-1.1988.0074>
- Zueger, H. (1998). 630 kVA high temperature superconducting transformer. *Cryogenics*, 38(11), 1169-1172. [https://doi.org/10.1016/S0011-2275\(98\)00104-0](https://doi.org/10.1016/S0011-2275(98)00104-0)

Cómo citar:

Pérez-Gómez, C. A., Maximov, S., Olivares-Galvan, J. C., & Escarela-Pérez, R. (2023). Analytical formula of the mutual impedance of a partial core transformer with conductive tapes. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-10. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.017>



Análisis del sistema de medición por atributos en la inspección de calidad para zarzamoras

Measurement system analysis by attributes in quality inspection for blackberries

Morfin-Magaña Rodrigo

Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes
Correo: rodrigo.mm@losreyes.tecnm.mx
<https://orcid.org/0000-0001-9243-3791>

Pulido-Toro Eduardo

Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes
Correo: eduardo.pt@losreyes.tecnm.mx
<https://orcid.org/0000-0001-6299-4571>

Corona-Soto María de Jesús

Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico Superior de Uruapan
Correo: maria.cs@uruapan.tecnm.mx
<https://orcid.org/0000-0003-1020-3621>

Mendoza-Ballines Luis Benjamín

Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico Superior de Uruapan
Correo: luis.mb@uruapan.tecnm.mx
<https://orcid.org/0000-0002-6319-2340>

Topete-Betancourt Karla Cecilia

Tecnológico Nacional de México
Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes
Correo: karla.ctbetancourt@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-1633-012X>

Resumen

El presente trabajo describe un estudio experimental realizado en empresas emparadoras de zarzamoras con la finalidad de valorar la eficiencia de los sistemas de medición por atributos utilizados. Una característica de este tipo de sistemas de medición es la naturaleza cualitativa y la valoración subjetiva que los inspectores de calidad emplean para valorar los frutos. En el trabajo se presentan los resultados de análisis de los sistemas de medición por atributos utilizados en dos empresas dedicadas a la actividad de empaque de frutos, las cuales obtuvieron resultados contrastantes en los análisis de concordancia, que son comparados mediante el valor obtenido en el coeficiente estadístico Kappa de Fleiss. Las diferencias obtenidas en los dos casos de estudio son analizadas por medio de datos adicionales que describen características de cada sistema de medición por atributos empleados y que se sugieren como un factor relevante para los resultados obtenidos en cada empresa. El trabajo culmina discutiendo sobre las posibles acciones de mejora para el diseño e implementación de un sistema de medición por atributos en empresas de empaque de zarzamoras.

Descriptores: Evaluación de calidad, sistema de medición por atributos, valoración visual, índice Kappa de Fleiss.

Abstract

This paper describes an experimental process to evaluate the efficiency of the attributes measurement systems used for blackberry quality in packing companies is described. A characteristic of this type of measurement system is its qualitative nature and the subjective assessment that quality inspectors use to assess the fruits. In this work, the analysis results of the attributes measurements systems used in two different packing companies are presented, which obtained contrasting results in the concordance analysis, that are compared through the value of the Fleiss' Kappa statistical coefficient. The differences obtained in the two case studies are analyzed using additional data describing the characteristics of each measurement system used, which suggests a relevant factor for the results obtained in each company. Finally, the work presents a discussion of the possible improvement actions for designing and implementing an attributes measurement system for blackberry packing companies.

Keywords: Quality assessment, attribute measurement system, visual assessment, Fleiss' Kappa.

INTRODUCCIÓN

La zarzamora es un fruto originalmente silvestre que ahora se produce de manera extensa con fines comerciales. Globalmente, la mayor producción de este fruto se genera en los meses de mayo a junio, pero México cuenta con las condiciones climatológicas que permiten extender su producción hasta el mes de noviembre, brindando a los cultivos de zarzamora del país la ventaja de producir en contra temporada frente a diversos países, especialmente Estados Unidos (Aguilar, 2018). Las zarzamoras son comercializadas en fresco, congeladas, jugos, pulpas, extractos, etcétera, lo que facilita su comercialización y genera una alta demanda de sus consumidores. Hoy en día, las empresas compiten ofertando zarzamoras de calidad que les permita obtener la preferencia de estos consumidores. El enfoque de calidad evoluciona constantemente (Burgos, 2021) pero mantiene como principal finalidad lograr la satisfacción del cliente. El enfoque al cliente es fundamental respecto a la calidad de las zarzamoras, ya que además de cumplir con normativas de inocuidad y seguridad alimentaria, estas son evaluadas desde la perspectiva sensorial del cliente. Como se describe en Threlfall *et al.* (2021) la percepción de zarzamoras de calidad por los clientes está totalmente relacionada a características visuales como tamaño, forma y uniformidad de color, donde los frutos de mayor tamaño y con menos tonalidades distintas a las esperadas, como por ejemplo rojas, secas o verdes, en las drupas de una zarzamora considerada como fresca, fueron seleccionadas y preferidas por la mayoría de los clientes participantes en el estudio.

Durante el periodo de cultivo de la zarzamora y a medida que la madurez de los frutos avanza, tanto el color como el contenido de sólidos solubles van evolucionando expuestos a factores ambientales como temperatura, radiación solar, lluvia, sombreado, niveles de nitrógeno y al contenido de nutrientes disponibles en el suelo, entre otros, que alteran el proceso madurativo de los frutos, así como el proceso de cosecha que puede modificar o dañar las características de los mismos, afectando la calidad del producto obtenido post-cosecha (Lado *et al.*, 2010). Como lo comentan Ivars & Mora (2020), es importante evaluar la calidad sensorial basada en atributos como color, textura, forma, tamaño y olor de frutos como la zarzamora post-cosecha. La composición sensible y delicada al tacto de estos frutos restringe la evaluación sensorial de la calidad a inspecciones visuales, ya sean efectuadas por personas o por visión artificial. Básicamente cualquier sistema de medición de calidad implementado en productos alimenticios sigue los dos pasos siguientes; definir las especificaciones o estándares de calidad a inspeccionar

y desarrollar métodos para evaluar de manera confiable si los frutos cumplen o no con las especificaciones (Costell, 2002).

La subjetividad con la que pueden valorarse características ponderables dentro de los sistemas de calidad es un problema constante a minimizar (Segura & Alonso, 2021). En el caso de los sistemas de medición de calidad basados en atributos, especialmente cuando las evaluaciones son realizadas por personas, la subjetividad del evaluador puede introducir variaciones de concordancia en los resultados en detrimento de la efectividad del sistema. La evaluación de los frutos se realiza con base en clasificaciones binarias, donde los frutos pueden ser de calidad o no, los sistemas de medición binarios presentan un alto grado de complejidad para ser evaluados (Akkerhuis *et al.*, 2019). La efectividad del sistema de medición puede realizarse estadísticamente por medio de un análisis del sistema de medición MSA: Measurement System Analysis, proporcionando un panorama general de la efectividad del sistema de medición de calidad implementado (Picado, 2008). Cuando las características de calidad son continuas el método Gage R&R es la técnica estadística utilizada en el MSA, donde se asume que la variable de calidad inspeccionada sigue una distribución normal. Cuando se analizan características binarias, no existe una técnica equivalente, pero se han propuesto métodos estadísticos, como el índice Kappa, útiles para evaluar la efectividad de sistemas de medición binarios (Van Wieringen & Van den Heuvel, 2005). El AIAG (Automotive Industry Action Group) publicó un manual de referencia para el MSA, donde define los sistemas de medición por atributos como sistemas en los que un valor de medición pertenece a un número finito de categorías. En este estándar internacional, las tabulaciones cruzadas que comparan cada resultado obtenido se han utilizado para determinar el grado de acuerdo a través del valor del índice Kappa (Lyu & Chen, 2010). El MSA, junto con los métodos estadísticos, ayuda a proporcionar un conocimiento profundo sobre la capacidad del sistema de medición de una empresa. A través de una mejor comprensión de cómo funcionan los sistemas de medición, las empresas pueden basar sus decisiones en hechos para promover un trabajo de calidad (Hultman, 2016).

En este trabajo se muestra el desarrollo de un MSA para sistemas de medición binarios de calidad, basados en atributos e implementados en empresas emparadoras de zarzamoras. Incluye los resultados experimentales obtenidos en dos distintas empresas dedicadas al empaque de zarzamora con resultados contrastantes entre ambas.

MATERIAL Y MÉTODOS

En esta sección se describen los pasos experimentales realizados para la recopilación de la información estadística que permite evaluar el sistema de medición por atributos que se emplea en el área de calidad por parte de las empresas participantes dedicadas al empaque de zarzamora. La experimentación comienza con la definición de un patrón estándar por parte de la persona con mayor experiencia dentro del área de calidad en la empresa, esta persona puede ser seleccionada considerando el tiempo que lleva laborando dentro del departamento de calidad, el puesto jerárquico que ocupa o las capacitaciones previas que haya logrado, entre otros indicadores que permitan seleccionar al individuo que brinde la clasificación que la empresa desea que realicen sus trabajadores sobre los frutos. Para definir el patrón estándar se toma una muestra de 50 frutos valorados por la persona con mayor experiencia, 25 con una clasificación de pasa “B”, es decir, frutos de calidad, y 25 con una clasificación de no pasa “M”, es decir, frutos que tienen algún defecto. Una vez establecido el patrón estándar, se realiza la recolección y análisis de los datos. En la Figura 1, se muestra en un diagrama de flujo el procedimiento realizado durante la experimentación del presente trabajo.

PATRÓN ESTÁNDAR

El objetivo principal del sistema de medición analizado fue clasificar correctamente los frutos de buena calidad y los que tienen algún defecto, donde las características de cada clasificación fueron definidas y delimitadas previamente. Es decir, la empresa establece cuándo la apariencia de un fruto cumple con los requerimientos de calidad y cuándo no. Para la presente experimentación se solicitó el apoyo del jefe de departamento de calidad para seleccionar a la persona con mayor experiencia dentro del área de calidad en la empresa, quien se encargó de brindar y clasificar una muestra donde la mitad de los frutos integraban zarzamoras con algún defecto y la otra mitad de la muestra frutos sin defecto. Dicha clasificación se

consideró como el patrón estándar, es decir, la clasificación que se esperaba obtener en todas las inspecciones realizadas sobre la misma muestra.

MUESTRA A EVALUAR

El tamaño de la muestra fue definido siguiendo los criterios que establece Minitab para el análisis de concordancia por atributos, donde se indica un mínimo de 50 muestras para obtener estimaciones de concordancia adecuadas (Soporte de Minitab, 2022). Las zarzamoras que componen la muestra fueron acomodadas en un arreglo matricial numerado para ser inspeccionadas por los trabajadores participantes. En la Figura 2 se observa el acomodo de la muestra de 50 zarzamoras sobre una charola de manera aleatoria, donde cada uno de los 50 frutos se identificaron por la asignación de un número en el arreglo matricial. Las muestras se colocaron de manera que los defectos en los frutos fueran visibles, ya que los trabajadores realizaron la inspección únicamente de manera visual, sin tomar el fruto con la mano para evitar cualquier daño debido a la manipulación y para que mantuvieran sus características iniciales.

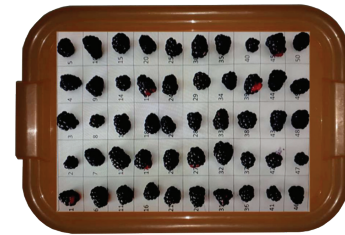


Figura 2. Acomodo de la muestra de 50 zarzamoras

RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Luego de una plática previa con todos los participantes, los inspectores fueron requeridos por turnos para clasificar la muestra, donde la secuencia en que realizaron cada clasificación fue generada de forma aleatoria e impresa en una hoja de captura. Para cada zarzamora inspeccionada se les solicitó a los inspectores su valoración

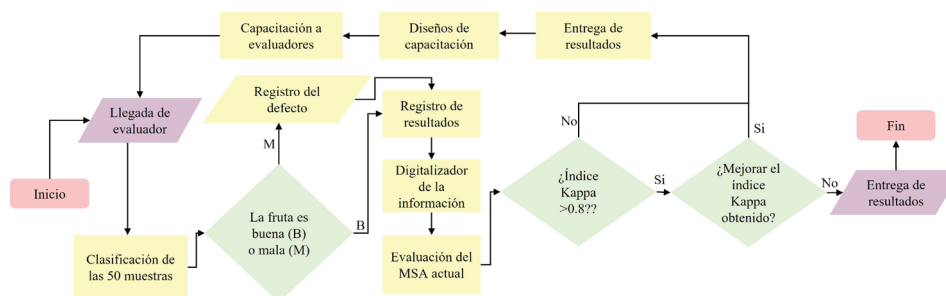


Figura 1. Diagrama de flujo durante el desarrollo de la experimentación

acerca de si el fruto inspeccionado era de buena calidad, es decir, “pasa (B)” o si no, es decir, “no pasa (M)”. Adicionalmente, para la valoración de “no pasa (M)” se le solicitó al inspector la descripción del defecto que identificó en el fruto. Cada inspector pasó en dos momentos a realizar la clasificación de una misma muestra de zarzamoras, considerando siempre un orden de clasificación aleatorio. Para lo anterior, se utilizaron hojas impresas con secuencias de números aleatorios donde registró la información, la cual fue digitalizada posteriormente para su análisis. Adicionalmente se capturó la información relevante de cada trabajador, como la antigüedad que tiene en el área o si ha recibido capacitación previa, entre otros.

COEFICIENTE KAPPA DE FLEISS

El valor Kappa es un coeficiente estadístico que representa el grado de concordancia absoluta entre clasificaciones binarias. Como se menciona en Salas & Muñoz (2019), este estadístico se emplea en sistemas de medición cualitativos por atributos del tipo binario, con clasificaciones “pasa” y “no pasa”. La formulación conocida como Kappa de Cohen, representa un valor que establece la concordancia existente entre distintos evaluadores o respecto a un estándar. El valor del coeficiente estadístico Kappa de Cohen en el intervalo [0, 1] es calculado mediante la fórmula:

$$\kappa = \frac{P_r(a) - P_r(e)}{1 - P_r(e)}$$

Donde:

κ = coeficiente Kappa
 $P_r(a)$ = concordancia relativa entre los evaluadores
 $P_r(e)$ = probabilidad de concordancia debida al azar

Este coeficiente estadístico fue generalizado por Fleiss en 1981 para medir el acuerdo entre dos o más evaluadores, resultando de esta generalización el coeficiente estadístico conocido como Kappa de Fleiss. El coeficiente Kappa de Fleiss añade el cálculo del sesgo del estándar y el cálculo de la concordancia. Como se menciona en Picado (2008), mientras más fuerte sea la concordancia absoluta entre las calificaciones, más alto será el valor de Kappa de Fleiss. Las directrices de la Automotive Industry Action Group (AIAG) sugieren que la concordancia en el sistema de medición es de muy buena a excelente para valores de Kappa mayores a 0.80, mientras que valores inferiores señalan una oportunidad de mejora para el sistema de medición y valores menores a 0.40 indican poca concordancia (aiag, 2010).

RESULTADO Y DISCUSIÓN

Las empresas empacadoras de frutillas implementan sistemas de medición por atributos donde la inspección se realiza directamente por los trabajadores del área de calidad, ahí la valoración de calidad realizada en el sistema de medición se afecta por la subjetividad de cada trabajador involucrado.

Los niveles de concordancia para dicho sistema de medición pueden establecerse de las tres formas siguientes:

1. Concordancia de los inspectores respecto a un patrón de clasificación estándar (normalmente considerado como la clasificación esperada por la empresa).
2. Concordancia entre inspectores.
3. Concordancia de un inspector consigo mismo.

Para evaluar estos tres puntos se realizó la recopilación de información correspondiente, por medio de una experimentación controlada dentro de las empresas, como se describe en la sección anterior. Este trabajo solo presenta dos casos específicos de todas las empresas participantes, las cuales obtuvieron resultados contrastantes entre ellas. Los nombres de las empresas y de los trabajadores son omitidos por motivos de confidencialidad, y los dos casos analizados tienen la clasificación como empresa A y empresa B, con sus respectivos trabajadores A1, A2, ..., A5 y B1, B2, ..., B7.

La Figura 3 muestra el índice de concordancia (IC) de cada trabajador, respecto al estándar, de lado izquierdo se presentan los resultados de los trabajadores de la empresa A, y del lado derecho los resultados de los 7 trabajadores de la empresa B. En la empresa A, los trabajadores muestran un desempeño similar, con excepción del trabajador A3, quien tiene un desempeño inferior en comparación con el obtenido por sus compañeros. En este caso, dicha situación se atribuye a que como fue indicado por la empresa, el trabajador A3 tiene poco tiempo de haberse integrado como evaluador en el área de calidad. Por otro lado, todos los trabajadores de la empresa B obtuvieron un desempeño más variado, pero en general todos sus resultados presentan un índice de concordancia inferior al obtenido por la empresa A, exceptuando el trabajador A3.

La Figura 4, muestra el porcentaje de frutos mal clasificados por cada trabajador, en color azul los frutos buenos “B” clasificados como malos “M” y en color naranja los frutos malos “M” clasificados como buenos “B”, donde se observa que en la empresa A el trabajador A4 clasificó de forma correcta todos los frutos respecto al patrón estándar, mientras que el trabajador A3

clasifico 32 % de los frutos malos “M” como frutos buenos “B”.

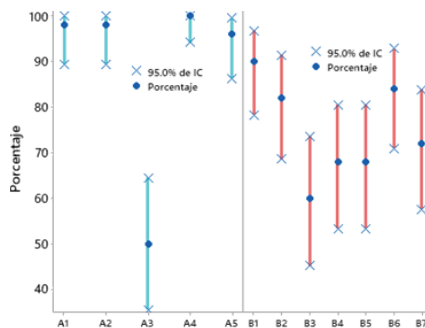


Figura 3. Índice de concordancia evaluador vs estándar

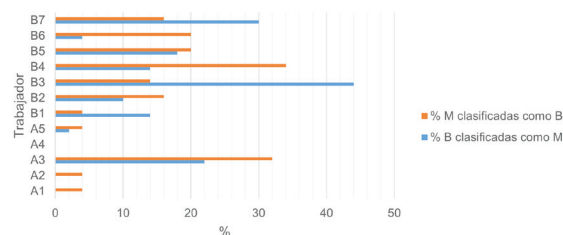


Figura 4. Porcentaje de clasificaciones incorrectas por trabajador

En las Figuras 3 y 4 fue notable la diferencia que existe en las clasificaciones realizadas por parte de los trabajadores de las empresas A y B. Sin embargo, para poder definir si las clasificaciones hechas por los trabajadores son adecuadas, más allá de la diferencia que existe entre ambas empresas, fue necesario emplear un índice estadístico, en específico el índice Kappa de Fleiss, el cual permitió valorar la información obtenida. La Tabla 1, muestra el coeficiente Kappa de Fleiss obtenido para la concordancia de cada trabajador consigo mismo en los dos momentos en que este realiza la clasificación de la misma muestra de 50 frutos; así también la concordancia entre cada trabajador respecto al patrón estándar y el valor del coeficiente Kappa de Fleiss obtenido por cada empresa en general. Como se describió en la sección anterior, valores del coeficiente Kappa de Fleiss por encima de 0.80 indican concordancias de muy buenas a excelentes, caso que corresponde con el valor alcanzado por la empresa A. Por otro lado, valores inferiores a 0.80 indican que existen oportunidades de mejora, caso que corresponde con la empresa B, la cual obtuvo 0.62 en el resultado general del coeficiente Kappa de Fleiss. Una interpretación similar del coeficiente Kappa se presenta en Marques *et al.* (2018), donde se analiza la concordancia de un sistema automático de inspección óptico, estableciendo que para valores superiores a 0.9 el sistema de medición es excelente, y que existe oportunidad de mejora para cualquier valor inferior.

Tabla 1. Resumen del análisis estadístico usando el índice Kappa de Fleiss

Individual por trabajador				Cada trabajador vs estándar			
A1	1.00	B1	0.95	A1	0.95	B1	0.81
A2	1.00	B2	0.79	A2	0.95	B2	0.73
A3	0.70	B3	0.51	A3	0.45	B3	0.40
A4	1.00	B4	0.66	A4	1.00	B4	0.51
A5	0.95	B5	0.47	A5	0.93	B5	0.61
		B6	0.83			B6	0.75
		B7	0.76			B7	0.53
Resultado del análisis estadístico							
		Kappa				Kappa	
Empresa	A	0.86	Empresa	B	0.62		

Los resultados obtenidos muestran una diferencia considerable en el desempeño de los trabajadores de cada empresa para clasificar los frutos. Es importante señalar que, ambas empresas tienen presente la importancia de la actividad de la clasificación de los frutos y dedican esfuerzos para mantener óptimos resultados. Analizando toda la información recabada durante la experimentación es posible identificar algunas diferencias percibidas en ambos sistemas de medición por atributos usados en las empresas A y B, las cuales pueden haber sido factor en los resultados obtenidos. Una diferencia detectada es la relacionada con la cantidad de descripciones que los inspectores emplean para clasificar los frutos como “no pasa (M)”.

La Figura 5 muestra, con las barras de lado derecho, la cantidad de descripciones empleadas por la empresa B para clasificar como “M” cada uno de los 25 frutos, en los cuales se presenta una media de 5.12 empleadas por un solo fruto con clasificación “no pasa (M)”, y se obtuvieron hasta 10 descripciones diferentes para un solo defecto presente en el mismo fruto. Por otro lado, en la empresa A, con las barras de lado izquierdo, se observa una reducción considerable en la cantidad de descripciones empleadas para un solo defecto en el fruto con clasificación “no pasa (M)”, teniendo una media de 2.68 y un máximo de 6 descripciones distintas para un solo fruto. En la Tabla 2 se presenta un caso ejemplo de las descripciones dadas por una misma clasificación “no pasa (M)” en ambas empresas, donde se observa el uso de múltiples descripciones por parte de los evaluadores para un mismo fruto teniendo hasta 10 distintas en la empresa B.

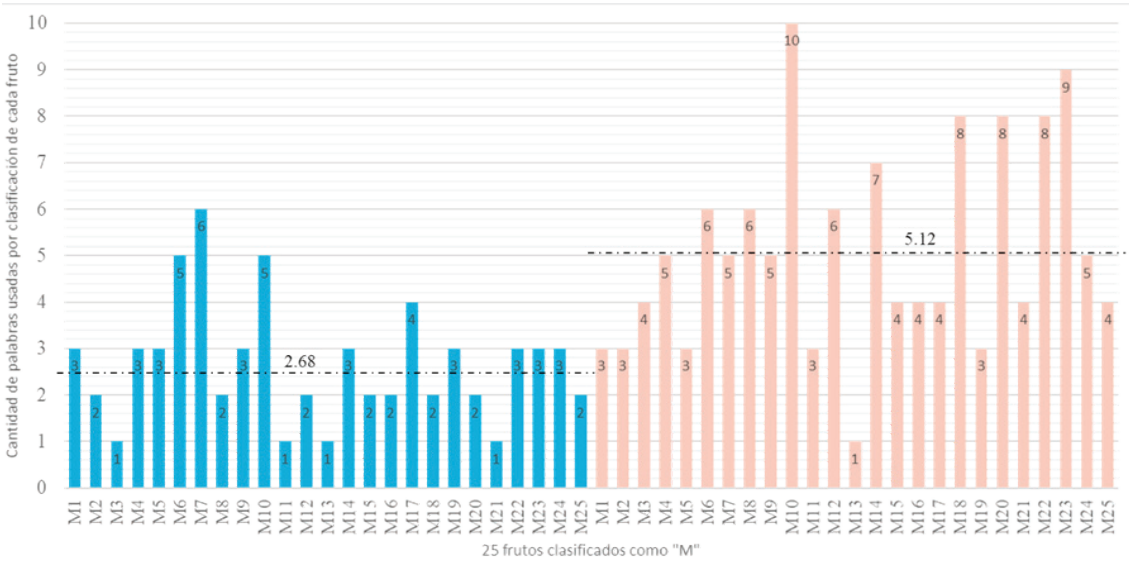


Figura 5. Cantidad de descripciones utilizadas para clasificar como “M” cada uno de los 25 frutos

Tabla 2. Distintas descripciones utilizadas para una misma clasificación de “M” en un mismo fruto

Empresa B			
Fruto M10		Estándar = Deforme	
Clasificaciones			
Calibre pequeño, madurez, desuniforme	Pequeña, desuniforme	Pequeños puntos rojos	Inmadura, calibre
Inmadura, deforme	Madurez desuniforme	Tamaño pequeño, deforme, madurez desuniforme	Pequeña, deforme, des-uniforme
Drupa inmadura	Deforme		
Empresa A			
Fruto M10		Estándar = Malformación, verde	
Clasificaciones			
Ácaro	Verde	Malformada, verde	Malformada
Daño ácaro			

Es evidente que un fruto puede exhibir más de un defecto por el cual se puede rechazar, pero cuando existen tantos elementos presentes a valorar sin un orden de prioridad aparente llega a confundir a los trabajadores quienes realizan la valoración de forma subjetiva. Aunque la principal necesidad de la empresa es que los frutos sean valorados adecuadamente en su clasificación “pasa (B)” y “no pasa (M)”, los resultados sugieren que brindar distintas posibilidades para una clasificación de “no pasa (M)” sin dar un orden de importancia claro, tiene un impacto en la clasificación por atributos que los inspectores realizan. La importancia de definir claramente un mínimo de categorías mutuamente exclu-

yentes se presenta y discute en los trabajos de Kundel & Polansky (2003) y Conger (2016), quienes de forma similar establecen que un mayor número de categorías usadas en un sistema de medición por atributos afecta la efectividad del sistema, además de que el coeficiente Kappa reduce su valor. Adicionalmente mejorará la clasificación binaria del sistema, la cual impacta en la calidad del producto entregado al mercado y por lo tanto, tiene implicaciones directas del cliente para la aceptación del producto. Clarificar los defectos por los que un fruto se rechaza tiene un gran potencial para mejorar las relaciones con los proveedores, permitiendo a la empresa apoyar a los agricultores de una manera oportu-

na, indicándoles el defecto que presentan sus frutos y en dado caso, el método o tratamiento indicado para mejorar la calidad de su cosecha.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos sobre la concordancia que se presenta en las valoraciones de frutos, en específico zarzamoras, que realizan los inspectores en los empaques mediante un sistema de medición por atributos sugieren que la subjetividad de las valoraciones pueden estar relacionadas con las características del diseño del sistema de medición por atributos, en específico, con la cantidad de descripciones empleadas y la prioridad en los aspectos a valorar. Esto sugiere que durante el diseño del sistema de medición por atributos, es importante delimitar la mínima cantidad posible de descripciones empleadas para indicar los defectos en las zarzamoras, evitando distintas descripciones para un mismo defecto. También, establecer el orden de inspección de cada uno de los posibles defectos evitando confusión en qué defecto indicar cuando el fruto presenta más de una característica no deseable. Posteriormente al diseño, es importante que todos los inspectores conozcan el funcionamiento del sistema de medición por atributos por medio de una capacitación donde se explique todo lo pertinente. Finalmente, es recomendable emplear sistemas de control periódico para asegurar la efectividad del sistema de medición empleado.

REFERENCIAS

- Aguilar, N. (2018). Diagnóstico de la producción de zarzamora (*Rubus* sp.) en la zona centro de Veracruz, México. *Agro Productividad*, 9(6). <https://revista-agroproductividad.org/index.php/agroproductividad/article/view/768>
- (aiag), A. I. A. G. (2010). *Measurement systems analysis*. Automotive Industry Action Group (AIAG).
- Akkerhuis, T. S., De Mast, J., & Erdmann, T. P. (2019). Estimation of the random error of binary tests using adaptive polynomials. *Journal of Quality Technology*, 51(1), 81-93. <https://doi.org/10.1080/00224065.2018.1541390>
- Burgos, F. J. (2021). Calidad: Un nuevo enfoque conceptual y definiciones. *Revista Ingeniería Industrial*, 20(01), 1-15. <https://doi.org/10.22320/S07179103/2021.03>
- Conger, A. J. (2016). Kappa and rater accuracy: Paradigms and parameters. *Educational and Psychological Measurement*, 77(6), 1019-1047. <https://doi.org/10.1177/0013164416663277>
- Costell, E. (2002). A comparison of sensory methods in quality control. *Food Quality and Preference*, 13(6), 341-353. [https://doi.org/10.1016/S0950-3293\(02\)00020-4](https://doi.org/10.1016/S0950-3293(02)00020-4)
- Hultman, V. (2016). *Capability study and measurement system analysis: A case study at bosch rexroth AB* (Tesis, Luleå tekniska uni-

- versitet, Institutionen för ekonomi, teknik och samhälle). <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:ltu:diva-170>
- Ivars, Y., & Mora, J. (2020). Evaluación de parámetros de calidad poscosecha en tres variedades de frutilla (fragaria x ananassa duch.) en los antiguos, santa cruz (Informe técnico). Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria.
- Kundel, H. L., & Polansky, M. (2003). Measurement of observer agreement. *Radiology*, 228(2), 303-308. <https://doi.org/10.1148/radiol.2282011860>
- Lado, J., Vicente, E., Manzoni, A., & Ares, G. (2010). Application of a check-all-that-apply question for the evaluation of strawberry cultivars from a breeding program. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, 90(13), 2268-2275. <https://doi.org/10.1002/jsfa.4081>
- Lyu, J. & Chen, M. (2010). Measurement of bivariate attributes using a novel statistical model. *Journal of Applied Statistics*, 37(8), 1319-1334. <https://doi.org/10.1080/02664760903030221>
- Picado, F. (2008). Análisis de concordancia de atributos. *Tecnología en Marcha*, 21(4), 29-35.
- Salas, M. I., & Muñoz, I. (2019). Análisis de concordancia de atributos en color de piezas galvanizadas. *Revista de Tecnologías en procesos Industriales*, 1-6. <https://doi.org/10.35429/jtip.2019.6.3.1.6>
- Segura, A. & Alonso, A. (2021). Evaluación del desempeño de los sistemas de gestión de calidad. *Revista Ingeniería Industrial*, 20(01), 1-15. <https://doi.org/10.22320/S07179103/2021.02>
- Soporte de Minitab. (2022). *Consideraciones acerca de los datos para análisis de concordancia de atributos-Minitab*. Support | Minitab. Recuperado de <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/quality-and-process-improvement/measurement-system-analysis/how-to/attribute-agreement-analysis/attribute-agreement-analysis/before-you-start/data-considerations/>
- Threlfall, R. T., Clark, J. R., Duntelman, A. N., & Worthington, M. L. (2021). Identifying marketable attributes of fresh-market blackberries through consumer sensory evaluations. *HortScience*, 56(1), 30-35. <https://doi.org/10.21273/hortsci15483-20>
- Van, W. N., & Van den Heuvel, E. R. (2005). A comparison of methods for the evaluation of binary measurement systems. *Quality Engineering*, 17(4), 495-507. <https://doi.org/10.1080/08982110500225562>

Cómo citar:

Morfin-Magaña R., Pulido-Toro E., Corona-Soto M. de J., Mendoza-Ballines L. B., & Topete-Betancourt K. C. (2023). Análisis del sistema de medición por atributos en la inspección de calidad para zarzamoras. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-7. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.018>



Caracterización de lodos activados procedentes, dos Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales (PTAR) ubicadas en Costa Rica

Characterization of activated sludge from two Wastewater Treatment Plants (WWTP) in Costa Rica

Alfaro-Arrieta Ernesto

Instituto Costarricense de Acueductos y Alcantarillados

Departamento de Aguas Residuales

Laboratorio Nacional de Aguas

Correo: ealfaro@aya.go.cr

<https://orcid.org/0000-0002-1317-446X>

Resumen

Las descargas de agua residual representan un gran problema de contaminación para el ambiente, ya que en muchos casos no se llegan a tratar de manera correcta y son depositados en los ríos y quebradas. Existen distintos tipos de tratamiento de agua residual entre los cuales resalta, debido a su eficacia, el tratamiento aerobio de lodos activados. Sin embargo, actualmente no existen muchos análisis en Costa Rica que sean específicos para estos lodos, de manera que se pueda dar un criterio de la calidad de estos, y por lo tanto del buen funcionamiento de la planta de tratamiento. Países como España han generado un Índice de Calidad de Lodos Activados utilizando el estudio de sus componentes, que ha permitido la caracterización de estos avanzando enormemente en temas de tratamiento de agua residual. Con el objetivo de realizar una caracterización para la aplicación de dicho índice de Calidad de Lodos Activados en Costa Rica, se realizaron cuatro muestreos de lodos y de los efluentes de dos distintas Plantas de Tratamiento de Agua Residual, los cuales se analizaron tanto microbiológicamente como fisicoquímicamente, y se les aplicó el índice de lodos activados mencionado anteriormente. Se obtuvieron resultados positivos del índice categorizando los lodos activados como Buenos, coincidiendo con los análisis de calidad de los efluentes y demostrando que dicho índice es aplicable en las plantas de tratamiento aerobias de Costa Rica. Es necesario que el índice de lodos activados se realice como análisis de rutina para dar una caracterización completa de calidad a todas las PTAR de lodos activados.

Descriptores: Lodos activados, agua residual, índice, tratamiento, protozoos.

Abstract

Wastewater discharges represent a major pollution problem for the environment, since in many cases it is not treated correctly and is deposited in rivers and streams. There are different types of wastewater treatment among which, due to its effectiveness, the aerobic treatment of activated sludge stands out. However, currently, there are not many analyzes in Costa Rica that are specific to these sludge so that a criterion of their quality can be given, and therefore the proper functioning of the wastewater treatment plant. Countries like Spain have generated an activated sludge Quality Index using the study of its components, which has allowed the characterization of these, making enormous progress in wastewater treatment issues. In order to carry out a characterization for the application of said Activated Sludge Quality Index in Costa Rica, four samplings of sludge and effluents from two different Wastewater Treatment Plants were carried out, which were analyzed, both microbiologically and physicochemically, and the activated sludge index mentioned above was applied to them. Positive results of the index were obtained by categorizing the activated sludge as Good, coinciding with the effluent quality analyzes and showing that said index is applicable in the aerobic treatment plants of Costa Rica. It is necessary that the activated sludge index be performed as a routine analysis to give a complete quality characterization of all activated sludge WWTPs.

Keywords: Activated sludge, wastewater, index, treatment, protozoa.

INTRODUCCIÓN

El agua residual es un efluente líquido al cual se le ha alterado su composición inicial debido al impacto ambiental que representa, su estudio ha venido de la mano con el tratamiento de la misma.

La alteración se debe al crecimiento poblacional y a la mala planificación territorial, lo que causa problemas como la contaminación de los recursos debido al mal manejo de los residuos sólidos y líquidos (Torres, 2012). El tratamiento del agua residual va desde tratamientos anaerobios como aerobios, tal es el caso de los lodos activados.

Algunos estudios acerca de lodos activados se han realizado por Vilaseca (2001) obteniendo resultados de funcionamiento en plantas de tratamiento de aguas residuales en España a través de la observación microscópica de lodos activados. Resultados similares obtuvieron Torres *et al.*, (2011) en estudios de lodos activados en Colombia, donde se demostró que este tipo de tratamiento logra buenas eficiencias de reducción de DBO, DQO y SST superiores a 80 %, lo cual indica que ante la utilización de este tipo de tratamiento, es recomendable que se realicen análisis sobre los lodos para garantizar su estado.

Actualmente en Costa Rica debido al reglamento para la Evaluación y Clasificación de la calidad de Cuerpos de Agua Superficiales (MINAE 2007a) y al Reglamento de Vertido y Reúso de Aguas Residuales (MINAE, 2007b) es de carácter obligatorio realizar análisis de calidad sobre los efluentes líquidos provenientes de las PTAR que se depositan en los ríos. Sin embargo, existen pocos estudios en Costa Rica sobre los lodos activados de las PTAR aerobias, por lo que se establece como objetivo de este estudio, caracterizar los lodos activados a través de la aplicación del índice y la metodología creada por Rodríguez *et al.* (2008) para el Estudio y Biomonitorio de los Lodos Activados, asimismo el correcto funcionamiento de dos Plantas de Tratamiento Aerobio de Aguas Residuales en San José, Costa Rica para establecer la metodología en el país y comenzar a crear una línea base de estudio en caracterización de lodos activados.

DESARROLLO

LUGAR DE ESTUDIO

Se analizaron dos plantas de Tratamiento de Aguas Residuales con tratamiento aerobio, pertenecientes a la provincia de San José, Costa Rica. Se tomaron muestras puntuales del efluente según lo establecido en el libro de Métodos Estandarizados para la Examinación de

Agua y Agua Residual (Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater) (Eaton & Greenberg, 2017), y de los lodos activados según Rodríguez *et al.* (2008) para realizar la caracterización de estos.

MUESTREO Y ANÁLISIS DE LOS EFLUENTES DE LAS DOS PTAR

Se realizaron cuatro muestreos en los efluentes de las PTAR. Se midieron los parámetros obligatorios según el Reglamento de Vertido y Reúso de Aguas Residuales Decreto Ejecutivo Núm. 33601-MINAE-S y coliformes fecales para obtener los niveles de carga orgánica presentes en el efluente.

La toma de muestras para análisis fisicoquímicos y microbiológicos, así como sus respectivos análisis, se realizaron de acuerdo con lo establecido en el libro de Métodos Estandarizados para la Examinación de Agua y Agua Residual (Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater) (Eaton & Greenberg, 2017).

La toma de muestras para los análisis fisicoquímicos se realizó con botellas de plástico de alta densidad previamente lavadas; las muestras para las determinaciones microbiológicas se colocaron en botellas de vidrio estériles. Ambas se mantuvieron en refrigeración durante el transporte y fueron analizadas en el Laboratorio Nacional de Aguas del AyA, donde se realizaron los análisis mostrados en la Tabla 1.

MUESTREO Y ANÁLISIS DE LOS LODOS ACTIVADOS DE LAS DOS PTAR

La toma de muestras de los lodos activados se realizó con la siguiente metodología establecida por Rodríguez *et al.* (2008):

1. Se tomaron muestras en los tanques de lodos activados (Figura 1) en recipientes plásticos de 2000 mL, dejando $\frac{1}{4}$ del recipiente vacío, las muestras se transportaron en refrigeración dentro de hieleras hasta el laboratorio para su respectivo análisis.
2. Una vez que las muestras llegaron al laboratorio se procedió a analizar lodo. Para la caracterización macroscópica se vertió 1000 mL de la muestra en una probeta de 1000 mL y se dejó reposar por 20 minutos (Figura 2).

En ese tiempo se observó:

- a) La turbidez observando el nivel de visibilidad a través de la probeta.
- b) La cantidad de flóculos en suspensión.
- c) La sedimentabilidad, dada por el tiempo en que es alcanzado el nivel de V30 (V30=cantidad de

Tabla 1. Análisis fisicoquímico y métodos de referencia realizados a las muestras recolectadas de aguas residuales

Análisis	Método de referencia
Demanda Química de Oxígeno (DQO)*	5220 D Reflujo Cerrado, Colorimétrico. SMEWW y 8000 USEPA
Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO)*	5210 B. DBO 5-Días. Incubación. SMEWW
Sólidos Suspendidos*	2540 D Sólidos Suspendidos Totales secados a (103-105) °C
Grasas y Aceites*	5520 B. Extracción con Hexano- Gravimétrico SMEWW
pH*	4500-HB. Electrométrico. SMEWW
Temperatura*	2550 Temperatura en Campo. SMEWW
Sólidos Sedimentables*	2540 F Sólidos Sedimentables. Volumétrico. SMEWW
SAAM*	5540 C Surfactantes Aniónicos como MBAS. Colorimétrico. SMEWW
Coliformes Fecales**	Técnica de Tubos Múltiples. Serie de 5 Tubos. SMEWW

Fuente: Elaboración del autor

*Parámetro obligatorio según Reglamento de Vertido y Reúso de Aguas Residuales para vertidos en un cuerpo receptor

**Parámetro no obligatorio según Reglamento de Vertido y Reúso de Aguas Residuales para vertidos en un cuerpo receptor

lodo sedimentado en 30 minutos medido en el campo).

d) El olor de la muestra.

3. Seguidamente se mezcló bien la muestra restante en el recipiente de 2000 mL.

4. Una vez mezclada la muestra se continuó con el análisis de las características microscópicas del lodo colocando dos gotas en un portaobjetos y cubriendo con un cubreobjetos evitando la formación de burbujas.

5. Posteriormente se observó la muestra al microscopio de luz.

6. Se observó:

- La forma del fólculo, si es regular o irregular.
- El tamaño y la estructura, si es compacta o abierta.
- La textura por punción para observar si es fuerte o débil.
- La cobertura del fólculo en la muestra.
- La cantidad de filamentosas tanto en el fólculo como en la disolución.

7. Se cuantificó la cantidad de protozoos en la muestra y se identificaron.

8. A cada una de las variables se le otorgó un puntaje para dar un resultado según el índice planteado por Rodríguez *et al.* (2008) (Tabla 2).

Tabla 2. Puntajes asignados para la caracterización de los lodos activados. Fuente: Rodríguez *et al.* (2008)

Puntaje	Calidad del lodo activado
0-19	Pésimo
20-39	Malo
40-59	Regular
60-79	Bueno
80-100	Óptimo

9. Una vez que se obtuvieron los resultados de la caracterización de los lodos activados a través del índice se compararon con los resultados obtenidos de la calidad del agua del efluente de la PTAR para observar si coinciden los resultados con los obtenidos en el índice



Figura 1. Tanque de lodos activados. Fuente: Autor

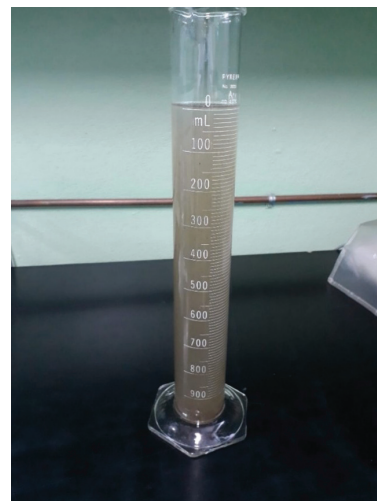


Figura 2. Muestra de los lodos activados en la probeta para análisis macroscópico. Fuente: Autor

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

ANÁLISIS DE LOS EFLUENTES DE LAS PTAR

Los resultados obtenidos para cada parámetro se presentan en la Tabla 3. Se obtuvieron resultados que cumplen con lo establecido en el reglamento, por lo que se observa que las PTAR realizan el tratamiento del agua de manera exitosa.

Los resultados de los análisis de los efluentes muestran que las PTAR analizadas tienen un buen funcionamiento, ya que según los valores máximos permisibles para los parámetros obligatorios exigidos por la legislación costarricense vigente, no se incumple en ninguno de los parámetros analizados, sin embargo, los coliformes fecales, los cuales no son un parámetro obligatorio, se salen por mucho del rango permitido, ya que muestran valores que van desde los 3,300,000 NMP/100 mL hasta los 13,000,000 NMP/100 mL para la PTAR 1 y para la PTAR 2 desde los 230,000 hasta los 2,300,000 NMP/100 mL, dichos indicadores muestran la alta contaminación fecal presente que pueden relacionarse incluso con patógenos presentes en el agua (Sivaraja & Nagarajan, 2014). Los valores de pH se encuentran entre 6.8 y 7.4 siendo adecuado para el desarrollo de microorganismos (Morales, 2014).

ANÁLISIS DE LODOS ACTIVADOS

Al lodo activado recolectado en los cuatro muestreos realizados se le observaron las características macroscópicas y microscópicas para obtener el puntaje según el índice. Los resultados se muestran en la Tabla 4.

En la PTAR 1 se obtuvo un valor de Malo para uno de los muestreos, sin embargo, en los otros se tuvieron resultados de Regular a Bueno en dos ocasiones. En la

PTAR 2 se obtuvieron resultados Óptimos en dos ocasiones. Los lodos activados de las PTAR estudiadas son lodos activados que se encuentran en buen estado según lo establecido por Rodríguez *et al.* (2008).

La Tabla 4 muestra los resultados obtenidos del índice de lodos activados, la PTAR 1 presenta lodos activados que varían su estado, ya que en uno de los muestreos se obtuvo un índice de calidad malo, esto debido a que el lodo tenía muy poco nivel de sedimentación, mal olor, mucho flóculo en suspensión y no se observaron especies de protozoos. Lo anterior indica que este lodo activado no tenía buena aireación en el momento del muestreo, lo cual concuerda con los niveles obtenidos de demanda bioquímica de oxígeno (DBO) (Tabla 3) que aumentan conforme se concentra la materia orgánica, lo cual sucede si no hay una buena aireación (Donia & Bahgat, 2016). De igual manera coincide con los resultados obtenidos por Pellizzaro *et al.* (2005) donde resalta la importancia de los lodos activados, ya que estos regulan el equilibrio bacteriano de una comunidad, eliminan *E. coli*, reducen la DBO, la floculación y remueven sólidos suspendidos.

La PTAR 2 mantiene una calidad mejor en su lodo a lo largo de los muestreos (Tabla 4) y se puede observar que el índice establece el lodo activado de esta planta como óptimo, lo cual se ve reflejado en los resultados obtenidos de la calidad del efluente en donde incluso llega a tener valores de coliformes fecales bajos también. Estos resultados coinciden con Alpírez *et al.* (2017) quienes demostraron que los lodos activados tienen capacidad de remoción de sólidos y DBO de hasta un 70 %, lo que demuestra la importancia de la vigilancia de la calidad de los lodos activados.

Según Morales (2014), el conocimiento de la actividad biológica es esencial para evaluar la degradación

Tabla 3. Resultados obtenidos de las muestras de agua residual

PTAR	Muestreo	DBO mg/L	DBO mg/L	Sólidos suspendidos mg/L	Grasas y aceites mg/L	pH	Temperatura °C	Sólidos sedimentables mL/L	SAAM Mg/L	Coliformes fecales NMP/100 mL
1	1	28	85	10	4.1	7.3	31.3	0.0	0.66	13,000,000
	2	36	61	48	6.3	7.1	31.0	0.3	0.33	3,300,000
	3	16	68	10	4.4	7.1	32.8	0.2	0.29	7,900,000
	4	35	118	40	4.4	7.2	27.5	0.3	0.46	4,600,000
2	1	53	86	30	5.2	7.1	29.5	0.0	0.21	230,000
	2	13	102	34	4.4	6.8	33.5	0.2	0.68	230,000
	3	44	97	38	4.4	7.1	31.0	0.3	0.53	2,300,000
	4	12	38	8	3.5	7.4	33.0	0.3	0.3	2,300,000

Valores máximos permisibles según el Reglamento Costarricense de Vertido y Reúso de Aguas Residuales: DBO: 50mg/L, DQO: 150mg/L, Sólidos Suspendidos: 50mg/L, Grasas y Aceites: 30 mg/L, pH: 5-9, Temperatura: 15 °C-40 °C, Sólidos Sedimentables: 1 mL/L, SAAM: 5 mg/L y Coliformes fecales: < 1000 NMP/100 mL
Fuente: Elaboración del autor

de la materia orgánica, esta puede verse disminuida por condiciones que no sean favorables en el sistema (Fall *et al.*, 2006). La medida de la bioactividad del lodo puede evidenciar la presencia de alzas repentinas en la carga orgánica o el ingreso de elementos tóxicos (Chalasaniand & Sun, 2007).

Tabla 4. Resultados del Índice de lodos activados

PTAR	Muestreo	Puntaje	Índice
PTAR 1	1	61	Bueno
	2	33	Malo
	3	40	Regular
	4	67	Bueno
PTAR 2	1	67	Bueno
	2	94	Óptimo
	3	56.5	Regular
	4	90	Óptimo

Fuente: Elaboración del autor

Se cuantificó la cantidad de protozoos encontrados en las muestras de lodos activados. Los resultados se muestran en la Figura 3. La mayor cantidad de protozoos se encontraron en la PTAR 2, que muestra una mejor calidad de lodo activado según el valor obtenido del índice (Tabla 4). En el muestreo 2 de la PTAR 1 no se encontraron especies de protozoos. Lo que coincide con los resultados del índice en el cual dio resultado Malo.

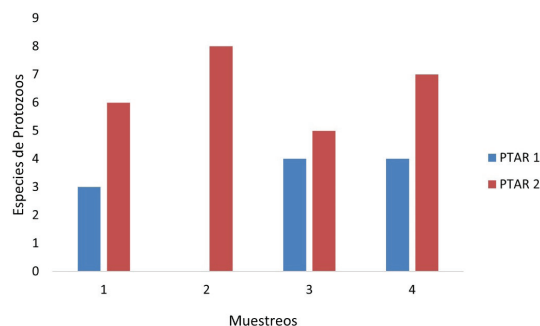


Figura 3. Cantidad de especies de protozoos encontrados en las muestras de lodos activados. Fuente: Elaboración del autor

La Figura 3 muestra la cantidad de especies de protozoos encontrados. Los valores bajos de protozoos en las plantas pueden indicar según Colorado *et al.* (2012) la existencia de sustancias tóxicas como metales pesados y cianuros, ya que son los más afectados por este tipo de compuestos, sin embargo, esos valores bajos también se pueden deber a errores de operación durante la aireación de los tanques.

Dentro de las especies que se lograron identificar en la PTAR 1 está *Paramecium* sp., que su presencia puede

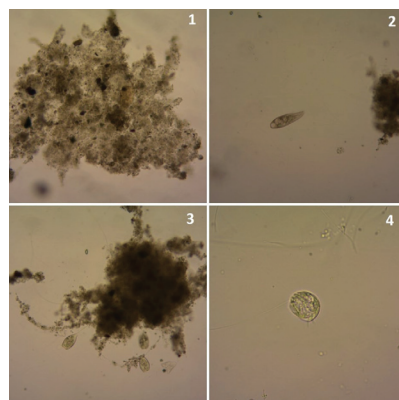


Figura 4. Muestra del análisis microscópico de lodos activados: 1. Flóculos en Suspensión, 2. Ciliado Litostomado, 3. Complejo de Vorticella sp, 4. Reptante Bacterívoro. Fuente de Fotografía: Autor. Fuente de Identificación: Rodríguez *et al.* (2008)

indicar baja oxigenación, sin embargo, estos organismos también aparecen cuando el lodo se empieza a estabilizar (Santos *et al.* 2009). Villaseca (2001) asocia la presencia de especies como *Paramecium* sp como indicadores de buenos procesos de depuración, lo cual concuerda con los resultados obtenidos.

En la PTAR 2 se identificaron protozoarios ciliados como *Vorticella* sp. y *Opercularia* sp., que son considerados indicadores de tiempos de retención media de la planta, pues al formarse colonias de estos microorganismos, se determina que el tiempo de retención media es alto mejorando la calidad del tratamiento (Villaseca, 2001). Otras especies encontradas como los reptantes bacterívoros (Figura 4), son indicadores de efluentes de buena calidad y aguas residuales poco cargadas (Rodríguez *et al.* 2008), concordando también con Pellizaro *et al.* (2005) donde exponen resultados altos de rendimiento en sistemas con predominancia de ciliados pedunculados, y relacionando directamente el rendimiento y las buenas condiciones de depuración con las especies dominantes en los lodos activados.

El Índice de Lodos Activados se ajusta muy bien a los resultados obtenidos del análisis del efluente, y muestra concordancia con lo obtenido en los análisis de agua, es decir, el lodo activado de esas PTAR estudiadas se encuentra en un estado, si bien no óptimo, aceptable para el funcionamiento de la planta, como se pudo observar en los resultados obtenidos de los efluentes que son de calidad aceptable, ya que ninguno de los dos efluentes incumple con la legislación vigente de vertido.

CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación era realizar una caracterización de los lodos activados a través de la utilización de un índice, al realizar dicha metodología se

observó que el índice funciona y es aplicable para las plantas de tratamiento de aguas residuales con tratamiento de lodos activados de Costa Rica. Los resultados fueron positivos respecto a los análisis del efluente mostrando la validez del índice, ya que no difieren uno de otro en cuanto a un criterio de calidad.

Las características macroscópicas y microscópicas de los lodos son capaces de dar un criterio de calidad de estos, así también es importante que estos activados mantengan una diversa cantidad de especies de protozoos, ya que estos son los principales organismos encargados del buen funcionamiento de los lodos activados.

El índice de lodos activados se debe realizar como un análisis de rutina, para dar un criterio de calidad más ajustado a la realidad y posibles opciones de mejoras ante la operación de estos.

REFERENCIAS

- Alpírez, J., Avilés, K., Castillo, H., Pinzón, I., Poveda, R., & Vallesster, E. (2017). Evaluation of a biological system of laboratory scale activated sludge. *Revista de Iniciación Científica*, 3(1), 8.
- Chalasani, G., & Sun, W. (2007). Measurement of temperature effects on oxygen uptake rate in activated sludge treatment. Report Michigan State University College of Engineering, 28.
- Colorado, S., Leal, A., Castillo, E., & Gonzáles, M. (2012). Análisis microbiológico en el arranque de una planta de lodos. XXII Congreso Nacional de Hidráulica, Acapulco, Guerrero.
- Donia, N., & Bahgat, M. (2016). Water quality management for Lake Mariout. *Ain Shams Engineering Journal*, 7(2), 527-541. <https://doi.org/10.1016/j.asej.2015.05.011>
- Eaton, A., Clesceri, L., & Greenberg, A. (2017). *Standard methods for the examination of water and wastewater*. 23ed. Washington DC: American Public Health Association.
- Fall, Ch., Cuenca, F., Bâ, K., & Solís, C. (2006). Respirometry-based evaluation of the fate and possible effects of antifreeze on activated sludge. *Journal of Environmental Management*, 80(1), 83-89. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2005.08.015>
- MINAE. (2007). Reglamento para la evaluación y clasificación de la calidad de cuerpos de agua superficiales. Establecido por el decreto ejecutivo Núm. 33903-MINAE-S.
- MINAE. (2007). Reglamento de vertido y reuso de aguas residuales. Establecido por el decreto ejecutivo Núm. 33903-MINAE-S.
- Morales, G. (2014). Evaluación de la estabilidad de un sistema de lodos activados mediante indicadores fisicoquímicos y biológicos. (Tesis). Centro de Ciencias Ambientales. Chile.
- Pellizzaro, A., Sezerino, P. H., Philippi, L. S., Reginatto, V., & Lapoli, F. R. (2005). Caracterização da microfauna em estação de tratamento de esgotos do tipo lodos ativados: um instrumento de avaliação e controle do processo. *Eng. Sanit. Ambient.* 10(4), 329-338. <https://doi.org/10.1590/S1413-41522005000400009>
- Rodriguez, E., Isac, L., Salas, D., Fernández, N., Zornoza, A., Pérez, B., Serrano, S., Arregui, L., Calvo, P., Guinea, A., & Estévez, F. (2008). *Manual práctico para el estudio de grupos bioindicadores en fangos activos*. Grupo Bioindicación Sevilla.
- Santos, G., Venícus, C., & Santos, J. G. (2009). Microbiologia de sistema de lodos ativados e sua relação com o tratamento de efluentes industriais: a experiência da Cetre. *Eng Sanit Ambient.* 14(2), 183-192. <https://doi.org/10.1590/S1413-4152200900020006>
- Sivaraja, R., & Nagarajan, K. (2014). Levels of indicator microorganisms (total and fecal coliforms) in surface waters of rivers Cauvery and Bhavani for circuitously pre-dicting the pollution load and pathogenic risks. *International Journal of PharmTech Research*, 6(2), 455-461.
- Torres, P., Vásquez, N., Pérez, A., Madera, C. A., & Rodríguez, J. A. (2011). Alternativas de tratamiento biológico aerobio para el agua residual doméstica del municipio de Cali, Colombia. *Afinidad*, 68(555), 381-388.
- Torres, P. (2012). Perspectivas del tratamiento anaerobio de aguas residuales domésticas en países en desarrollo. *Revista EIA*, (18), 115-129.
- Vilaseca, M. M. (2001). Observación microscópica de fangos activados en los tratamientos de depuración biológica. *Boletín Intextex del Instituto de Investigación Textil y de Cooperación Industrial*, 119(9), 67-74. <http://hdl.handle.net/2099/1726>

Cómo citar:

Alfaro-Arrieta E. (2023). Caracterización de lodos activados procedentes, dos Plantas de Tratamiento de Aguas Residuales (PTAR) ubicadas en Costa Rica. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-6. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.019>



Simulación numérica del control de temperatura para un modelo de parámetros concentrados obtenido de la ley de enfriamiento de Newton

Numerical simulation of temperature control for a concentrated parameters model obtained from Newton's law of cooling

Ojeda-Misses Manuel Alejandro

Tecnológico Nacional de México

Tecnológico de Estudios Superiores de San Felipe del Progreso

División de Ingeniería Informática, Estado de México

Correo: manuel.om@s Felipeprogreso.tecnm.mx

<https://orcid.org/0000-0003-3963-5399>

González-López Juan Carlos

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados

del Instituto Politécnico Nacional

Departamento de Física, Ciudad de México

Correo: juan.g.l@fis.cinvestav.mx

<https://orcid.org/0009-0002-7355-8702>

Resumen

En este artículo se presenta la simulación numérica para llevar a cabo el control de temperatura para un modelo de segundo orden de parámetros concentrados obtenido de la ley de enfriamiento de Newton. El modelo considera un sistema térmico en términos del gradiente térmico con parámetros concentrados, cuyas sustancias se caracterizan por una resistencia al flujo de calor y tienen una capacitancia térmica, que comúnmente tienen pérdida de calor. Por lo tanto, se busca obtener un modelo basado en una función de transferencia que permita implementar un controlador capaz de optimizar la función de costo y aproveche el rendimiento con la menor pérdida de energía. Para ello, se emplea un controlador Proporcional Derivativo (PD) bajo la sintonización de un Regulador Cuadrático Lineal (LQR) que permite minimizar el criterio de desempeño. Finalmente, se presentan los resultados y las conclusiones correspondientes que permiten validar el desempeño del modelo propuesto y el controlador implementado.

Descriptores: Regulador cuadrático lineal, control de temperatura, ley de enfriamiento de Newton, ingeniería de control, realimentación.

Abstract

This article presents the numerical simulation of the temperature control for a second order model of concentrated parameters obtained from Newton's law of cooling. The model considers a thermal system of concentrated parameters, whose substances are characterized by a resistance to heat flow and have a thermal capacitance, which usually have heat loss. Therefore, it is found a model based on a transfer function that allows implementing a controller capable of optimizing the cost function and taking advantage of the performance with the least loss of energy. For this, a proportional derivative (PD) controller is used under the tuning of a linear quadratic regulator (LQR) that allows minimizing the performance criteria. Finally, the results and conclusions are presented, which allow validating the performance of the proposed model and the implemented controller.

Keywords: Temperature control, Newton's law of cooling, control engineering, optimal control, feedback.

INTRODUCCIÓN

Los sistemas térmicos generalmente involucran la transferencia de calor mediante la propagación de calor en diversos medios y se produce cuando existe el mismo material o cuando dos sistemas con diferentes temperaturas se ponen en contacto. Generalmente, estos sistemas se analizan en términos de resistencia y de capacitancia térmica considerando que no se presenten como elementos de parámetros concentrados. Por lo general, están distribuidos en todas las sustancias, por lo que, una hipótesis es simplificar el análisis considerando que un sistema térmico se representa mediante un modelo de parámetros concentrados, los cuales se caracterizan por una resistencia al flujo de calor y tienen una capacitancia térmica insignificante o aquellas sustancias que se caracterizan por una capacitancia térmica que tienen una resistencia insignificante al flujo de calor, respectivamente.

El calor fluye de una sustancia a otra mediante la conducción, la convección y la radiación, considerando estos los principales medios de propagación de calor empleados para el control de sistemas termodinámicos. En lo que atañe al control de temperatura existen diversos estudios basados en sistemas térmicos que consideran el modelado de sistemas de calefacción mediante un mezclador, usando la resistencia y la capacitancia térmica, estos permiten el control de temperatura del líquido de entrada considerando la masa, la velocidad de flujo del líquido y la entrada de flujo de calor (Ogata, 2010).

Entre los trabajos actuales más relevantes respecto al control de temperatura se tienen: Salcedo *et al.* (2018), donde los autores realizan el control predictivo generalizado de temperatura de clinkerización en un horno rotativo de cemento para construcciones, no obstante, esto está limitado a un área específica. En Benítez *et al.* (2016), se presenta el control de temperatura bajo ganancias difusas de hornos para el recalentamiento de losas para la industria, éste se aplica en procesos industriales como fundición de metales. En Benítez *et al.* (2015) se presenta el control bajo un predictor de Smith, donde se controla la temperatura durante la formulación de medicamentos inyectables en reactores químicos. Santos *et al.* (2018), presentan el control de temperatura de unos paneles solares. En Villar *et al.* (2008) se muestra el control de temperatura para reducir el consumo de energía basado en un controlador difuso que fomenta la sustentabilidad. Finalmente, en Torres *et al.* (2017) se presenta el modelado matemático y el control de temperatura para una planta térmica mediante un PID.

En lo que respecta a la ley de enfriamiento de Newton, que estudia la diferencia de temperaturas en-

tre un cuerpo y su medio ambiente, no es demasiado grande, ya que el calor transferido en la unidad de tiempo hacia el cuerpo o desde el cuerpo por conducción, convección y radiación es aproximadamente proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio externo. En la literatura existen diversos trabajos aplicando la ley de enfriamiento de Newton y tienen como objetivo aproximar fenómenos termodinámicos de la vida cotidiana y de procesos, sin embargo, pocos estudian a detalle el modelo de la ley de enfriamiento de Newton para obtener un modelo derivado directamente de él para que sea aplicado en la teoría del control; entre los más relevantes se encuentran: Mondol *et al.* (2018) donde se presenta el modelado y se comparan las soluciones de la ecuación diferencial mediante el cálculo convencional y el cálculo fraccionario, considerando que el modelo propuesto con la derivada fraccionaria es más exacta que con la derivada continua. Yan & Guo (2012), presentan la eficiencia y las limitantes en el uso de motores térmicos a máxima potencia usando la ley de enfriamiento de Newton considerando como variable la temperatura del motor. En los siguientes ejemplos se usa la ley de enfriamiento de Newton para resolver problemas reales, entre los que se encuentran Boyles *et al.* (2019) quienes realizan un análisis macro fisiológico para predecir los rangos actuales y futuros para mejorar la comprensión de la macro ecología endotérmica siguiendo el equilibrio térmico mediante la ley de enfriamiento de Newton. En Wang *et al.* (2019), se considera un método de estudio e investigaciones experimentales del error de un termopar con perfil controlado de campo de temperatura, donde los valores de errores obtenidos son comparados con las estimaciones teóricas realizadas utilizando la ley de enfriamiento de Newton. En Dilip & Pankaj (2007), se estudia el enfriamiento interno del pescado, en época de almacenamiento de hielo, basado en la ley de enfriamiento de Newton. Finalmente, en Rezende & Bacigalupe (2015) se estudia la termorregulación y la adaptación a la temperatura en las libélulas, donde se analiza si son capaces de mantener su temperatura corporal constante ante la temperatura del medio ambiente y se relaciona dicho efecto con la ley de enfriamiento de Newton.

Como se ha presentado, existen diversos trabajos de investigación donde se modela y se lleva a cabo el control de temperatura de diversos sistemas, sin embargo, en ninguno de ellos se presenta el modelado para obtener como resultado un modelo que permita aplicar directamente una estrategia de control. En lo que atañe a la ley de enfriamiento de Newton, los diversos trabajos han modelado y presentado trabajos que se basan en dicho estudio, sin embargo, en ninguno de los trabajos

citados se ha presentado algún modelo derivado para el control de temperatura como un sistema térmico basado en la ley de enfriamiento de Newton.

La contribución de este artículo es la obtención de un modelo bajo la ley de enfriamiento de Newton. El modelo se da en términos del gradiente térmico del sistema y representa una función de transferencia, considerando la temperatura del sistema como salida y la temperatura exterior como entrada, donde se inserta la estrategia de control.

El modelo propuesto está en términos del gradiente térmico considerado como la propiedad o característica principal del sistema (Mondol *et al.*, 2018), es decir, pueden caracterizarse diversos modelos conociendo dicho parámetro. El modelo permite proponer y diseñar diferentes controladores para regular la temperatura, sin embargo, debido a que el sistema presentado es un sistema abierto existe la pérdida de calor, por ende, se busca implementar un controlador que permitan obtener los objetivos de rendimiento deseados, como la minimización de la función de costo, emplear la menor energía de control y sintonizarlo de manera eficiente. Por lo tanto, se opta por un controlador óptimo capaz de satisfacer dichos requerimientos, cuyo problema clave consista en aplicar el controlador LQR, seleccionando a las matrices ponderadas Q y R correctas del índice de rendimiento, satisfaciendo la ecuación de Riccati. Además, se utiliza Matlab-Simulink, que implementa el diagrama de control y lleva a cabo la simulación del modelo propuesto. Los resultados de la simulación confirman que el controlador LQR puede reducir el error de estado estable, mejorar la respuesta y reducir los objetivos de rendimiento con poca energía.

Este trabajo se estructura como sigue, primero, en la Sección 2 se presenta el modelado de la ley de enfriamiento de Newton. En la Sección 3 se presenta el modelo propuesto y la aplicación de control a la ley de enfriamiento de Newton. En la sección 4 se presenta la discusión de los resultados de simulación para ilustrar los resultados del controlador LQR mediante dos líquidos diferentes. Finalmente, en la sección 5 se exponen las conclusiones.

MODELADO DE LA LEY DE ENFRIAMIENTO DE NEWTON

La ley de enfriamiento de Newton considera que la velocidad a la que la temperatura de un cuerpo disminuye con el tiempo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y sus alrededores. Matemáticamente, esto se representa como:

$$\frac{dT(t)}{dt} = \alpha(T(t) - T_a) \quad (1)$$

Donde:

$T(t)$ = temperatura del cuerpo en un determinado tiempo t

T_a = temperatura del medio ambiente

α = gradiente térmico dentro del cuerpo de enfriamiento que se considera negativo, éste hace referencia a la dirección del flujo de calor, y en este caso, del cuerpo hacia su medio definido como:

$$\alpha = \frac{hA}{C} \quad (2)$$

h es el coeficiente de transferencia de calor, A es el área de contacto y C la capacidad térmica, esto es:

$$\frac{hA}{C} = \frac{dT(t)/dt}{\Delta T} \quad (3)$$

Donde $\Delta T = (T(t) - T_a)$. Además, $q = CT$ se obtiene a partir de la cantidad de calor; derivando con respecto al tiempo t , se obtiene:

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

Sustituyendo (3) en (4), se tiene:

$$\frac{dq}{dt} = hA\Delta T \quad (5)$$

De (5) puede obtenerse:

$$\frac{dT}{dt} = \alpha\Delta T \quad (6)$$

Donde la constante de enfriamiento es determinada integrando la ecuación (1) de 0 a t , tomando la condición inicial $T(0) = T_0$. Así,

$$\alpha = \frac{1}{t} \ln \left| \frac{T(t) - T_a}{T_0 - T_a} \right| \quad (7)$$

La ecuación diferencial es llamada la ley de enfriamiento de Newton, que puede ser resuelta usando el cálculo convencional.

Resolviendo la ecuación (1) mediante la transformada de Laplace (Mondol *et al.*, 2018):

$$L\left\{\frac{dT(t)}{dt}\right\} = L\{\alpha(T(t) - T_a)\} \quad (8)$$

El desarrollo de (8) implica:

$$sT(s) - T(0) = \alpha T(s) - \frac{\alpha T_a}{s} \quad (9)$$

Reordenando los términos y considerando la condición inicial se obtiene:

$$T(s) = \frac{T_0 - T_a}{s - \alpha} + \frac{T_a}{s} \quad (10)$$

Usando ahora la transformada inversa de Laplace, se obtiene la solución:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a) e^{\alpha t} \quad (11)$$

Una vez presentado el modelado de la ley de enfriamiento de Newton, a continuación, se presenta un modelo propuesto basado en una función de transferencia con base en (9), considerando las condiciones iniciales igual a cero.

MODELO PROPUESTO Y ESTRATEGIA DE CONTROL

En la teoría del control, las funciones de transferencia se usan comúnmente para describir las relaciones de entrada-salida de los componentes o sistemas que se pueden describir mediante ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo. La función de transferencia según (Ogata, 2010) se define como la relación de la transformada de Laplace de la salida y de la entrada, bajo el supuesto de que todas las condiciones iniciales son cero.

De esta manera, el modelo propuesto se basa en obtener una función de transferencia que represente a la ley de enfriamiento de Newton, considerando nulas las condiciones iniciales de (9). En este caso, la función de transferencia se define entre la temperatura del sistema en cualquier momento $T(t)$, $T_a(t)$ la temperatura del medio ambiente, α el gradiente térmico dentro del cuerpo de enfriamiento y se muestra:

$$sT(s) = \alpha T(s) + \frac{\alpha T_a}{s} \quad (12)$$

Considerando que para el controlador la temperatura del medio ambiente T_a no será fija, es decir, se desea que el sistema sea capaz de llevar la temperatura de salida $T(t)$ a una temperatura de referencia $T_r(t)$ o regulable. Se realiza el siguiente cambio de variable T_a por $u(t)$, es decir, se define como una función variable en el tiempo. En el dominio de Laplace es dada como $U(s)$, así la ecuación (12) se define como:

$$U(s) = \frac{s^2 T(s)}{\alpha} - sT(s) \quad (13)$$

Reordenando los términos es posible obtener la siguiente función de transferencia:

$$\frac{T(s)}{U(s)} = \frac{\alpha}{s^2 - \alpha s} = \frac{\alpha}{s(s - \alpha)} \quad (14)$$

Donde $U(s)$ se define como la señal de control, $T(s)$ es la temperatura de salida del sistema, y considerando que el gradiente térmico α se encuentra en el cuerpo de enfriamiento:

$$\beta = -\alpha \quad (15)$$

Ahora, sustituyendo (15) en la ecuación (14) se define la función de transferencia mostrada en la Figura 1.

La función de transferencia para la ley de enfriamiento de Newton con condiciones iniciales en cero representa un modelo derivado de la ley de enfriamiento de Newton que muestra la relación entrada-salida entre la temperatura del cuerpo y la temperatura del medio ambiente, considerando como único parámetro el gradiente térmico que caracteriza al sistema según las características y las propiedades.

Partiendo de la función de transferencia representada en la Figura 1. En este artículo se plantea el control de temperatura de un cuerpo, el cual disminuye con el tiempo y es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y sus alrededores del ambiente dado por $T_a(t)$. Por lo tanto, el modelo parte de la función de transferencia dada por la Figura 1. De esta manera, el sistema depende del parámetro del gradiente térmico del líquido.

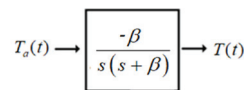


Figura 1. Función de transferencia para la ley de enfriamiento de Newton con condiciones iniciales en cero

Las suposiciones anteriores permiten realizar un cambio de variable. En otras palabras, la temperatura del medio ambiente $T_a(t)$ será controlada mediante un sistema de calefacción que permita llevar la temperatura de salida $T(t)$ a una temperatura de referencia $T_r(t)$. De esta manera, es posible realizar un cambio de variable $T_a(t)$ por $u(t)$, quedando así la siguiente función de transferencia:

$$\frac{T(s)}{u(s)} = \frac{-\beta}{s(s + \beta)} \quad (16)$$

Donde $u(s)$ presenta la señal de control y $T(s)$ es la temperatura de salida del sistema en el dominio de Laplace. Obteniendo la representación de (16) en dominio del tiempo:

$$\ddot{T}(t) + \beta \dot{T}(t) = -\beta u(t) \quad (17)$$

Donde se define el error como $e(t) = T_r(t) - T(t)$, dado como la diferencia entre la señal de referencia y señal de salida. Como $T_r(t)$ es constante, entonces $\dot{e}(t) = -\dot{T}(t)$ y $\ddot{e}(t) = -\ddot{T}(t)$. Así, la ecuación (17) en términos del error, la primera derivada y la segunda derivada del error, se muestra como:

$$\ddot{e}(t) + \beta \dot{e}(t) = \beta u(t) \quad (18)$$

Es decir, representado la ecuación diferencial (18) en un modelo en variables de estados, donde los estados se definen como $x_1(t) = e(t)$ y $x_2(t) = \dot{e}(t)$ se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix} u(t) \quad (19)$$

Con base en el modelo propuesto (19), derivado de la ley de enfriamiento de Newton con condiciones iniciales cero, es posible proponer un controlador para que siga una temperatura de referencia.

El sistema modelado es relativo a la Figura 2, donde se presenta un esquema general del prototipo que será implementado a futuro. Aquí el objetivo es controlar la temperatura del cuerpo mediante la temperatura del medio ambiente, es primordial considerar un sensor de temperatura que permita monitorear la temperatura de salida y en consecuencia, permita controlar y ejercer una señal de control mediante el termopar. Es importante resaltar que se desea mantener constante la temperatura de salida, de manera que se puede implementar un controlador automático que ajuste el sistema de calefacción, reduciendo el error de estado estable y mejorando la respuesta, además que permita reducir los objetivos de rendimiento con la menor energía de control. Por tanto, se opta por un controlador LQR para realizar el control de la temperatura de salida con base en el modelo propuesto, reduciendo un índice de desempeño. Esto permitirá que haya la menor pérdida de energía en el sistema para el control de temperatura.

El controlador LQR es una técnica de control empleada para dispositivos activos utilizada para muchos ejemplos, incluido un motor de CC, es decir, ha sido probado en modelos de segundo orden (Qiang, 2014). En el método LQR basado en un control óptimo busca ajustar las matrices de ponderación para minimizar el índice de desempeño J . Considerando el sistema lineal

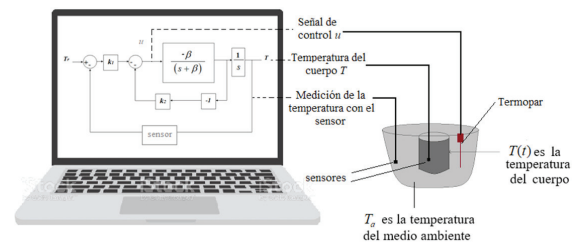


Figura 2. Diagrama esquemático para el esquema de control LQR para la ley de enfriamiento de Newton

caracterizado por (19), donde $\dot{X}$ es el vector de estado y $u(T)$ es la acción de control. El índice de desempeño se define por (20) y (21):

$$J(X, u, Q, R) = \int_0^t (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (20)$$

$$Q = Q^T > 0, R = R^T > 0 \quad (21)$$

Donde R es una matriz hermítica definida positiva o simétrica real, que es la matriz de ponderación de las variables de entrada u en la función de índice de rendimiento J . Q es la matriz simétrica real o hermítica definida positiva, que es la matriz de ponderación de las variables de estado X en J (Kemper *et al.*, 2013). Las matrices Q y R se denominan matrices de sintonización de control y estado; y determinan la importancia del error y del costo de esta energía, respectivamente.

El índice de control es un requisito entre la calidad del control y los costes de control (Teppa *et al.*, 2015; Fonseca *et al.*, 2015). La calidad de control determina la primera parte de la expresión integrada. Se realiza ponderando la matriz Q y da forma a las variables de salida del estado. La segunda parte de la expresión integrada minimiza el consumo de energía de entrada y se realiza mediante la matriz R que forma las variables de entrada u . La matriz P se determinó a partir de la solución de (20):

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (22)$$

La ecuación (22) a menudo se denomina ecuación de Riccati. Se puede programar y resolver fácilmente mediante métodos numéricos. El vector de retroalimentación óptimo K se muestra como la ecuación (23). La acción de control óptima para el control LQR es $u(t)$ se obtiene como ecuación (24) para un controlador Proporcional Derivativo:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (23)$$

$$u(t) = -KX(t) \quad (24)$$

El esquema de control LQR se representa en la Figura 3.

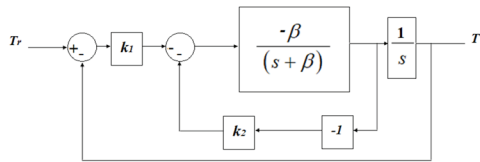


Figura 3. Diagrama de control LQR para la ley de enfriamiento de Newton con condiciones iniciales cero

Donde T_r es la temperatura de referencia, T es la temperatura de salida, k_1 y k_2 , se definen como las ganancias del controlador óptimo mostradas por el vector $K = [k_1 \ k_2]$.

Este control óptimo se denomina regulador cuadrático lineal (LQR). El diseño de LQR significa diseñar el factor de ganancia de retroalimentación de estado K . Diseñar el controlador óptimo requiere que la función de índice de rendimiento cuadrático J debe establecerse. Obviamente, la tasa de retroalimentación de estado óptima se decide mediante las matrices de ponderación Q y R . Por lo tanto, la selección de matrices de ponderación Q y J juegan un papel importante en el correspondiente proceso de diseño óptimo del controlador. La elección de las matrices de ponderación no es fácil, y el método de prueba y error suele utilizarse para llegar a estas matrices y lograr una ganancia óptima. Para el problema de control de LQR, las matrices de peso Q y R en el índice de rendimiento tienen una gran influencia en los efectos de control.

DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para el análisis numérico y la validación de la estrategia de control propuesta, se consideran los gradientes térmicos de algunos líquidos, presentados en Mondol *et al.* (2018), como son: el agua para un volumen de 300 ml ($\beta = 0.109$) y mercurio ($\beta = 0.32$). Estos parámetros del gradiente térmico son los correspondientes experimentos de temperatura medidos en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$), estos son seleccionados debido a que ya se tienen estudios precedentes de ellos.

Las simulaciones y los resultados numéricos de este artículo se presentan en Matlab-Simulink. Se muestran simulaciones para tres líquidos con el desarrollo de controladores que validan la efectividad del controlador LQR propuesto. Las temperaturas de las simulaciones y los resultados numéricos se dan en $^{\circ}\text{C}$. El periodo de muestreo de la simulación es de 0.010 s durante un tiempo de 500 s y se considera el método de solución de Runge-Kutta.

SIMULACIÓN Y RESULTADOS DEL CONTROLADOR LQR PARA AGUA CON VOLUMEN DE 80 ML

Se presenta la primera simulación para el control de temperatura del modelo propuesto para agua con un volumen de 80 ml con un valor de $\beta = 0.109$. En esta simulación se utiliza el comando de Matlab "lqr" para un sistema de tiempo continuo, la ley de retroalimentación de estado $u = -KX$ minimiza la función de costo cuadrático.

Esta simulación para los resultados numéricos y para el controlador presentado, emplea las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.109 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.109 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R = 0.001 \quad (27)$$

El resultado para las matrices (25) y (26) para el controlador LQR y el uso de Matlab es:

$$K = [1 \quad 9.9247] \quad (28)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.0109 & 0.0092 \\ 0.0092 & 0.0911 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$E = \begin{bmatrix} -0.0999 \\ -1.0909 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Donde K es el vector de ganancias óptimas, P es la matriz solución de la ecuación (22) y, E representa los polos en lazo cerrado del sistema para la matriz $A - BK$, lo que implica que el sistema es estable. En la Figura 4 se muestra la respuesta del sistema, donde se presenta la señal de temperatura de referencia y la señal de salida de temperatura, respectivamente. Puede observarse que el controlador es capaz de controlar la temperatura debido a un bajo índice de desempeño.

Es importante tener en cuenta que se requieren valores altos de los parámetros de ganancia para obtener un buen rendimiento, donde se puede minimizar la señal de error y reducir los objetivos de rendimiento con la menor energía de control. En la Figura 5 se muestra el error de temperatura. Mientras que, la señal de control correspondiente para la simulación se puede ver en

la Figura 6. De manera similar se lleva a cabo la simulación numérica para el agua con un volumen de 80 mL considerando tres diferentes temperaturas como se muestra en la Figura 7.

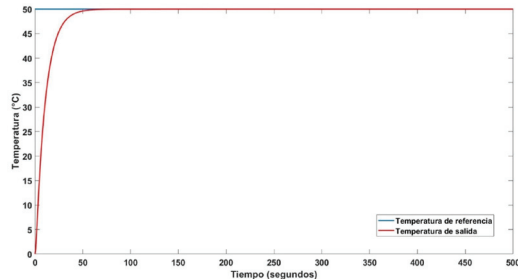


Figura 4. Señal de temperatura de salida y señal de temperatura de referencia usando el control LQR para el agua con un volumen de 80 mL

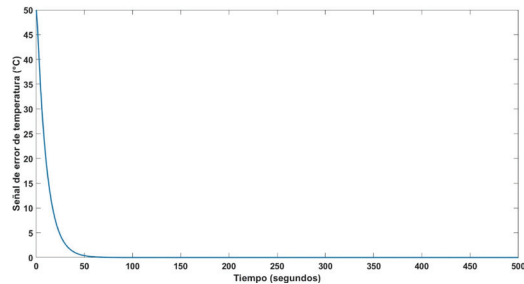


Figura 5. Señal de error generada usando el control LQR para el agua con un volumen de 80 mL

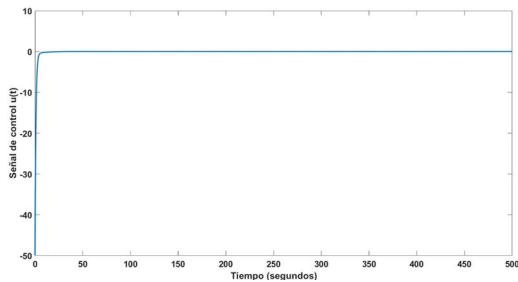


Figura 6. Señal de control generada usando el control LQR para el agua con un volumen de 80 mL

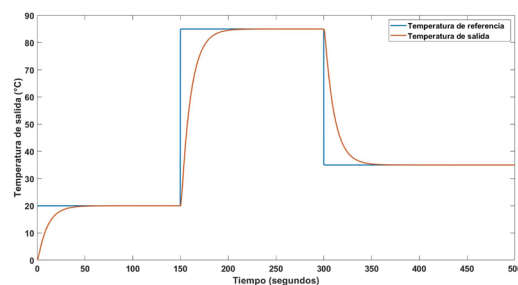


Figura 7. Señal con diferentes temperaturas de referencia y de salida usando el control LQR para el agua con un volumen de 80 mL

Finalmente, el modelo propuesto es evaluado bajo el seguimiento de trayectoria para la temperatura. En la Figura 8 se muestra la temperatura de salida para una señal senoidal recortada, por lo que el modelo propuesto puede emplearse para la regulación o el seguimiento de trayectoria para temperatura.

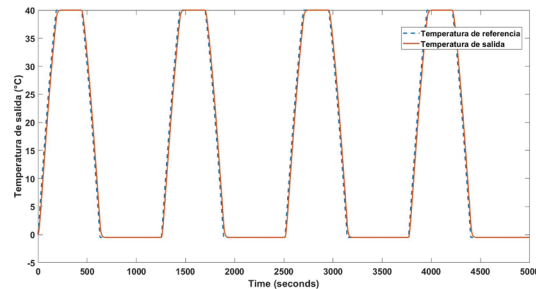


Figura 8. Señal de referencia y de salida para el seguimiento de trayectoria de temperatura usando el control LQR para el agua con un volumen de 80 mL

SIMULACIÓN Y RESULTADOS DEL CONTROLADOR LQR PARA MERCURIO

En la segunda simulación se presenta el control de temperatura del modelo propuesto para agua con un volumen de 80 mL con un valor de $\beta = 0.32$. En esta simulación se utiliza el comando de Matlab "lqr" para un sistema de tiempo continuo, la ley de retroalimentación de estado $u = -KX$ minimiza la función de costo cuadrático.

Las matrices empleadas son las siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.32 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.32 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R = 0.001 \quad (33)$$

De manera similar al primer ejemplo, para este segundo se obtuvieron para el control LQR y las ecuaciones (31) y (32) los siguientes resultados:

$$K = [1 \quad 9.3562] \quad (34)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.0104 & 0.0031 \\ 0.0031 & 0.0292 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$E = \begin{bmatrix} -0.0996 \\ -3.2144 \end{bmatrix} \quad (36)$$

Donde K es el vector de ganancias optimas, P es la matriz solución de la ecuación (22) y, E representa los polos en lazo cerrado del sistema para la matriz $A - BK$, lo que implica que el sistema es estable. En la Figura 9 se muestra la respuesta del sistema, donde se presenta la señal de temperatura de referencia y la señal de salida de temperatura para el mercurio, respectivamente. Puede observarse que el controlador es capaz de controlar la temperatura mediante un bajo índice de desempeño, mientras que en la Figura 10 se muestra la señal del error de temperatura. Es importante señalar que el sistema propuesto al controlador tiene una buena respuesta que minimiza la señal de error.

La Figura 11 marca la señal de control correspondiente para las simulaciones numéricas con mercurio.

Una vez que se han realizado las simulaciones y se han mostrado los resultados numéricos del controlador para dos líquidos diferentes, se muestra claramente que la eficiencia del controlador LQR para el modelo de control de temperatura con condiciones iniciales cero proporciona un buen rendimiento de las temperaturas de salida frente a una temperatura de referencia.

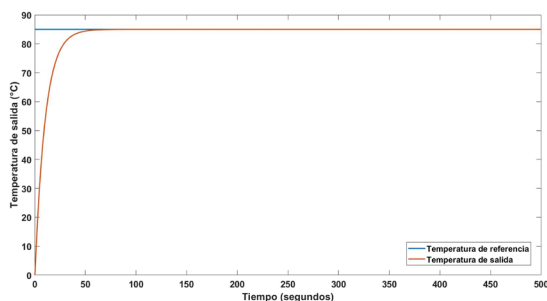


Figura 9. Señal de temperatura de salida y señal de temperatura de referencia usando el control LQR para el mercurio

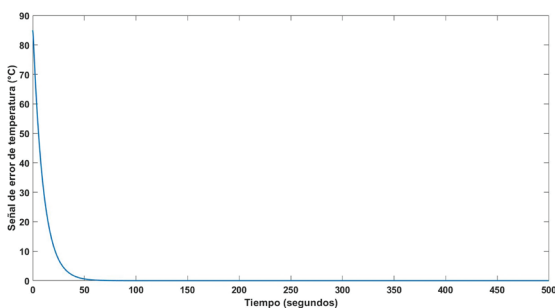


Figura 10. Señal de error generada usando el control LQR para el mercurio

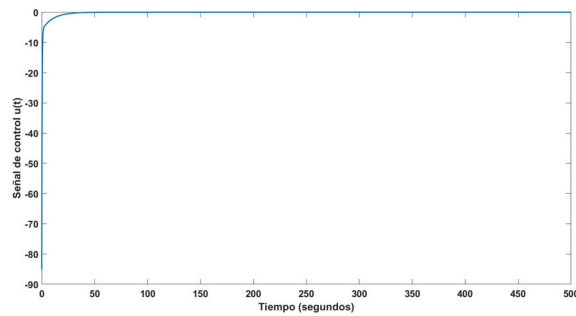


Figura 11. Señal de control generada usando el control LQR para el mercurio

CONCLUSIONES

Este artículo obtuvo un modelo representado mediante una función de transferencia derivado de la ley de enfriamiento de Newton. El modelo se da en términos del gradiente térmico del sistema y representa una función de transferencia considerando la temperatura del sistema como salida y la temperatura exterior como entrada, donde es insertada la estrategia de control.

Las simulaciones numéricas y los resultados presentados validan la efectividad del controlador LQR para temperatura. Las principales contribuciones de este documento son la propuesta de un modelo para la ley de enfriamiento de Newton con condiciones iniciales cero. El modelo propuesto por la ley de enfriamiento de Newton permitió implementar un controlador de temperatura basado en un control LQR con las condiciones de estabilidad necesarias, lo que no ha sido desarrollado en otras investigaciones que consideran el control de temperatura.

El trabajo futuro considera la propuesta de un modelo para la ley de enfriamiento de Newton con condiciones iniciales distintas de cero. Asimismo, la implementación de un prototipo físico que permite realizar el control de la temperatura mediante un sistema en tiempo real. Finalmente, el modelo presentado permite el desarrollo de otra clase de controladores.

REFERENCIAS

- Benítez, I. O., Rivas, R., Feliu, V., Sánchez, L. P., & Sánchez, L. A. (2016). Fuzzy gain scheduled smith predictor for temperature control in an industrial steel slab reheating furnace. *IEEE Latin America Transactions*, 14(11), 4439-4447. <http://doi.org/10.1109/TLA.2016.7795812>
- Benítez, I. O., Rivas-Pérez, R., Feliu-Batlle, V., & Castillo-García, F. J. (2015). Temperature control based on a modified smith predictor for injectable drug formulations. *IEEE Latin America Transactions*, 13, (4), 1041-1047. <http://doi.org/10.1109/TLA.2015.7106355>

- Boyles, J. G., Levesque, D. L., Nowack, J., Wojciechowski, M. S., Stawski, C., Fuller, A., Smit, B., & Tattersall, G. (2019). Efficiency and its bounds for thermal engines at maximum power using Newton's law of cooling. *Journal Ecology & Evolution*, 9 (21), 12020-12025. <http://doi.10.1002/ece3.5721>
- Dilip, J., & Pankaj, P. (2007). Modeling of the internal cooling of fish during ice storage. *International Journal of Food Engineering*, 3 (4), 1-13. <http://doi.10.2202/1556-3758.1131>
- Fonseca, J. V., Silva-Abreu, I. P., Morales-Rego, P. H., Melo-Wolff, M. d. P., & Silva, O. F. (2008). A genetic algorithm convergence and models for eigenstructure assignment via Linear Quadratic Regulator (LQR). *IEEE Latin America Transactions*, 6(1), 1-9. <http://doi.10.1109/TLA.2008.4461626>
- Kemper, A., Wöbbekind, M., Büskens, C., & Schollmeyer, M. (2013). LQR control for a Diesel engine's air system. *Applied Mathematics and Mechanics*, 13(1), 473-474.
- Mondol, A., Gupta, R., Dutta, T., & Das, S. (2018). An insight into Newton's cooling law using fractional calculus. *Journal of Applied Physics*, 123(6). <http://doi.10.1063/1.4998236>
- Ogata, K. (2010). *Modern control engineering*. Prentice Hall, 5th edition.
- Qiang, H. (2014). Modeling and simulation of LQR control for dc motor. *Applied Mechanics and Materials*, 668-669, 486-489. Switzerland: Trans Tech Publications Country of Publication.
- Rezende, E., & Bacigalupe, L. (2015). Thermoregulation in endotherms: physiological principles and ecological consequences. *Journal of Comparative Physiology B: Biochemical, Systemic & Environmental Physiology*, 5(7), 709-72. <http://doi.10.1007/s00360-015-0909-5>
- Salcedo-Hernández, J., Rivas-Pérez, R., & Sotomayor-Moriano, J. J. (2018). Design of a generalized predictive controller for temperature control in a cement rotary kiln. *IEEE Latin America Transactions*, 16(4), 1015-1021. <http://doi.10.1109/TLA.2018.8362131>
- Santos, C. F., Ancines, C. A., & Krenzinger, A. (2018). Temperature controller for simultaneously test of solar collectors in series. *IEEE Latin America Transactions*, 16(6), 1708-1714. <http://doi.10.1109/TLA.2018.8444390>
- Teppa, P., Nardone, V., & Rodríguez-Diez, J. (2015). LQR Control employing output derivative measures. *IEEE Latin America Transactions*, 13(8), 2538-2544. <http://doi.10.1109/TLA.2015.7331909>
- Torres, W. L., Araujo, I. B. Q., Menezes, J. B., & Costa-Junior, A. G. (2017). Mathematical Modeling and PID Controller Parameter Tuning in a Didactic Thermal Plant. *IEEE Latin America Transactions*, 15(7), 1250-1256. <http://doi.10.1109/TLA.2017.7959343>
- Villar, J. R., De la Cal, E., & Sedano, J. (2008). Energy saving by means of multiagent systems and fuzzy systems. *IEEE Latin America Transactions*, 6(6), 517-523. <http://doi.10.1109/TLA.2008.4908184>
- Wang, J., Kochan, O., Przystupa, K., & Su, J. (2019). Information-measuring system to study the thermocouple with controlled temperature field. *Measurement Science Review*, 19(4) 161-169. <https://doi/10.2478/msr-2019-0022>
- Yan, H., & Guo, H. (2012). Efficiency and its bounds for thermal engines at maximum power using Newton's law of cooling. *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 123(6).

Cómo citar:

Ojeda-Misses, M. A., & González-López, J. C. (2023). Simulación numérica del control de temperatura para un modelo de parámetros concentrados obtenido de la ley de enfriamiento de Newton. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-9. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.020>



Prediseño de una red de drenaje pluvial urbana con algoritmos genéticos

Predesign of an urban rainfall drainage network with genetic algorithms

Fuentes-Mariles Óscar Arturo

Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de Ingeniería

Correo: ofm@pumas.iingen.unam.mx

<https://orcid.org/0000-0003-1888-2913>

Gracia-Sánchez Jesús

Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de Ingeniería

Correo: jgs@pumas.ii.unam.mx

<https://orcid.org/0000-0003-2555-0802>

Chompa-Abarca Juan Antonio

Comisión Nacional del Agua

Correo: jchompa@yahoo.com

<https://orcid.org/0000-0002-8236-796X>

De Luna-Cruz Faustino

Universidad Nacional Autónoma de México

Instituto de Ingeniería

Correo: FLunaC@iingen.unam.mx

<https://orcid.org/0000-0002-0455-0072>

Resumen

Se propone el prediseño de una red de drenaje pluvial urbana con un método de optimación que consta de dos partes, en una se plantea la conexión de los pozos de visita de manera que se tenga poco recorrido del agua en sus tuberías; en la otra, se basa en un algoritmo genético para encontrar el menor costo de adquisición de las tuberías y de la excavación necesaria para su instalación, cumpliendo con varias restricciones hidráulicas y constructivas recomendadas en manuales de construcción de redes de este tipo. El procedimiento descrito se hace del enlace de las tuberías que conforman la red (trazo de la red) procurando que se obtenga la menor suma de las longitudes. Se considera que los conductos son de sección circular, donde sus diámetros solo toman valores comerciales. Se calcula la pendiente de cada tubería de la red tratando que la profundidad hidráulica del flujo del agua (tirante) sea de 80 % del diámetro para aproximarse a la capacidad de conducción de flujo del líquido en su interior. Finalmente, se muestra su aplicación a un caso real y se revisa el funcionamiento hidráulico de la red prediseñada simulando con el modelo EPA-SWMM 5.1.015 el flujo a superficie libre no permanente en la red para asegurarse que se cumplieron las restricciones hidráulicas y las hipótesis plantadas con flujo permanente.

Descriptores: Prediseño, red drenaje, pluvial, alcantarillado, algoritmo genético, flujo no permanente en red a superficie libre.

Abstract

The predesign of an urban storm drainage network is proposed with an optimization method that consists of two parts, in one the connection of the manholes is proposed so that there is little water path in its pipes and in the other, It is based on a genetic algorithm to find the lowest acquisition cost of the pipes and the excavation necessary for their installation, complying with various hydraulic and constructive restrictions recommended in construction manuals for networks of this type. The procedure described involves the connection of the pipes that make up the network (line of the network), ensuring that the smallest sum of the lengths of them is obtained. The conduits are considered to be circular in section where their diameters only take commercial values. The slope of each pipe of the network is calculated trying that the hydraulic depth of the water flow (tie) is 80 % of the diameter, to approximate the capacity of conducting the flow of the liquid inside. Finally, its application to a real case is shown and the hydraulic operation of the designed network is reviewed, simulating with the EPA-SWMM 5.1.015 model the non-permanent free surface flow in the network to ensure that the hydraulic restrictions and the hypotheses planted with permanent flow.

Keywords: Design, drainage network, rainwater, sewerage, genetic algorithm, non-permanent flow in free Surface.

INTRODUCCIÓN

Se propone un método para prediseñar o rehabilitar una red de alcantarillado pluvial en una zona urbana. El método consta de dos partes, en una se proponen varias opciones de conexión de las tuberías por las calles (trazo de la red de tuberías) y en la segunda, se obtienen los diámetros y las pendientes para cada uno de los conductos de la red para que sea mínima la suma de los costos de adquisición de las tuberías y de la excavación necesaria para su instalación, de modo que se cumpla con las condiciones de velocidad y de llenado de las tuberías, así como las normas constructivas establecidas para esta clase de redes donde se asegure un funcionamiento hidráulico adecuado.

El método considera varios arreglos de redes y escoge uno de ellos. Por razones de economía, en las redes de alcantarillado propuestas se busca que las tuberías tengan una pendiente similar a la de la superficie del terreno. El trazo se inicia en uno o varios sitios de vertido de la red; a partir de los cuales se definen las conexiones de colectores y emisores.

También, se toma en cuenta la profundidad a la cual quedan desplantados los conductos, de manera que la suma de los costos de excavación de la instalación y los de adquisición de las tuberías sea lo más baja posible. Se presenta la aplicación a un caso real. Además, se revisa que el funcionamiento hidráulico de la red prediseñada cumpla con los requisitos de tipo hidráulico establecidos en los manuales de diseño para esta clase de redes.

En el método se busca que el flujo de agua ocupe 80 % de la sección transversal de las tuberías, para que el caudal se aproxime al más grande posible que ocurre en tuberías de sección circular; además, con ello también queda un espacio libre para que no se obstruyan por sólidos que podrían desplazarse con el agua.

DESARROLLO

Para el prediseño de las redes de drenaje pluvial se requiere de información hidrológica para un periodo de retorno de diseño específico. Por ello, se consideran los registros de estaciones pluviométricas cerca y dentro de la zona donde se construirá. Se escogen las estaciones con más años de datos de lluvia diaria. También se revisa la homogeneidad y estacionalidad (Salas & Obeysekera, 2014) de los registros mencionados para realizar análisis estadísticos confiables.

Para cada estación pluviométrica se encuentra lluvia diaria máxima en cada año para obtener los parámetros de varias funciones de probabilidad que se aproximan a la distribución anual de estas lluvias.

Para estimar la variación horaria de la precipitación diaria se puede recurrir a distintos procedimientos como el que se basa en la relación de convectividad (R) entre la lluvia máxima anual en 1 hora y la media de las lluvias máximas anuales diarias (Reich, 1963). Dicha relación se presenta en la Figura 1, donde se toma en cuenta la precipitación de una hora y periodo de retorno de dos años, el número promedio con lluvia anual y la media de las lluvias máximas anuales.

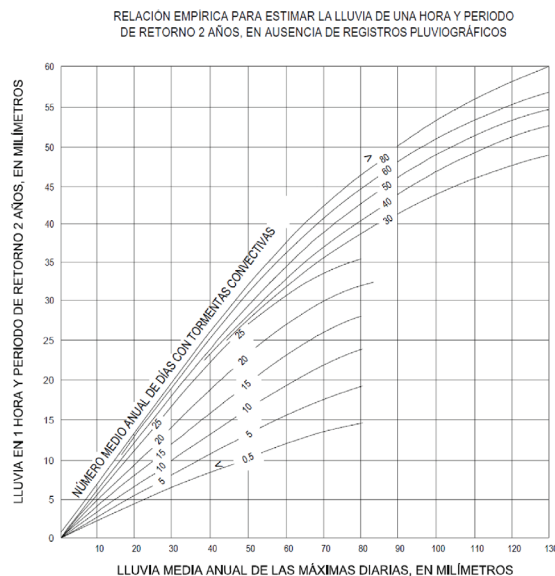


Figura 1. Relación de convectividad (R) entre la lluvia máxima anual en 1 hora y la media de las lluvias máximas anuales diarias

Se considera que el valor de la relación R se mantiene constante para otros periodos de retorno, por lo que determina de lluvia de una hora para el periodo de retorno T :

$$hp_T^{1h} = R hp_T^{24h} \quad (1)$$

Para disponer de los datos necesarios para dibujar las curvas altura de lluvia-duración-periodo de retorno (hp - d - T) se utiliza la siguiente ecuación:

$$hp_T^d = 10^{\left\{ \frac{\log(d) - \log(1)}{\log(24) - \log(1)} [\log(hp_T^{24h}) - \log(hp_T^{1h})] + \log(hp_T^{1h}) \right\}} \quad (2)$$

Donde:

d = duración de la lluvia (horas)

hp_T^{1h} = lluvia de una hora para el periodo de retorno T

hp_T^{24h} = lluvia de 24 horas para el periodo de retorno T

Para duraciones de 5, 10, 15, 30 y 45 minutos se considera que hp_T^{dmin} / hp_T^{1h} es igual a 0.30, 0.45, 0.57, 0.79, 0.91, respectivamente.

La intensidad de la lluvia se estima a partir de las alturas de lluvia mediante:

$$i_T^d = \frac{hp_T^d}{d} \quad (3)$$

El escurrimiento se puede obtener con la fórmula Racional que supone que la intensidad de lluvia comienza instantáneamente y continua indefinidamente hasta alcanzar el tiempo de concentración.

Para obtener los hidrogramas se empleó el hidrograma unitario adimensional propuesto por el *Soil Conservation Service* de Estados Unidos (Mockus, 1957) que se muestra en la Figura 2.

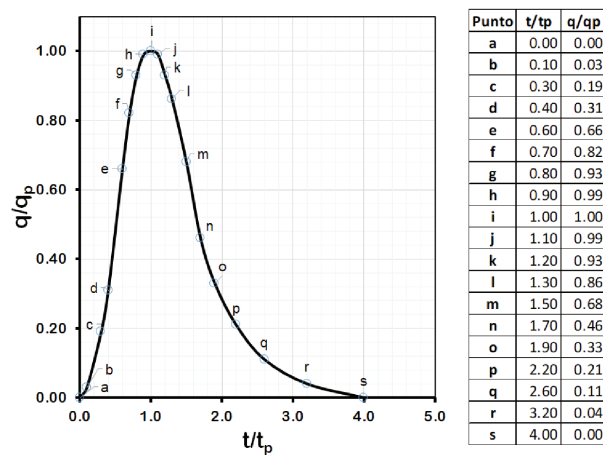


Figura 2. Hidrograma unitario adimensional del SCS

El hidrograma de escurrimiento queda definido al multiplicar los valores de las ordenadas y las abscisas, por el gasto y tiempo de pico, por q_p y t_p , respectivamente.

El Manual de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento (MAPAS) (Conagua, 2019) señala que en las redes de drenaje urbano se deben cumplir las siguientes restricciones:

- Para evitar depósitos de sólidos dentro de las tuberías o disminuir los posibles desgastes de la pared interior por rozamiento, la velocidad media del flujo (V) dentro del conducto debe ser mayor a 0.30 m/s y menor a 3.0 m/s.
- Se considera que el flujo es uniforme para relacionar al diámetro del conducto y la pendiente con el caudal.
- Se busca que la profundidad hidráulica (y) del flujo del líquido en las tuberías ocupe 80 % de su diámetro (D), para aproximarse al máximo caudal de conducción con flujo uniforme a superficie libre en tubería de sección circular (Figura 3).

- La profundidad en el terreno a la que se instalan las tuberías debe ser mayor o igual a una mínima (colchón) establecida para protegerlas contra cargas vivas en la superficie del terreno (Figura 4).
- En la unión de tuberías, el diámetro de la tubería aguas abajo debe ser igual o mayor al de la tubería agua arriba.
- Se considera que, en la unión de tuberías consecutivas, la elevación de la clave de la tubería agua abajo sea igual a la elevación de la clave tubería aguas arriba para evitar escalones.

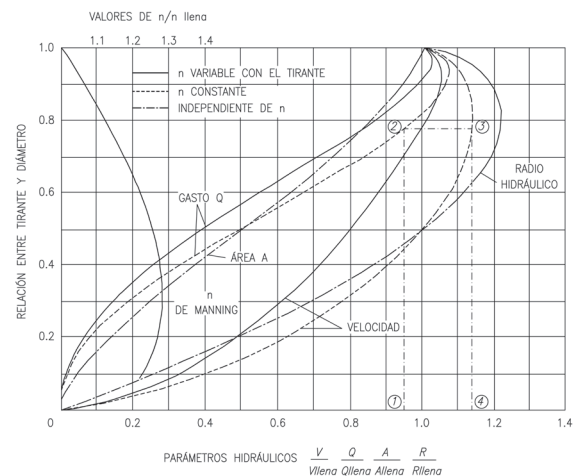


Figura 3. Relaciones entre variables hidráulicas de una tubería de sección circular con flujo uniforme a superficie libre (Chow, 1959)

El procedimiento propuesto para el prediseño de la red de drenaje pluvial urbana se basa en la idea principal de asociar a cada diámetro de tubería con una pendiente (S) para su plantilla, de acuerdo con el gasto (Q) del líquido que fluye en su interior. Para estimar dicha pendiente se considera que este flujo es a superficie libre y uniforme, por lo que la profundidad hidráulica o tirante (y) es del orden de 80 % del diámetro (D) con la intención de aproximarse a la capacidad máxima de conducción de tuberías de sección transversal circular (Figura 3), lo que de acuerdo con la fórmula de Manning (Chow, 1959) cumple con la siguiente ecuación:

$$\frac{Q n}{D^{8/3} S^{1/2}} = 0.30466 \quad (4)$$

El área hidráulica (A) dentro del conducto de sección circular para una profundidad hidráulica igual a 0.80 D , se obtiene a partir de la relación:

$$\frac{A}{D^2} = 0.6736 \quad (5)$$

Así, la velocidad media (V) del flujo se obtiene al dividir al caudal entre el área hidráulica.

Para asegurarse que el flujo de agua en el interior de los conductos sea subcrítico, el caudal debe ser menor al caudal crítico (Q_c) que para la relación de tirante a diámetro de 80 % está dado por:

$$\frac{Q_c}{\sqrt{g}D^{5/2}} = 0.6177 \quad (6)$$

De este modo, a cada diámetro de tubería de la red se relaciona con el gasto, la pendiente y la velocidad media.

En las redes de drenaje las tuberías se conectan de manera que donde termine una, se ligue con solo una tubería, formando una secuencia de conducto que se denomina ramal. Es importante tener en cuenta que cada ramal de la red, inicia con una tubería en la zona de mayor elevación topográfica y dicha tubería requiere que su profundidad de instalación sea tal, que la clave de su extremo aguas arriba cumpla con una profundidad mínima para evitar que se dañe por cargas vivas sobre el terreno que está encima de ella.

El método de prediseño de la red de drenaje pluvial urbana requiere de la siguiente información:

- a) El trazo de la red. De acuerdo con la configuración de las calles, las elevaciones topográficas y el sitio de desalojo del agua de la red, se proponen los pozos de visita y las conexiones entre conductos de la red de drenaje.
- b) Diámetros comerciales elegibles para las tuberías de la red.
- c) Coeficientes de rugosidad del material de las tuberías.
- d) Costos de excavación por metro cúbico de acuerdo con el tipo de material de la zona donde se instalarán las tuberías de la red de drenaje.
- e) Costos de adquisición de la tubería por unidad de longitud (metro) de acuerdo con su diámetro y material.

El método de prediseño consta de dos partes principales; en la primera, se propone el trazo de la red y en la segunda, se emplea un algoritmo genético para obtener los diámetros, las pendientes de las tuberías y la profundidad a que deben instalarse, de modo que la suma de los costos de adquisición y excavación de instalación de los conductos sea mínima, además de que se cumplan las condiciones hidráulicas y constructivas impuestas.

Para definir el trazo de la red se emplea un grafo, que consiste en un esquema que muestra un conjunto de sitios (nodos) unidos por líneas (arcos). Cuando en

cada arco se considera la distancia entre los nodos de sus extremos, es posible escogerlos buscando que los nodos se unan con uno específico y con la distancia más corta entre ellos. Esto puede realizarse con algoritmos de la teoría de redes de investigación de operaciones.

En el caso de la red de drenaje, los nodos y arcos corresponden respectivamente a los pozos de visita y a las tuberías. Además, se considera que los arcos tienen un sentido de recorrido, que va desde el pozo con mayor elevación topográfica en su brocal hacia el pozo de menor elevación de este elemento. En este artículo se planteó una variante en el algoritmo de Dijkstra (1959) donde se busca que la suma de las longitudes de los arcos sea la menor posible.

Para obtener el trazo de la red se comienza por llamar nodo actual al de salida de la red y a los restantes como nodos no visitados; posteriormente se emplea una rutina donde se van eligiendo los pozos de visita desde aguas abajo hacia aguas arriba y consiste en los pasos siguientes:

1. Se selecciona el nodo no visitado con menor elevación topográfica de su brocal, el cual tiene un arco de conexión que llega a él con menor longitud.
2. El nodo y arco que fueron elegidos son marcados como nodo y arco visitado.
3. Cuando no quedan nodos visitados por seleccionar se continúa con el paso 4; de otro modo, se escoge como nodo actual al nodo no visitado, ya que tiene la menor elevación topográfica en su brocal (si hubiese más de uno se escoge el más cercano) y se regresa al paso 1.
4. Se identifican las secuencias de arcos (ramales de la red o rutas) desde los nodos de menor elevación topográfica hacia los nodos de mayor elevación, hasta llegar a un nodo que ya no tiene conexiones dirigidas a él.

En cada nodo de la red se incorpora el caudal de pico del área tributaria que le corresponde y de acuerdo con los ramales, estos caudales se acumulan para asignarlos como el caudal máximo que fluye en cada tubería de la red de drenaje. En el caso de aplicación del método de prediseño de la red, se muestran con cierto detalle los pasos que condujeron al trazo y los caudales máximos de cada tubería.

Los algoritmos genéticos pueden emplearse para optimar funciones. Están basados en el proceso de supervivencia de los organismos vivos. En el transcurso de varias generaciones, las poblaciones evolucionan de acuerdo con los principios de la selección natural y se mantienen los más fuertes de acuerdo con postulados por Darwin. Por imitación a este proceso, con los algo-

ritmos genéticos se llega a obtener el máximo o mínimo global de funciones de algunas variables que cumplen con diferentes restricciones específicas.

El algoritmo genético se instituye como un método repetitivo, el cual considera que cierto número de valores de la función a optimizar corresponde a los individuos de la población de una generación y crea a partir de ellos, otra población con sus descendientes, que son individuos más fuertes. Luego se reemplaza a los individuos de la generación original con descendientes para establecer de este modo un proceso repetitivo y con el transcurso de las generaciones, incrementar la fortaleza en las poblaciones descendientes.

En el algoritmo genético se asigna cierto grado de fortaleza a cada individuo de la población de una generación mediante una función que se conoce como aptitud donde se identifica al más fuerte. Al cabo de varias generaciones se van teniendo individuos más aptos y se encuentra al de mayor aptitud entre ellos (Fuentes *et al.*, 2004). En el caso del prediseño, la red de drenaje por cada individuo corresponde a un conjunto de tuberías que forman parte de una red de drenaje y el individuo más apto a la red de drenaje que tiene el menor costo de adquisición e instalación, que además, cumple con las condiciones hidráulicas y constructivas de interés (Hernández, 2007).

Como para cada una de las tuberías de la red se conoce el gasto que circula dentro de ella, es posible asignarle un diámetro y una pendiente. Posteriormente, se consideran las tuberías que forman parte de cada ramal de la red para fijar la profundidad a la que se instalarán las tuberías que lo conforman, atendiendo a la restricción de profundidad mínima, con lo cual, queda establecido el prediseño de la red de drenaje que resulta ser un individuo de la población de una generación.

La aptitud de un prediseño de red de tuberías se considera igual al recíproco de la suma de los costos de adquisición de las tuberías y de excavación. Posteriormente, de todas las redes de una generación se localiza la que tiene la mayor aptitud.

El método comienza a partir de una población inicial formada por un conjunto de individuos escogidos aleatoriamente. En el caso del drenaje, correspondería a un conjunto de redes de tuberías donde el diámetro de cada conducto se escoge de forma aleatoria de una lista de diámetros de tuberías disponibles en el comercio. De acuerdo con su gasto máximo que circula en cada tubería, se asigna aleatoriamente un diámetro, el cual tiene asociados, una pendiente y la profundidad del fondo del extremo aguas arriba de la tubería. Luego, con el diámetro pendiente y la elevación de la clave de su extremo aguas arriba de las tuberías se calcula el volumen de la excavación requerida para la instalación.

Después de varias generaciones, se encuentra que la máxima aptitud de las generaciones sucesoras ya no cambia, lo cual significa que se hizo el prediseño óptimo de la red, ya que quedaron definidos los diámetros y pendientes de las tuberías, así como las profundidades en que se ubicarán, de manera que la suma mínima de los costos de adquisición y excavación cumplen con las restricciones hidráulicas y constructivas establecidas como requisito. La función de aptitud se planteó como el recíproco de la suma de los costos de adquisición (C_{Ti}) y de la excavación para su instalación (C_{Ei}), de cada conducto i de red de drenaje pluvial. El costo de la red (C_T) es igual a la suma de los costos de sus tuberías

$$F_A = \frac{K}{\sum(C_{Ti} + C_{Ei})} \quad (7)$$

Donde K es una constante que permite contar con los valores de la función objetivo, fáciles de apreciar y, sobre todo, reducen el error de redondeo de las cifras decimales.

Para la mezcla de individuos se usó el proceso de selección de aptitud proporcional o ruleta. Se empleó una probabilidad de cruce igual a 0.7 considerando que, para el problema en cuestión, la probabilidad de mutación igual a 0.02 era la que mejor se apegaba al funcionamiento hidráulico. Estos valores se fijaron de modo que se lograra tener una variedad adecuada de resultados (Fuentes *et al.*, 2011).

DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El método propuesto se aplicó a un caso real. Se escogió la localidad San Reforma del municipio de Tapachula, Chiapas en México. En la Figura 4 se muestra la zona en estudio donde se señalaron los pozos de visita y las calles donde podrían instalarse las tuberías de la red de drenaje pluvial.

Se consideró la siguiente información:

- a) El tiempo de concentración, las áreas (tributarias) que reciben la lluvia que ingresa a cada uno de los pozos de visita y los coeficientes de escurrimiento correspondiente a dichas áreas.
- b) Los hidrogramas de entrada a los pozos de visita del agua calculados a partir de la lluvia con periodo de retorno de 10 años. Para ello, se tomó en cuenta la intensidad, duración y el periodo de retorno de la precipitación en cada área tributaria de la red de drenaje.

- c) Se emplearon los registros de lluvia diaria de 5 estaciones climatológicas que cubren la zona de influencia para la red de drenaje pluvial.
- d) Se completaron los datos faltantes de los registros y se revisó que los registros en las estaciones fueran homogéneas y estacionarias.
- e) Con las láminas de lluvia diaria se obtuvieron las láminas máximas anuales y se ajustaron los parámetros de varias funciones de probabilidad. Para escoger la de mejor ajuste, se obtuvo el mínimo error estándar de ajuste (EEA).

Se obtuvieron las curvas intensidad-duración periodo de retorno de la zona en estudio que se muestran la Figura 5.

De acuerdo con las características fisiográficas de la zona se estimó que en la zona en estudio en el tiempo pico es de 3.25 horas y se encontró que para el periodo de retorno de 10 años la intensidad de la lluvia es de 41.7 mm/h.

Se obtuvieron los gastos máximos en cada área de la zona de estudio para un periodo de retorno de 10 años,

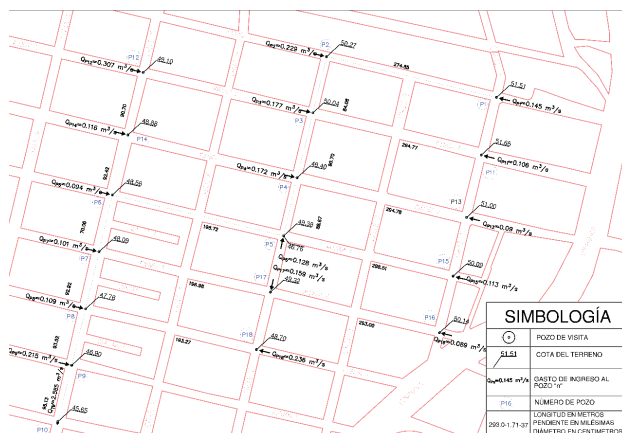


Figura 4. Zona de estudio de la localidad San Reforma en Tapachula, Chiapas, México

con el método racional, considerando que el coeficiente de escurrimiento es de 0.62.

En la Tabla 1 se presentan las áreas tributarias de la zona de estudio de Tapachula, Chiapas y los gastos máximos de ingreso a sus pozos de visita.

Con el hidrograma unitario adimensional del *Soil Conservation Service* de Estados Unidos (Mockus, 1957) se obtuvieron los hidrogramas del escurrimiento de ingreso a cada pozo de visita que se muestran en Figura 6.

A partir de la ubicación de los pozos de visita en el plano urbano de la zona en estudio (Figura 4) y de las calles por donde podrían instalarse las tuberías, se formó el grafo mostrado en la Figura 5. En el siguiente grafo se muestran los arcos que unen a los nodos (pozos de visita) como segmentos dirigidos que van desde el pozo de visita con la cota del umbral más alta hacia el pozo de visita con una cota de umbral más baja (Figura 7).

El proceso para obtener el trazo de la red de drenaje pluvial urbana se hace de aguas abajo hacia aguas arriba. Se comenzó con el nodo 10, que solo tenía ligado el 9, luego se pasó al nodo 8 porque era el único asociado al 9. Quedaron como visitados los nodos 10, 9 y 8. El nodo no

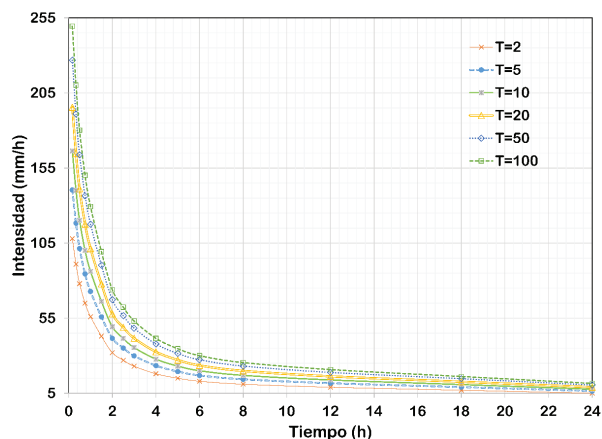


Figura 5. Curvas intensidad-duración periodo de retorno (I- d- Tr) en la zona de estudio

Tabla 1. Áreas tributarias y caudales de pico de entrada a los pozos de visita

Área tributaria	Superficie (ha)	Gasto pico (m³/s)	Área tributaria	Superficie (ha)	Gasto pico (m³/s)
1	2.02	0.145	10	1.77	0.128
2	3.17	0.229	11	1.30	0.094
3	1.47	0.106	12	1.23	0.089
4	2.45	0.177	13	2.20	0.159
5	4.26	0.307	14	1.40	0.101
6	1.24	0.090	15	3.27	0.236
7	2.38	0.172	16	1.50	0.110
8	1.61	0.116	17	2.98	0.215
9	1.56	0.113	18	3.27	0.236

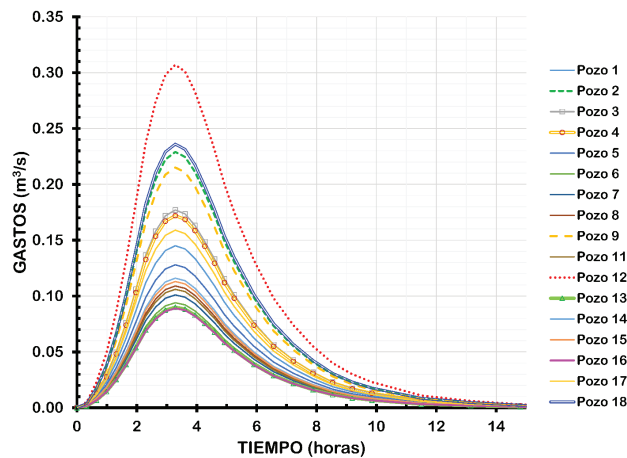


Figura 6. Hidrogramas del escurrimiento para el periodo de retorno de 10 años que ingresan a los pozos de visita.

visitado con la menor elevación fue el 7, que se escogió y pasó a ser nodo visitado. El siguiente nodo con menor elevación no visitado fue el 6, el cual se cambió a visitado. Le siguió el 18 como no visitado, y se ligó al 8 por ser el más cercano de los visitados. De esta manera se fueron ligando los nodos 6, 14, 12, 17, 5, 4, 3, 15, 13, 6, 2, 1 y el 11. Después, se formaron los 4 ramales siguientes: El ramal 1 con los nodos 1, 2, 3, 4, 5, 17, 18, 8, 9 y 10. El ramal 2 con los nodos 12, 14, 6, 7 y 8. El ramal 3 con los nodos 11, 13, 15 y 5. Por último, el ramal 4 con los nodos 16 y 15. En los cuadros de la Figura 7 se señala el orden en que fueron obtenidos los tramos de la red.

En la Figura 8 se muestra el trazo de la red de drenaje que se basa el algoritmo genético para obtener su prediseño óptimo.

Los gastos más grandes que circulan en cada tubería de la red de drenaje que se consignan en la Tabla 2 se obtuvieron al sumar los caudales pico que ingresaron por los pozos de visita de acuerdo con el trazo de la red mostrado en la Figura 8.

Se emplearán tuberías de polietileno corrugado de alta densidad (PEAD). Los diámetros comerciales elegibles para las tuberías se consignan en la Tabla 3. Para todas las tuberías el coeficiente de rugosidad de la fórmula de Manning es de $0.01 \text{ s/m}^{1/3}$.

De acuerdo con el caudal máximo conducido en cada tubería y el funcionamiento hidráulico a superficie libre con flujo uniforme y profundidad hidráulica se escogieron los diámetros comerciales de las tuberías que cumplirían con las condiciones de velocidad media y flujo subcrítico que se consignan en la Tabla 4.

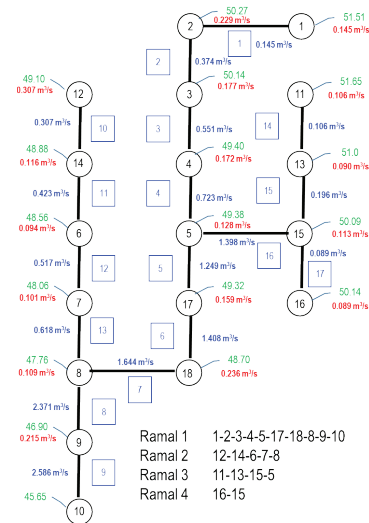


Figura 7. Grafo de apoyo para realizar el trazo de la red de drenaje pluvial

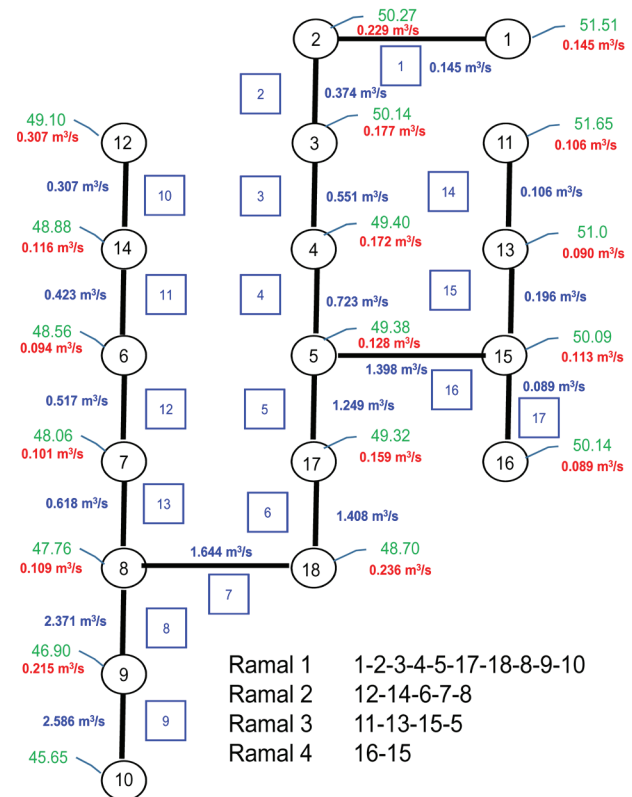


Figura 8. Trazo de la red de drenaje pluvial

En la Tabla 5 se muestran algunos resultados del algoritmo genético, se presentan los mayores valores de la función de aptitud, la suma de los costos de excavación y de adquisición de las tuberías para el individuo más apto de cada generación.

Nótese que el ahorro entre el costo de la primera alternativa y la última es de 32 %, $((4'809,722 - 3'260312) / 4'809,722 = 0.32)$.

Tabla 2. Gastos que fluyen en las tuberías de la red de drenaje pluvial

Ramal	Tubería	Pozo		Longitud (m)	Cota terreno		Gasto (m ³ /s)
		Inicial	Final		Inicial (m)	Final (m)	
1	1	P1	P2	274.90	51.51	50.27	0.145
1	2	P2	P3	84.10	50.27	50.14	0.374
1	3	P3	P4	90.70	50.14	49.40	0.551
1	4	P4	P5	88.70	49.40	49.38	0.723
1	5	P5	P17	70.06	49.38	49.32	1.249
1	6	P17	P18	92.99	49.32	48.70	1.408
1	7	P18	P8	193.00	48.70	47.76	1.644
1	8	P8	P9	93.50	47.76	46.90	2.371
1	9	P9	P10	95.10	46.90	45.65	2.586
2	10	P12	P14	90.70	49.10	48.88	0.307
2	11	P14	P6	92.40	48.88	48.56	0.423
2	12	P6	P7	70.10	48.56	48.06	0.517
2	13	P7	P8	92.90	48.06	47.76	0.618
3	14	P15	P5	298.50	50.09	49.38	0.106
3	15	P11	P13	90.10	51.65	51.00	0.196
3	16	P13	P15	88.74	51.00	50.09	0.398
4	17	P16	P15	70.43	50.14	50.09	0.089

Tabla 3. Diámetros comerciales y costos por metro para las tuberías la red de drenaje pluvial

Diámetro (m)	Costo (\$/m)
0.37	450
0.45	510
0.61	630
0.76	845
0.91	1,250
1.07	1,610
1.22	2,000
1.52	3,210
1.83	4,620
2.13	6,120
2.44	7,944

Tabla 4. Diámetros elegibles para cada una de las tuberías de la red de drenaje pluvial

Ramal	Tubería	Diámetros elegibles (m)							
		0.45	0.61	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76
1	1	0.45	0.61	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76
1	2	0.61	0.76	0.91	1.07	1.22	1.22	1.22	1.22
1	3	0.76	0.91	1.07	1.22	1.52	1.52	1.52	1.52
1	4	0.76	0.91	1.07	1.22	1.52	1.83	1.83	1.83
1	5	1.07	1.22	1.52	1.83	2.13	2.44	2.44	2.44
1	6	1.07	1.22	1.52	1.83	2.13	2.44	2.44	2.44
1	7	1.07	1.22	1.52	1.83	2.13	2.44	2.44	2.44
1	8	1.22	1.52	1.83	2.13	2.44	2.44	2.44	2.44
1	9	1.52	1.83	2.13	2.44	2.44	2.44	2.44	2.44
2	10	0.61	0.76	0.91	1.07	1.22	1.22	1.22	1.22
2	11	0.61	0.76	0.91	1.07	1.22	1.22	1.22	1.22
2	12	0.76	0.91	1.07	1.22	1.52	1.52	1.52	1.52
2	13	0.76	0.91	1.07	1.22	1.52	1.52	1.52	1.52
3	14	0.37	0.45	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61
3	15	0.45	0.61	0.76	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91
3	16	0.61	0.76	0.91	1.07	1.22	1.22	1.22	1.22
4	17	0.37	0.45	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61

Tabla 5. Proceso de aproximación al costo total mínimo de la red de drenaje pluvial que cumple con las condiciones hidráulicas y constructivas

Generación	Individuo	Función aptitud	Costo excavación (pesos)	Costo tuberías (pesos)	Costo total (pesos)
1	1	0.2079	1,887,311	2,922,411	4,809,722
1	4	0.223	1,750,509	2,733,877	4,484,386
1	9	0.2245	1,732,965	2,721,958	4,454,923
1	38	0.2341	1,697,728	2,573,819	4,271,547
2	13	0.2604	1,491,587	2,348,175	3,839,762
3	39	0.2744	1,421,644	2,222,415	3,644,059
4	22	0.2799	1,397,988	2,174,499	3,572,487
5	24	0.2902	1,352,795	2,092,998	3,445,793
9	20	0.2984	1,325,277	2,026,416	3,351,693
11	30	0.2999	1,329,839	2,005,009	3,334,848
14	21	0.3013	1,313,255	2,005,192	3,318,447
32	34	0.3055	1,298,705	1,974,331	3,273,036
35	28	0.3059	1,295,398	1,973,151	3,268,549
38	11	0.3067	1,291,386	1,968,925	3,260,312

En la Tabla 6 se muestran las principales características del arreglo de red de drenaje pluvial con el método propuesto.

En la Figura 9 se muestra el arreglo obtenido de la red de drenaje pluvial urbana con el método propuesto.

Para verificar que el flujo del líquido en el interior de la red es adecuado y que se cumplió con las hipótesis de funcionamiento hidráulico y las de flujo de agua en las tuberías, así como el cumplimiento con las restricciones hidráulicas de la red de drenaje, se simuló con flujo no permanente de la red con el modelo: *EPA SWMM 5.0* de la Agencia de Protección del Medioambiente de Estados Unidos (Rossman, 2005).

En los pozos de visita se consideraron los hidrogramas de ingreso mostrados en la Figura 6. En las Figuras 10 a 13 se muestran los perfiles de los tirantes máximos en los subcolectores apreciando que ellos se aproximaron a 80 % del diámetro, se cumplió lo que se había planteado en el método del prediseño.

En la Tabla 7 se muestran los tirantes, relación entre el tirante y el diámetro (relación de llenado) velocidades, tirante crítico y tirante normal en cada tubería obtenidos con el método matemático de flujo no permanente SWMM 5.0.

Tabla 6. Características de la red de drenaje pluvial urbana para el periodo de retorno de 10 años

Tubería	Pozo inicial	Pozo final	Longitud (m)	Caudal (m ³ /s)	Diámetro (m)	Colchón inicial (m)	Colchón final (m)	Elevación fondo inicial (m)	Elevación fondo final (m)	Pendiente (m/m)
1	1	2	274.90	0.145	0.45	2.35	1.55	49.16	48.72	0.0016
2	2	3	84.10	0.374	0.61	1.71	1.76	48.56	48.38	0.0021
3	3	4	90.70	0.551	0.76	2.47	1.86	47.67	47.54	0.0014
4	4	5	88.70	0.723	0.76	1.86	2.06	47.54	47.32	0.0024
5	5	17	70.06	1.249	1.07	2.37	2.39	47.01	46.93	0.0012
6	17	18	92.99	1.408	1.07	2.65	2.17	46.67	46.53	0.0015
7	18	8	193.00	1.644	1.07	2.72	2.17	45.98	45.59	0.0020
8	8	9	93.50	2.371	1.22	2.98	2.32	44.78	44.58	0.0021
9	9	10	95.10	2.586	1.52	3.80	2.62	43.1	43.03	0.0008
10	12	14	90.70	0.307	0.61	1.80	1.71	47.3	47.17	0.0014
11	14	6	92.40	0.423	0.61	1.78	1.71	47.1	46.85	0.0027
12	6	7	70.10	0.517	0.76	2.27	1.86	46.29	46.2	0.0012
13	7	8	92.90	0.618	0.76	1.99	1.86	46.07	45.9	0.0018
14	11	13	90.10	0.106	0.37	1.90	1.47	49.75	49.53	0.0024
15	13	15	88.74	0.196	0.45	2.20	1.55	48.8	48.54	0.0029
16	15	5	298.50	0.398	0.61	1.71	1.71	48.38	47.67	0.0024
17	16	15	70.43	0.089	0.37	1.47	1.54	48.67	48.55	0.0017

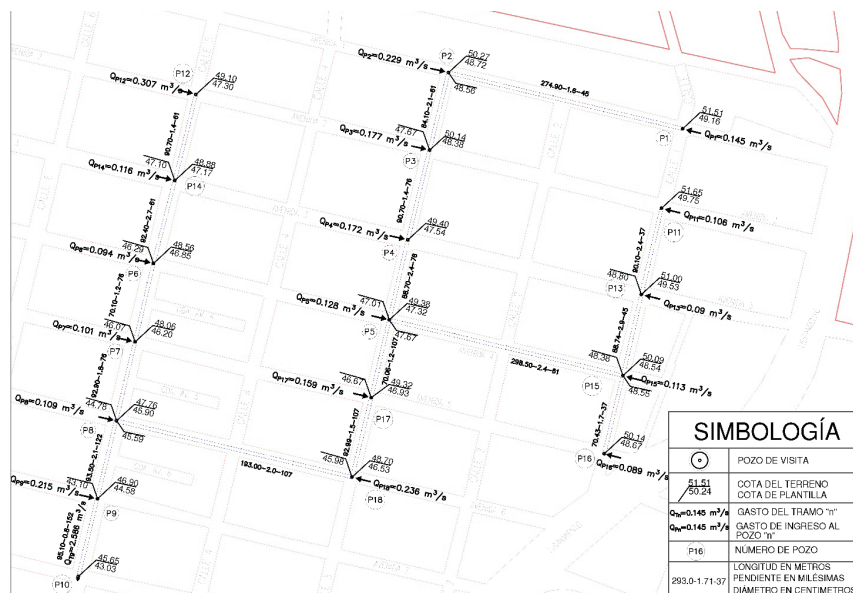


Figura 9. Red drenaje pluvial urbana con mínimo costo que cumple con las restricciones hidráulicas y constructivas para la precipitación con un periodo de retorno de 10 años

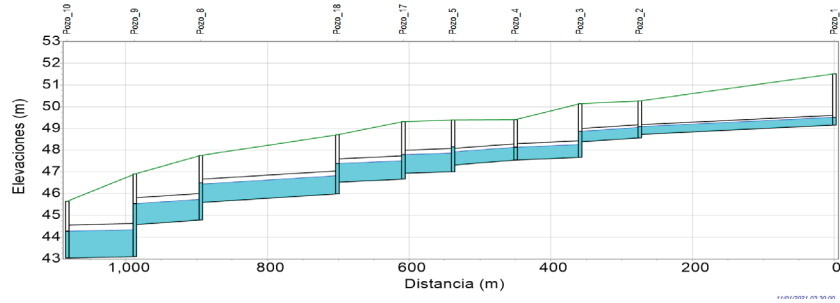


Figura 10. Perfil del flujo en el Ramal 1

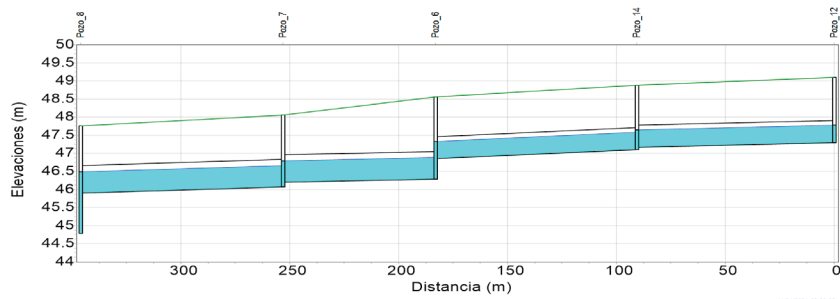


Figura 11. Perfil del flujo en el Ramal 2

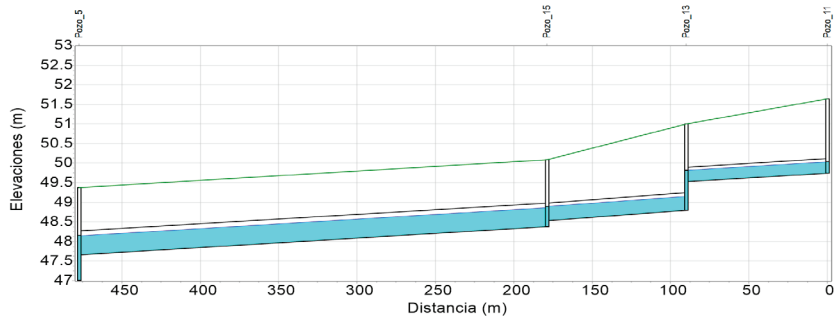


Figura 12. Perfil del flujo en el Ramal 3

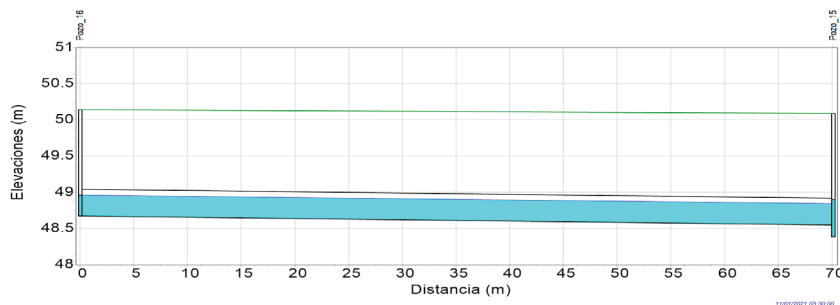


Figura 13. Perfil del flujo en el Ramal 4

Tabla 7. Resultados de la revisión hidráulica del funcionamiento de la red de drenaje pluvial urbana resultante. Valores máximos

Tramo	Tirante (m)	Velocidad (m/s)	Relación Y/D (%)	Q (m ³ /s)
T1	0.36	1.07	80	0.145
T2	0.48	1.5	79	0.373
T3	0.60	1.43	79	0.55
T4	0.60	1.87	79	0.721
T5	0.87	1.6	81	1.246
T6	0.85	1.83	79	1.405
T7	0.86	2.13	80	1.639
T8	0.96	2.39	79	2.365
T9	1.25	1.62	82	2.578
T10	0.49	1.23	80	0.307
T11	0.49	1.69	80	0.423
T12	0.60	1.35	79	0.516
T13	0.60	1.61	79	0.617
T14	0.30	1.15	80	0.106
T15	0.36	1.44	80	0.196
T16	0.49	1.59	80	0.397
T17	0.30	0.96	80	0.089

CONCLUSIONES

El trazo de la red de tuberías de drenaje pluvial urbano es fundamental en el proceso de diseño de una red de drenaje pluvial urbano.

Los diámetros de las tuberías que forman parte de la red de drenaje escogidas para conectar los pozos de visita, tuvieron valores de los diámetros de conductos disponibles en el comercio.

Las pendientes de las tuberías son subcríticas y la profundidad de instalación de las tuberías fue la menor posible, ya que la red diseñada corresponde a la de menor suma de los costos de adquisición de tuberías y de excavación, la cual cumplió con las restricciones hidráulicas y constructivas establecidas en manuales de redes de drenaje urbano.

La red de drenaje óptima lograda se revisó simulando matemáticamente el flujo no permanente dentro de sus conductos y utilizando el software de modelación matemática unidimensional EPA SWMM 5.0 de la Agencia de Protección del Medioambiente de Estados Unidos (Rossman, 2005).

Los resultados de la simulación de los flujos de agua en los conductos de la red de drenaje mostraron que las relaciones de llenado del flujo en las tuberías (tirante entre diámetro), eran prácticamente de 80 % (Figuras 10

a 13). Además, el caudal de flujo permanente considerado para cada tubería en el método de prediseño, no excedió al gasto máximo de la simulación matemática de las corrientes de agua variables en el tiempo que se presentaba en ella.

La simulación del funcionamiento hidráulico con flujo no permanente de la red mostró que era adecuado, por lo que se afirma que el proceso utilizado correspondía a uno de diseño de una red de drenaje pluvial urbano.

El ahorro entre el costo de la alternativa inicial considerada y la última obtenida fue de 32 %, lo cual muestra que durante el método propuesto se obtenían prediseños de redes de drenaje pluvial con menores costos.

Desde luego, la metodología es mejorable en varios de sus aspectos, como en lo referente a las pérdidas de carga en los pozos de visita y en la determinación de los hidrogramas de escurrimiento.

Es recomendable que después de diseñar este tipo de infraestructura, se realice la revisión del funcionamiento hidráulico con flujo no permanente para asegurarse que es adecuado y que se cumplen las restricciones hidráulicas de operación en cada uno de sus conductos.

La red de alcantarillado obtenida cuenta con 17 tuberías, 10 diámetros comerciales disponibles y 10 posibles pendientes por cada tramo. Para el diseño de la red

se tiene un total de 10^{17} combinaciones de soluciones y como se aplicó varias veces el algoritmo genético llegando a resultados similares, es muy probable que se haya encontrado una solución cercana a la óptima.

AGRADECIMIENTOS

Al pasante en ingeniería civil Flores-Meléndez Miguel por el apoyo en la elaboración de gráficas y cálculos del método expuesto.

REFERENCIAS

- Chow, V. T. (1959). *Open channel hydraulics*. New York, USA Inc.: McGraw-Hill Book Co.
- Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, S2CID123284777(1), 269-271. <http://dx.doi.org/10.1007/bf01386390>.
- Fuentes-Mariles, O. A., Rodríguez, V. K., Jiménez, M. M. R., De Luna, C. F., & Vega, S. B. E. (2004). *Método para la detección de fugas en redes de distribución de agua potable*. Memorias del tercer Seminario Hispano-Brasileño sobre planificación, proyecto y operación de redes de abastecimiento de agua. España: Universidad Politécnica de Valencia.
- Fuentes-Mariles, O. A., Palma-Nava, A., & Rodríguez-Vázquez, K. (2011). Estimación y localización de fugas en una red de tuberías de agua potable usando algoritmos genéticos. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 12 (02), 235-242. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2011.12n2.023>
- Hernández, A. D. A. (2007). *Un método de diseño de redes de alcantarillado*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Manual de Agua Potable, Alcantarillado y Saneamiento (MAPAS) (2019). Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales, Comisión Nacional del Agua, México.
- Mockus, V. (1957). Use of storm and watershed characteristics in synthetic hydrograph analysis and application. Departement of Agriculture, Soil Conesevation Service, USA.
- Reich, B. M. (1963). Short-duration rainfall-intensity estimates and other design aids for regions of sparse data. *Journal of Hydrology*, 1(1), 3-28. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(63\)90029-5](https://doi.org/10.1016/0022-1694(63)90029-5)
- Rossmann, L. A. (2005). Storm water management model user's manual. Version 5.0., National
- Risk Management Research Laboratory Office of Research and Development USA. Environmental Protection Agency, Cincinnati, OH 45268.
- Salas, J. D., & Obeysekera, J. M. (2014). Revisiting the concepts of return period and risk for nonstationary hydrologic extreme events. *Journal of Hydrologic Engineering*, 19(3). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000820](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000820)

BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA

- Chompa, A. J. A. (2019). *Diseño de una red de drenaje pluvial mediante un algoritmo de optimización y la revisión de su funcionamiento hidráulico*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Coley, A. D. (1999). *An introduction to genetic algorithms for scientists and engineers*. USA: World Scientific.
- Dandy-Graeme, C., Simpson-Angus, R., & Murphy-Laurence, J. (1996). An improved genetic algorithm for pipe network optimization. *Water Resources Research*, 32(2), 449-458.
- Escalante-Sandoval, C., & Reyes-Chávez, L. (2002). *Técnicas estadísticas en hidrología*. México: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Goldberg, D. E. (1999). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. USA: Addison Wesley.
- Sotelo, A. G. (2002). *Hidráulica de canales*. México: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Cómo citar:

Fuentes-Mariles, O. A., Gracia-Sánchez, J., Chompa-Abarca, J. A., & De Luna-Cruz, F. (2023). Prediseño de una red de drenaje pluvial urbana con algoritmos genéticos. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-13. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.021>



Mineragraphic evaluation for gold recovery

Evaluación minerográfica para recuperación de oro

Soto-Mayorga Alvaro Fernando

Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM), Lima, Peru
Facultad de Ingeniería Geológica, Minería, Metalúrgica y Geográfica
E-mail: alsotmay69@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-3673-9646>

Calla-Choque Dandy

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería
E-mail: dcalla@unam.mx
<https://orcid.org/0000-0003-2848-4388>

Santos-Munguía Paula Cristina

Universidad Estatal de Sonora
E-mail: paula.santos@ues.mx
<https://orcid.org/0000-0002-4616-8138>

Rojas-Montes Jaime Cristóbal

Cátedras CONACyT-TecNM/I.T, Durango
E-mail: jaime.rojas@conacyt.mx
<https://orcid.org/0000-0003-4344-9046>

Abstract

Minerals processed in a mining-metallurgical plant are subject to constant change related to the degree of exploitation of the deposit. This behavior is distinguished by the shift in the mineralogical species present within the mineral that enters the processing plant; these changes may produce deficiencies in the beneficiation of the mineral and the recovery of precious metals. For this reason, this work seeks to determine a relationship between the species present and the metallurgical processes such as gravimetric analysis, flotation, and leaching used to recover the gold present in the deposit, based on the mineragraphy and the metallurgical tests of the minerals extracted from the Inkaracay and Mina Sanca 2 veins, deposits located in the Qero's batholith. The veins present in these places have 15 to 20 cm and 5 to 8 g/T Au, for this reason, three mixtures of different proportions were used for their analysis. Mineral characterization determines the mineralogical relationship of the samples, the microscopic and macroscopic study present in the mineral body and the mineralogical associations in the analyzed samples, allowing them to be related to the performance of the metallurgical tests thus obtaining a recovery of 95.54 % of gold: 36 % from the Inkaracay vein and 64 % from the Mina Sanca 2 vein using the flotation process at a grain size of 85 % -200 m (74 μ m).

Keywords: Gold, mineragraphic evaluation, concentration, flotation, leaching.

Resumen

Los minerales procesados en una planta minero-metalúrgica están sujetos a cambios constantes relacionados con el grado de explotación del yacimiento. Este comportamiento se distingue por el cambio en las especies mineralógicas presentes dentro del mineral que ingresa a la planta de procesamiento de minerales; estos cambios pueden producir deficiencias en el beneficio y la recuperación de metales preciosos. Por tal motivo, este trabajo busca determinar una relación entre las especies presentes y los procesos metalúrgicos como análisis gravimétrico, flotación y lixiviación utilizados para recuperar el oro presente en el yacimiento, con base en la minerografía y las pruebas metalúrgicas de los minerales extraídos de las vetas Inkaracay y Mina Sanca 2, yacimientos ubicados en el batolito de Qero. Estas vetas tienen de 15 a 20 cm y de 5 a 8 g/T Au, por esta razón se utilizaron tres mezclas de diferentes proporciones. La caracterización mineral determina la relación mineralógica de las muestras, el estudio microscópico y macroscópico presente en el mineral y las asociaciones mineralógicas en las muestras analizadas permiten relacionarlas con las pruebas metalúrgicas y obtener una recuperación de 95.54 % de oro con 36 % de la veta Inkaracay y 64 % de la veta Mina Sanca 2 usando el proceso de flotación a un tamaño de grano de 85 % -200 m (74 μ m).

Descriptores: Oro, evaluación minerográfica, concentración, flotación, lixiviación.

INTRODUCTION

The Qero's Gold company is located in the province of Paucartambo in the Cusco-Peru region, it is part of the Eastern Cordillera where mountain ranges originate, also known as quartz veins, veins in shear zones, as well as mesothermal and orogenic deposits (Audebaud, 1973); their main feature is their small volume which results in a high grade of gold (up to 8 g/T). The deposit is of the orogenic type with massive volcanogenic sulfide (SMV) type mantles, the mineralized fluids were removed by the deformations produced by the orogeny and these in turn contributed to the formation of blanket-shaped orebody; the quartz veins belong to a subsequent stage of emplacement on shear zones that were produced by emplacements of hypo-abyssal igneous rocks of the Triassic Permian (Vargas & Hipólito, 1998). In this region, orogenic deposits are exploited informally by locals as a source of income; however, lack of knowledge of the geology, geometallurgy and metallurgical extraction processes adequate to each mineral leads to deficiencies in their methods of exploitation and recovery. An alternative to these problems is mineralogical and metallurgical studies (Henley, 1989), this has proven to be an excellent precedent for the development of unit operations and establishes a process in stages of concentration which optimizes the recovery of disseminated gold in gold ores accompanied by sulfides.

For the processing of minerals, the concentration by gravimetry and flotation of minerals is a practice developed extensively for free gold minerals and some mineralogical associations (Fullam *et al.*, 2016); the performance of this concentration method depends on the degree of release directly related to the form, size, composition, composites, surface and chemical conditions such as collectors (xanthates, dithiophosphates, mercaptanbenzoates, amines, etc.), foaming agents (MIBC, Aeroflot, dowsfroth 250, etc.), activators (copper sulfate, zinc sulfate, etc.), depressants (lime, cyanide, guar gum, etc.), pH modifiers (acids, carbonates, lime) and others (Allan & Woodcock, 2001). For the gold mineral dissolution process, the most widespread practice is the use of cyanide in alkaline media; despite increasingly strict environmental regulations, it remains a viable alternative due to its ease of use and low cost, in addition to being one of the most studied leaching agents for different types of minerals (Marsden & House, 2006); however, some minerals are difficult to treat with this reagent, which are considered refractory to the cyanidation process, that is, under normal conditions, recoveries greater than 50 % are not possible.

This work seeks to determine a metallurgical process for the recovery of gold based on the mineragra-

phy of the mineral from the Qero's Gold mine, where the metallurgical process shows variable recoveries because there is no characterization of the mineral and the mineralogical associations present, for so the use of the polarized light microscope has an essential effect for the determination of free gold and gold present in the quartz-pyrite matrix. The Scanning Electron Microscope (SEM) allows the identification and verification of the presence of gold in a solid solution and the associations with sulfides or submicroscopic minerals with gold companies. Finally, the results presented in this work show the performance of mineragraphy in the gold recovery process, mineragraphy characterization in conjunction with the metallurgical tests of grinding, gravimetric concentration, flotation, and cyanidation, allows obtaining applicable information for the optimization of metallurgical tests.

EXPERIMENTAL MATERIALS AND PROCEDURES

Non-probabilistic sampling of an intentional or criterial type is carried out for the mineral, and samples of the head, concentrate and tails are selected for chemical analysis by inductively coupled plasma optical emission spectroscopy (ICP-OES). The mineragraphic analysis (microscopic and macroscopic) and metallurgical tests laboratory level was carried out for studying the texture, mineralogical associations and particle size.

For size reduction, a jaw crusher and ball mill were used. For concentration, a flotation cell and centrifugal concentrator (Falcon F-140); for agitation leaching in bottles, and characterization in a scanning electron microscope (microscope of polarized light and X-ray diffractometer). In the description of the minerals, quartz (Qz), pyrite (py), goethite (goe), gold (Au), sulfosalts (sul), chalcopirite (cpy), hematite (he) are identified, electrum (el), arsenopyrite (apy) and others of lower concentration considered gangue (GGs).

Grindability tests were performed in a standard 6.5" x 9" laboratory ball mill at 66.7 % solids designed to evaluate material grinding, mineral sample was prepared at 100 % -m10 (8") to determine the grinding time necessary to obtain granulometry of 65 % -m 200 and 85 % -m 200; the products obtained were granulometry analyzed to determine the curve of grindability at different times (15, 20, 25 and 30 min), shake leaching in bottles at pH 11 with 30 % solids and 1000 ppm cyanide (CN-) prepared from NaCN, the rougher flotation at 32 % solids with a particle size of 65 % and 85 % -200 m (74 µm), the operating parameters used are summarized in Table 1. In addition, copper sulphate (CuSO₄) was used as sulfide activating agent, A-404 (dithiophosphate-mercaptobenzothiazole) as a primary co-

lector for the flotation of the auriferous pyrite in acidic and neutral circuits, Z-11 (sodium isopropyl xanthate) as a secondary collector of a selective feature that is used to combine the collecting and activating power, as well as MIBC (methyl isobutyl carbinol) as a foaming agent used in the flotation process.

Table 1. Operational parameters for laboratory tests

Tests	Operating parameters	
Gravimetric concentration	Sample weight	10 kg
	Granulometry	65 % - 200 m (74 μ m)
	Feed flow	1800 cm ³ /min
	Gravity force	98 G
	Water pressure	1.5 PSI
Rougher flotation	Sample weight	1000 g
	% Solids	32
	Granulometry	85 % - 200 m (74 μ m)
	Cell volume	3000 cm ³

For the cyanidation tests (Table 2), the cyanide dosage for the mineral was considered from the milling, and

the second test milling and cyanidation (direct cyanidation) at a particle size of 13.2 and 4.9 %, respectively, 1 Kg sample with 1000 ppm cyanide concentration at pH 11 and 72 hours of stirring, the pH values and cyanide concentration were set to avoid the formation of HCN, which is harmful to the process and to the environment.

Table 2. Operational parameters cyanidation tests in cyanidation tests (direct and from milling), 1 Kg of mineral, 1000 ppm CN-, pH 11, and 72 hours of agitation

Granulometry	
Direct cyanidation	13.2 % -200 m (74 μ m)
Cyanidation from grinding	4.9 % -200 m (74 μ m)

For the selection tests, the following stages are determined: grinding, gravimetric concentration-flotation and cyanide leaching; grinding-leaching (direct leaching) and leaching from grinding according to the species of minerals found and gold release.

RESULTS AND DISCUSSION

MINERALIZATION

The mineral comes from the Inkaracay, and Mina Sanca 2 veins of the gold deposit located in the Paucartambo



Figure 1. Site location

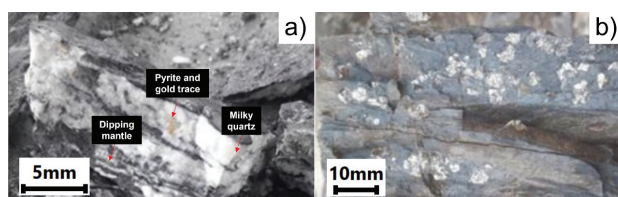


Figure 2. a) Inkaracay Vein with gold dissemination (dipping mantle, pyrite, and gold trace) and b) Mina Sanca 2 Vein

province of Cusco-Peru, belonging to the Qero's Gold mining company (Figure 1).

The Inkaracay vein (Figure 2a) presents an outcrop of approximately 130 m and 15 to 20 cm power, with a depth that reaches 60 cm. The assembly presents quartz (SiO_2 , Qz), pyrite (FeS_2 , Py), calcium carbonate (CaCO_3 , Ca), and gold (Au) represented by Qz-Py-Ca-Au, carbonates as well as coarse and fine gold are observed in the pyrite microfractures and disseminated gold in quartz with an average grade of 20 g/T; the Mina Sanca 2 vein (Figure 2b) presents an outcrop greater than 350 m, with an average power of 17 cm, and a depth that reaches 34 cm, the assembly shows quartz, pyrite, calcium carbonate, and Au (Qz- Py-Ca-Au), thick gold is appreciated in the form of native gold trapped inside a gray quartz matrix, they also appear in the form of leaves when in contact with quartz and slate, fine gold is shown as filler in pyrite microfractures with an average grade of 45 g/T.

In the stockwork zone are the Inkaracay and Mina Sanca 2 veins (Figure 3a and 3b, respectively), corresponding to a mineralized structure with the presence of several families of milky quartz veinlets; the predominant veins have a SE-NW direction, the rock assemblage is of the Qz-Py-Apy-Au-Ag type which presents high mineral pyritization encapsulated between quartz and pyrite, some veins exceed 250 g/T, and are thus exploited in a global area of approximately 1,000 m² with a grade of 8 g/T having proven mineralization of 40,000 T at 15 m depth and potential mineralization of 120 m in depth.

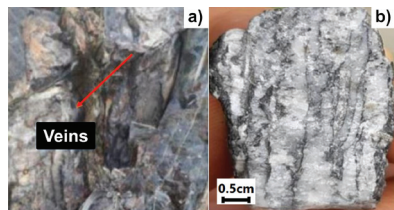


Figure 3. Stockwork area and veins

MINERAGRAPHICAL ANALYSIS

X-ray diffraction analysis of the two samples shows that the main composition in the Inkaracay vein (Figure 4a) is quartz (SiO_2), muscovite ($\text{KAl}_2\text{Si}_3\text{AlO}_{10}(\text{OH})_2$), and dolomite ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$) with minor composition, in the Mina Sanca 2 Vein (Figure 4b) it presents quartz (SiO_2), muscovite ($\text{KAl}_2\text{Si}_3\text{AlO}_{10}(\text{OH})_2$) and rutile (TiO_2) to a lesser extent.

The mineralogical analysis of the Inkaracay vein (Table 3) was carried out at different granulometry +100 (149 μm), +200 (74 μm), and -200 m mesh by microscope of polarized light to determine the degree of release

of the mineral. It can see mixed binary gold grain (Au) and gangues (GGs) at +100 m mesh (Figure 5a), ternary mixed grain of chalcopyrite (py), goethite (goe), and gangues (GGs) at +100 m mesh (Figure 5b), native gold free grain (Au) and pyrite (py) mesh +200 m (Figure 5c), a free particle of native gold (Au), mixed grain of pyrite (py) and goethite (goe) mesh + 200 m (Figure 5d), mixed binary grains of arsenopyrite (apy) with goethite (goe) and pyrite (py) with goethite (goe), free grains of sphalerite (ef) and pyrite (py) in a fine mesh of -200 m (Figure 5e), a mixed particle of native gold (Au) with pyrite (py) showing occlusion of the gold in a pyrite matrix at a fine mesh of -200 m (Figure 5f).

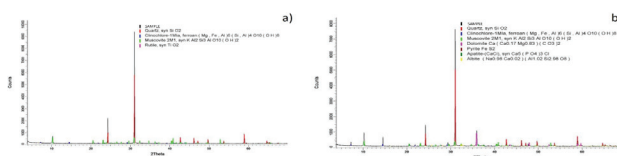


Figure 4. X-Ray diffraction analysis: a) Inkaracay vein, b) Mina Sanca 2

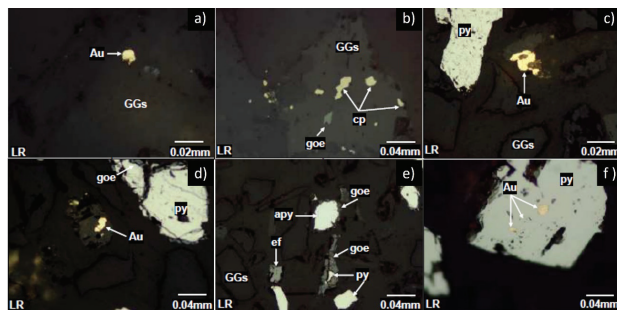


Figure 5. Inkaracay vein photomicrographs at mesh +100 m (a, b), +200 m (c, d) and -200 m (e and f)

The mineralogical analysis for the Mina Sanca 2 Vein (Table 3), in Figure 6a, at a granulometry of +100 m, a binary mixed grain of non-metallic gangues and native gold (GGs-Au) can be seen, in Figure 6b at a mesh +100 m mixed grains binaries of pyrite and goethite (py-goe), for Figure 6c, in a granulometry of +200 m, free grains of non-metallic gangue minerals (GGs), mixed binary grain of gold and goethite (goe/Au) can be appreciated.

At +200 mesh observe mixed binary grains of goethite and gold (goe/Au, Figure 6d); it can be seen that the finer the mineral (-200 m), the higher the degree of liberation, the gold is seen separated from the gangue free grains of native gold (Au, Figure 6e), finally it can be observed that at a -200 m there is the presence of mixed ternary grains of pyrite (py), hematite (hm) and goethite (goe) and free non-metallic gangue particles (GGs) in Figure 6f.

Table 3. Mineralogical analysis of the Inkarakay and Mina Sanca 2 at different granulometry

Sample	Mesh	Species	Figure
Inkaracay	100	gold-gangue	5a
		chalcopryrite-goethite-gangue	5b
		gold	5c and 5d
	200	pyrite	5c and 5d
		goethite	5d
		gangue	5c and 5d
		arsenopyrite-goethite	5e
		pyrite-goethite	5e
	-200	sphalerite	5e
		gangue	5e and 5f
		pyrite	5e
Mina Sanca 2	100	gold-gangue	6a
		pyrite-goethite	6b
	200	gold-goethite	6c and 6d
		gangue	6c
		Native gold	6e
	-200	gangue	6e and 6f
		pyrite-goethite-hematite	6f

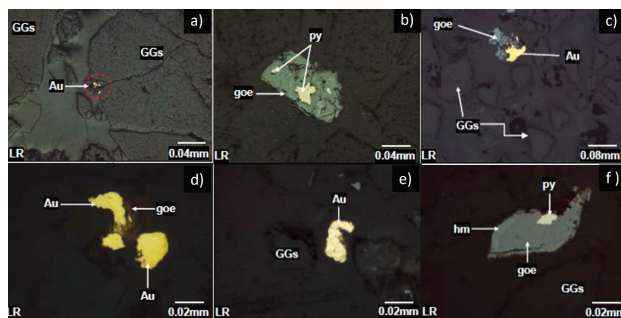


Figure 6. Mina Sanca 2 vein microphotographs at +100 m (6a, 6b), +200 m (6c, 6d) and -200 m (6e, 6f) mesh

METALLURGICAL STUDY

Table 4 shows the percentage composition in the mixture (blending) of the samples coded as 1, 2, and 3, used to analyze grindability, gravimetric concentration, rougher flotation, and leaching. The proposed scheme is in accordance with the operating conditions of the processing plant and quartz content (SiO_2) which could generate additional charges in operating and energy costs in the size reduction area.

Table 5 presents the chemical analysis (Au, Ag, As, and S) and organic analysis (mineral coal) of the mixtures codified in the previous section (sample 1, 2, and 3) and represents the head of the mineral for the metallurgical grinding tests, gravimetric concentration, leaching, and flotation.

The sulfur content is related to sulfide minerals such as pyrite, chalcopryrite, arsenopyrite, galena, and spha-

lerite (Table 5). Therefore, its presence will be discussed concerning the species present.

A) GRINDABILITY

From the grinding tests, the longer the residence time in the mill, the finer the granulometry is obtained (Figure 7a and 7b); for example, for sample 1 at 16.4 min, there is a P_{80} of 110 μm and with a longer residence time. The P_{80} decreases to 65 μm , unlike sample 2, significant variability in the granulometric curve concerning time is appreciated. At the P_{80} to achieve a granulometry of 100 μm , a time greater than 31.20 min at 65 % - 200 m must also be reached at 43.60 min; it achieves 68 μm in 85 % -200 m.

Sample 3 shows similar behavior to sample 1, because for 17.50 min, 115 μm is obtained at 65 % - 200 m and 85 % - 200 m to 27.60 min. An average of 19.37 min was determined to obtain a P_{80} of 100 microns, which is the optimal granulometry for the metallurgical processes selected with our type of mineral, for the flotation tests, and worked as a granulometry 85 % - 200 m to evaluate the effect of particle size in all tests.

B) GRAVIMETRIC CONCENTRATION

With this concentration test, it is possible to recover 49.19 and 13.40 % for gold and silver respectively. Sample 2 (Table 6), and Figure 8 show the photomicrograph obtained from the concentrate obtained. For sample 3, recovery of 58.61 and 14.63 % of gold and silver respec-

Table 4. Coding, the weight of the samples and percentage of mixture

Items	Sample 1		Sample 2		Sample 3	
	Weight (Kg)	Composition (%)	Weight (Kg)	Composition (%)	Weight (Kg)	Composition (%)
Inkaracay vein	28	63.64	18	36	28	49.12
Mina Sanca 2 vein	16	36.36	32	64	29	50.88

Table 5. Head chemical analysis of mixtures and organic carbon in shale rock

	Samples		
	Sample 1	Sample 2	Sample 3
Au (g/t)	0.17	2.91	1.96
Ag (g/t)	< 0.5	< 0.5	< 0.5
As (%)	4.16	3.46	5.06
S (%)	0.99	1.67	1.05
Total Carbon (%)	0.83	1.29	0.76
Organic Carbon (%)	0.28	0.13	0.41

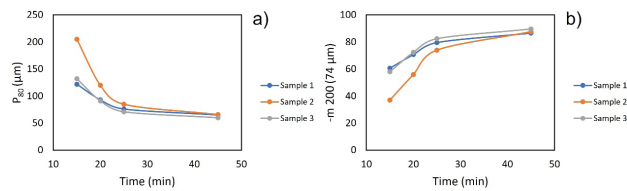


Figure 7. Time vs grindability of the samples 1, 2 and 3

Table 6. Gravimetric concentration, Sample 2

	Weight (%)	Grade (g/T)		Recovery (%)	
		Au	Ag	Au	Ag
Concentrate	1.19	89.78	7	49.19	13.4
Tailings	98.81	1.09	0.5	50.81	86.6
Head Calculated	100	2.15	0.58	100	100
Head tested		2.92	<0.50		

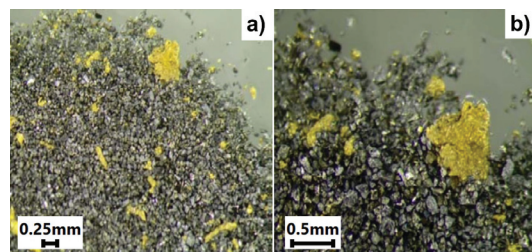


Figure 8. Gravimetric concentrate of sample 2, a) 80X and b) 160X

tively (Table 7), the low degree of recovery is related to the occlusion of gold within the pyrite as shown in (Figure 5f), and the encapsulation in the gangue (Figure 6a). On the other hand, sample 1 was not considered in this test due to the low concentration of gold (0.16 g/T).

Figure 9a shows the presence of oxidized pyrite with the presence of oxides such as hematite and goethite. In Figure 9b, arsenopyrite is present that causes problems in concentration; according to Figure 5, the release of this type of species depends on the size of particle obtained in the milling.

Table 8, presents a summary of the species found in the concentrate of sample 2 that has a higher content of gold (89.78 g/T) in the head, where there is a higher content of quartz (63 %), followed by pyrite and arsenopyrite (18 and 5 % respectively), a low amount of gold is recovery from the presence of gold as electrum at 0.1 %; the tailings obtained go to the next stage of concentration by flotation.

c) ROUGHER FLOTATION

Table 9 presents the recovery of gold and silver as elements of interest and arsenic and iron as harmful elements to evaluate the process. For sample 1 by flotation, 87.90 and 16.36 % recovery of gold and silver are obtained respectively in the concentrate for a gold head grade of 0.24 g/T, and less than 0.5 g/T of silver with a granulometry of 85 % -200 m pH of 7.7 this pH value prevents the flotation of pyrite instead of gold (Mu *et al.*, 2020), CuSO₄ acts as a pyrite depressant in the con-

ditioning stage, in addition the collectors A-404 and Z-11 are used in conditioning and flotation as well as in foaming the MIBC, this procedure is repeated for samples 2 and 3.

Table 10 shows a recovery of 95.54 and 50.74 % of gold and silver recovery, respectively, with a grade in sample 2 of 2.91 g/T and less than 0.50 g/T for gold and silver. The presence of arsenic in this sample is of 0.87 and 26.98 % of the iron in the concentrate. This behavior is related to the higher content of arsenic species in the form of arsenopyrite (Figure 9).

Table 11 presents the results obtained with sample 3; this has an intermediate recovery compared to samples 1 and 2 (90.43 and 29.44 %) for the recovery of gold and silver, respectively with a gold grade of 1.96 g/T and less than 0.50 g/T for gold and silver respectively with a mixture in similar compositions of the two veins tested (49.12 % of the Inkaracay vein and 50.88 % of the Mina Sanca 2 vein).

For the three samples presented, the gold recovery was high with 87.9, 90.43, and 95.54 % for samples 1, 3, and 2 respectively. Arsenic and iron are closely linked to gold recovery because their recovery is more significant, 78 % for As and 22 % Fe, respectively; this behavior is related to the presence of arsenopyrite; it is essential to mention that arsenopyrite has a collateral effect on the flotation due to hydrophobicity tends to float with valuable minerals despite depression with sodium aluminum silicate so the concentrates obtained went through the grinding, amalgamation, and retort process for the final recovery of gold.

Table 7. Gravimetric concentration, Sample 3

	Weight (%)	Grade (g/T)		Recovery (%)	
		Au	Ag	Au	Ag
Concentrate	1.19	132	7.7	58.61	14.63
Tailings	98.81	1.1	0.5	41.39	85.37
Head Calculated	100	2.66	0.59	100	100
Head Tested		1.95	<0.50		

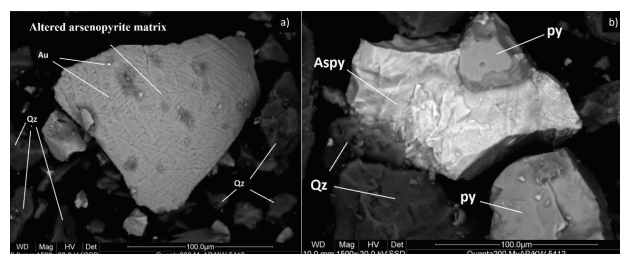


Figure 9. a) Altered arsenopyrite matrix, b) Matrix with arsenopyrite and pyrite

Table 8. Mineralogical analysis of the concentrate

Specie	Formula	Size (μm)	% Vol
Quartz	SiO ₂	200	63
Pyrite	FeS ₂	150	18
Calcite	CaCO ₃	6	
Arsenopyrite	FeAsS	80	5
Hematite	Fe ₂ O ₃	120	4
Alumina	Al ₂ O ₃	2	
Sulfosalt	CuPbSbS ₄	10	2
Galena	PbS	50	0.5
Sphalerite	ZnS	10	0.1
Electrum	Au-Ag	2-20	0.1

Table 9. Flotation metallurgical balance, Sample 1

	Weight (%)	grade				Recovery (%)			
		(g/T)	(%)						
		Au	Ag	As	Fe	Au	Ag	As	Fe
Concentrate	10.9	1.78	0.8	1.1	10.91	87.9	16.36	78.86	27.45
Tailings	89.1	0.03	< 0.50	0.04	3.53	12.1	83.64	21.14	72.55
Head Calculated	100	0.22	0.53	0.15	4.33	100	100	100	100
Head Tested		0.24	< 0.50	0.15	4.15				

Table 10. Flotation metallurgical balance, Sample 2

	Weight	grade				Recovery (%)				
	(%)	(g/T)	(%)							
		Au	Ag	As	Fe	Au	Ag	As	Fe	
Concen- trate	5.14	57.3	9.5	0.87	26.98	95.54	50.74	88.75	39.23	
Tailings	94.86	0.15	<0.50	0.01	2.27	4.46	49.26	11.25	60.77	
Head Calculated	100	3.08	0.96	0.05	3.54	100	100	100	100	
Head Tested		2.91	< 0.50	0.06	3.47					

Table 11. Flotation metallurgical balance, Sample 3

	Weight	grade				Recovery (%)				
	(%)	(g/T)	(%)							
		Au	Ag	As	Fe	Au	Ag	As	Fe	
Concentrate	10.93	16.78	1.7	0.93	10.63	90.43	29.44	88.39	22.96	
Tailings	89.07	0.22	< 0.50	0.02	4.38	9.57	70.56	11.61	77.04	
Head Calculated	100	2.03	0.63	0.12	5.06	100	100	100	100	
Head Tested		1.96	< 0.50	0.12	5.06					

D) LEACHING TESTS

The objective of this test is to evaluate the behavior and metallurgical response of sample 1 (63.64 and 36.36 % of the Inkaracay and Mina Sanca 2 veins, respectively), pH natural = 6.5 was measured by shaking the sample in water for 24 h. To maintain process leaching stability the pH is controlled with lime, small amounts were added, it was stirred for two hours, then the pH value is measured, and this is continued until reaching the cyanidation pH equal to 11.

Figure 10 shows the percentage of recovery of gold and silver with respect to a time of 72 hours when the cyanide is dosed from the milling and the direct leaching of the mineral; despite these conditions, it shows a low recovery of gold and silver (lower than 19 %) which is related to the preg-robbing effect which occurs in the presence of carbon (Sibrell & Miller, 1992), the sample used presents a content of 0.83 % of carbon in sample 1 (Table 4), it is also refractory to the process of leaching due to the fact that the gold is occluded in a pyrite matrix (Figure 4f), presents contents of arsenopyrite and altered arsenopyrite (Figure 9a and 9b). A similar behavior is observed if the cyanide concentra-

tion is increased to 2000 ppm CN^- and some alternatives were evaluated like as use prefloat and chlorine process with less performance and elevated consumption of reagents, these results are not shown in this research work.

Finally, in sample 1, the presence of the gold and silver alloy was found, known as electrum, which constitutes one of the leading gold minerals present in the sample (Figure 11) and presents chemical refractoriness (Yannopoulos, 1991), the other peaks were not identified because for the matter of these analysis only gold and silver are the objective, for this type of minerals there are several methods for their treatment such as the use of cyanide alternatives such as thiosulfate (Aylmore & Muir, 2001), thiourea (Deschênes & Ghali, 1988; Li & Miller, 2006) and others (Haque, 1987). However, these agents have limited chemical stability against certain pH and potential conditions (Calla & Nava-Alonso, 2020).

Of the three samples tested, the content in sample 1 presented has an intermediate concentration (0.83 %) and presents preg-robbing for gold, so it was not evaluated leaching test for samples 2 and 3 with contents of 1.29 and 0.76 % carbon total, respectively (Table 5).

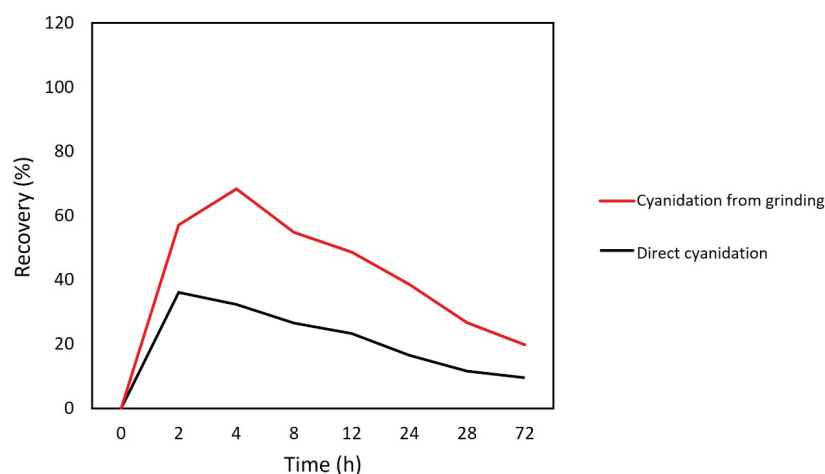


Figure 10. Gold recovery, a) direct cyanidation b) cyanidation from grinding

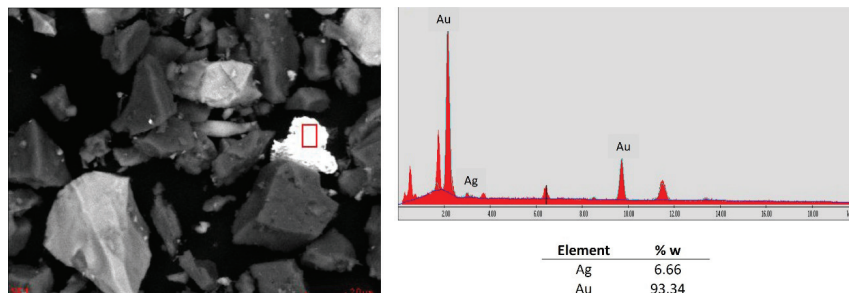


Figure 11. Presence of electrum (Au-Ag)

CONCLUSIONS

The mineralized structures of the Inkaracay and Mina Sanca 2 veins are found as an intrusive formation in the Qero's batholith and the Sandia formation, and there is evidence of a metamorphic rock location superimposed on the quartz mantles within which leads to the pyritization of the valuable material (gold).

The mineragraphic characterization helps determine the presence of gangues such as carbonaceous and silica in the mineralogical body. It serves as the basis for analyzing the behavior of the metallurgical process, for example, cyanide leaching is evident with a recovery of less than 19 %; this behavior was studied according to the release of the gold as well as the refractory behavior, the presence of electrum and occluded gold in the pyrite as well as the presence of arsenopyrite were studied in the leaching process of the tested samples.

Due to collection properties, it was determined that flotation is the suitable metallurgical process for the recovery of valuable minerals: for gold, 85 % -200 mesh, working with a blending of 36 % vein mineral Inkaracay, and 64 % of Mina Sanca 2 mineral vein (sample 2), a solids percentage of 30 % and a pH of 7.7 allow obtaining 95.54 % gold and 50.74 % silver recovery.

ACKNOWLEDGMENTS

Dandy Calla Choque thanks "Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT)" of the National Autonomous University of Mexico (UNAM) IA 106221 for funding this project.

REFERENCES

- Allan, G. C., & Woodcock, J. T. (2001). A review of the flotation of native gold and electrum. *Minerals Engineering*, 14(9): 931-962. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(01\)00103-0](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(01)00103-0)
- Audebaud, E. (1973) Geological study of the regions of Sicuani Ocongate (eastern mountain range of southern Peru), Grenoble. 59.
- Aylmore, M. G., & Muir, D. M. (2001). Thiosulfate leaching of gold-A review. *Minerals Engineering*, 14(2): 135-174. [http://doi/10.1016/s0892-6875\(00\)00172-2](http://doi/10.1016/s0892-6875(00)00172-2)
- Calla, D., & Nava, F. (2020). Thiourea determination for the precious metals leaching process by iodate titration. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 19(1): 275-284.
- Deschênes, G., & Ghali, E. (1988). Leaching of gold from a chalcopyrite concentrate by thiourea. *Hydrometallurgy*, 20(2): 179-202.
- Fullam, M., Watson, B., Laplante, A., & Gray, S. (2016). Chapter 19-Advances in gravity gold technology. Gold ore processing, 2nd Ed. Adams M. D., Elsevier: 301-314.
- Haque, K. E. (1987). Gold leaching from refractory ores. Literature survey. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 2: 235-253.
- Henley, K. J. (1989). A combined mineralogical/metallurgical approach to determining the nature and location of gold in ores and mill products. *Minerals Engineering*, 2(4): 459-470. [http://doi/10.1016/0892-6875\(89\)90081-2](http://doi/10.1016/0892-6875(89)90081-2)
- Li, J., & Miller, J.D. (2006). A review of gold leaching in acid thiourea solutions. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 27(3): 177-214. <http://10.1080/08827500500339315>
- Marsden, J. O., & House, C. I. (2006). *The chemistry of gold extraction*. Colorado, Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME).
- Mu, Y., Cheng, Y., & Peng, Y. (2020). The interaction of grinding media and collector in pyrite flotation at alkaline pH. *Minerals Engineering*, 152: 106344. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2020.106344>
- Sibrell, P. L., & Miller, J. D. (1992). Significance of graphitic structural features in gold adsorption by carbon. *Mining, Metallurgy & Exploration*, 9(4): 189-195. <http://doi/10.1007/BF03403434>
- Vargas, V. L., & Hipólito, R. A. (1998). *Geology of the quadrangles of río Pinquén, Pillcopata and Chontachaca*, Geological Mining and Metallurgical Institute: 25-t, 26-t and 27.
- Yannopoulos, J. C. (1991). *Treatment of refractory gold ores. The extractive metallurgy of gold*. USA: Springer, pp. 79-114.

Cómo citar:

Soto-Mayorga A. F., Calla-Choque D., Santos-Munguía P. C., & Rojas-Montes J. C. (2023). Mineragraphic evaluation for gold recovery. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-10 <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.022>



Application of mass-balance method to evaluate recharge rate patterns in a Quaternary aquifer in northern Mexico

Aplicación del balance de masa para evaluar patrones de tasa de recarga en un acuífero Cuaternario al norte de México

Esquivel-Victoria Edgar S.

Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM

Instituto de Geología

Posgrado en Ciencias de la Tierra

E-mail: edgare@geologia.unam.mx; edgesqv@hotmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4534-7732>

Escolero-Fuentes Oscar A.

Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM

Instituto de Geología

Departamento de Dinámica Terrestre Superficial

E-mail: escolero@geologia.unam.mx

<https://orcid.org/0000-0003-3914-9091>

Abstract

This study addresses the application of the mass-balance method to evaluate spatial changes in recharge and discharge rate patterns. Using MODFLOW it was generated two finite-difference steady-state groundwater models for an alluvial aquifer in the Lagunera Region of northern Mexico. Additionally, a spreadsheet program was developed to generate recharge-discharge rate pattern distributions corresponding to 2002 and 2014 years. Inverse numerical modeling was used to calibrate the steady-state groundwater models by applying a universal parameter estimation code. The root-mean-square error between the observed and simulated heads was used as a statistical control to evaluate model calibration. The results showed that recharge values were predominant in the surrounding areas, whereas discharge values were dominant in the central zones, coinciding with agricultural areas. Furthermore, the alternative-hypothesis from the sign test suggests that a change has occurred in the recharge pattern distribution during the study period.

Keywords: Recharge, groundwater model, mass-balance, calibration, statistics.

Resumen

En este trabajo se empleó el método de balance de masa para evaluar cambios espaciales en patrones de tasa de recarga y descarga. Para evaluarlo, se generaron dos modelos numéricos de diferencias finitas en estado estacionario de un acuífero aluvial en la Región Lagunera al norte de México utilizando MODFLOW. Se desarrolló además, un programa de hoja de cálculo para generar la distribución inicial de patrones de tasa de recarga-descarga correspondientes a los años 2002 y 2014. El proceso de calibración se realizó mediante modelación numérica inversa, aplicando un código universal de estimación de parámetros. La raíz del error cuadrático medio entre las cargas observadas y simuladas se usó como medida de control estadístico para evaluar la calibración de los modelos. Los resultados mostraron que los valores de recarga predominan en las áreas circundantes mientras que los valores de descarga son dominantes en las zonas centrales coincidiendo con áreas agrícolas. Adicionalmente, la hipótesis alternativa de la prueba de signos sugiere que ha ocurrido un cambio en la distribución de patrones para el periodo estudiado.

Descriptores: Recarga, modelo numérico, materia, calibración, estadística.

INTRODUCTION

An important component of water supply and vulnerability studies is quantifying groundwater recharge rates. Long-term safe yield and water management strategies require knowledge of recharge rates. However, recharge rate values are uncommon or difficult to specify because no methods can measure recharge directly. Furthermore, recharge rates are highly variable at both spatial and temporal scales as a consequence of several factors, such as geology, climate, and topography, which can lead to erroneous estimates. Therefore, it is necessary to employ tools that can evaluate the magnitude and spatial distribution of recharge rates, considering additional parameters that affect the hydrological system, which can be adjusted in later stages.

Using numerical flow models is one method to evaluate recharge rates and their spatiotemporal distributions objectively (Sanford, 2002). Numerical flow models are simulation tools that can represent the spatial and temporal variability of aquifer properties and the natural or artificial conditions of hydrogeological systems. Numerical models can be used to predict groundwater dynamics using hydraulic parameters (e.g., hydraulic conductivity and recharge) and boundary conditions (Bear & Cheng, 2010).

To obtain accurate predictions, numerical groundwater flow models must be calibrated. In the calibration process, also known as inverse modeling, it is looked for the minimization of the differences between the simulated (output) and observed (input) hydraulic head data using error statistics as the fitting criteria (Hill & Tiedeman, 2007). During the process, several combinations of hydraulic parameters (e.g., recharge and hydraulic conductivity) and boundary conditions are considered until an acceptable agreement between the simulated and observed heads is achieved (Batu, 2006). The calibration process can be accomplished manually ("trial-and-error") or using mathematical optimization techniques. In the "trial-and-error" approach, the user performs several combinations of parameters based on their knowledge, expertise, and predilection. In contrast, automatic processes utilize optimization techniques to minimize the residual heads in a global or local context until the fitting criteria are reached (Anderson *et al.*, 2015).

The application of MODFLOW and HELP3 to estimate the spatial and temporal recharge distribution in the Pleasant Plain area of Dover Township, Ocean County, New Jersey, was studied by Jyrkama *et al.* (2002). Using daily precipitation and temperature records in conjunction with land use/land cover and soil data, it was developed a physically based and highly

detailed boundary condition for groundwater modeling was developed from January 1970 to September 2000. The results showed that the combined use of a hydrological model (HELP3), a geographic information system (ArcView-GIS), and transient groundwater model (MODFLOW) improved not only model calibration but also simulated water table. The simulated water table is within 0.5 m of the observed values compared to that obtained using uniform recharge conditions with water levels varying as much as 2 m. Sensitivity analysis revealed that both the curve number and evaporative zone depth greatly influenced the groundwater recharge rates, whereas the leaf area index had a minor impact. The groundwater modeling program MODFLOW in conjunction with a geographic information system (MAPGIS), was used by Wang *et al.* (2008) to study the impact of recharge on the groundwater flow system in the North China Plain (NCP). MODFLOW and MAPGIS were integrated under the internet environment and applied to the NCP for the simulation period from January 2002 to December 2003. From the study period, it was inferred that the total recharge of the groundwater system was minor than the total discharge, thus exhibiting a budget deficit. The authors concluded that groundwater in the NCP was overexploited and had a severe crisis. It was also concluded that precipitation was the main recharge source, accounting for ~75 % of all recharge in 2002 and 2003, whereas evaporation was the main discharge, accounting for ~25 % of all recharge in 2002 and 2003 for the shallow aquifer. Artificial pumping is the major source of discharge in deeper aquifers of the NCP. The application of MODFLOW and the hybrid PSOLVER optimization algorithm to estimate groundwater recharge rates and zone structures on the Tahtalı Watershed was studied by Ayvaz & Elçi (2014). It was compared results of a finite-difference groundwater model adjusted by using PEST which considers hydraulic conductivity and recharge zone structures based on lithology and land use, against the same finite-difference model but using a Voronoi Tessellation of the studied domain and a global-local optimizer based on conjugate-gradient methods with penalty functions to constrain the simulation-optimization problem. The results shown that a six-zone structure solution was selected as best zone structure for the estimation problem, while calibration statistics were significantly improved by using the proposed methodology. MODFLOW, remote sensing, and satellite images were used to quantify the groundwater recharge in the Mosian aquifer system in western Iran by Ebrahimi *et al.* (2016). A steady-state numerical model in conjunction with land use map and irrigated area map were developed in 1991 to estimate the deep infil-

tration of water. The results of MODFLOW, remote sensing, and satellite images of Landsat TM indicated that groundwater recharge from rainfall and irrigation return occurred at a rate of 0.15 mm/day. Quantified groundwater recharge from rainfall was approximately 10 % of total rainfall. MODFLOW and HYDRUS-1D models were used to evaluate groundwater recharge and recharge flux in New Delhi, India (a semiarid region) by Dandekar *et al.* (2018). Using a variably saturated model (HYDRUS-1D) in various subareas, the daily recharge flux was obtained at the bottom of the unsaturated zone, which coincided with the uppermost boundary of the saturated zone. This water flux was taken as the recharge rate for simulation on MODFLOW to obtain groundwater recharge during the pre- and post-monsoon periods. These results suggest that evaporation is important in controlling recharge in semiarid regions. Approximately 61 % of rainfall (a major source of recharge) goes as evaporation (ET) whereas the average cumulative recharge flux was 31.28 % of the monsoon rainfall. If pumping conditions were maintained, net groundwater recharge would be 23 %, otherwise it would be approximately 30 % of the monsoon rainfall similar to the average cumulative recharge flux.

A groundwater flow model is commonly translated into mathematical terms using numerical methods, generally implemented through commercial software with ready-to-use graphical interfaces. However, most commercial packages lack additional tools for obtaining spatially distributed recharge-discharge patterns. Recharge or discharge rates are frequently considered just as fitting parameters, and the final user has no way to understand the process of getting these pattern distributions. Furthermore, spatially distributed recharge-discharge patterns using alternative modules require complicated additional modifications to the program's code, which might be confusing and problematic for the final user. Therefore, it is necessary a simple and efficient numerical tool that can complement the use of conventional programs. Examples of this are spreadsheet programs (SSP). Programs based on spreadsheets are widely used, free, and can be employed to solve a wide diversity of engineering problems, such as evaluation of groundwater flow (Karahan & Ayvaz, 2005). User-friendly, numerical feedback, graphical visual interfaces, ease of programming, and real-time plotting are some of the main advantages of these tools. The objective of this study is to present the application of an SSP in conjunction with the mass-balance method to obtain recharge-discharge patterns in a Quaternary aquifer in northern Mexico. An SSP program was developed in conjunction with the mass-balance method to obtain recharge-discharge patterns corresponding to

2002 and 2014 years. A numerical groundwater flow model (MODFLOW) was constructed to evaluate the previously obtained recharge-discharge patterns, and each model was calibrated using UCODE. Two maps were prepared to observe the distribution of the recharge-discharge rates in the area. To assess the magnitude and spatial variation in the recharge-discharge patterns, it was necessary to perform a statistical analysis in order to conjecture on the spatial and temporal evolution of the recharge-discharge rates.

STUDY AREA

The Lagunera Region (101° 41' and 104° 61' W and 24° 59' and 26° 53' N) is located in the northern part of Mexico in the Coahuila and Durango states and forms part of the Chihuahuan Desert (Figure 1). It also includes the Nazas-Torreon, Aguanaval, Mayran, and Viesca basins. The Lagunera Region is surrounded by mountain ranges, which include the Jimulco Mountains to the southeast, the Noas Mountains to the south, the Mapimi and Sarnoso Mountains to the west, and the Campana, Tlahualilo, and Delicias Mountains to the north. The study area covers an approximate area of 5483 km²; the valley has elevations fluctuating around 1200 m above sea level (a.s.l), whereas surrounding mountain elevations fluctuate around 1500 m.a.s.l. Because of the rapid socio-economic development over the last decades, the population in Lagunera Region has grown from 700 000 in 1970 to approximately 1 500 000 inhabitants in 2010 (INEGI, 1970; 2010).

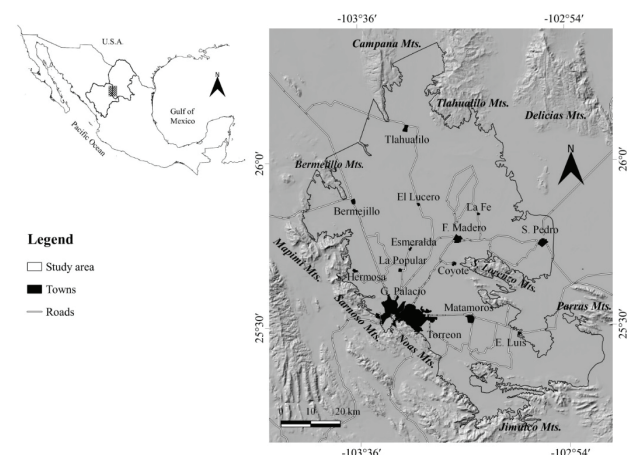


Figure 1. Study area location and model boundary

The Lagunera Region has annual temperatures varying from 4°C in winter to above 35°C during summer, with an average annual precipitation of 250 mm and an average annual evaporation of 2500 mm. Therefore, it is assumed that the main source of natural recharge ente-

ring the valley is lateral flow from the mountain front, underflow from adjacent aquifers, and irrigation return (CONAGUA, 2015). The principal localities are G. Palacio and Tlaxiaco in the southwest, F. Madero and Matamoros in the center, Tlaxiaco and Bermejillo in the north, and E. Luis in the south.

The principal aquifer of the Lagunera Region is located in a valley filled with alluvial-lacustrine sediments forming an unconfined aquifer (CNA, 2003). It is located at the convergence of the tectonostratigraphic province Sierra Madre Oriental (SMO) and the granitic and metasedimentary basement high (horst), known as the Coahuila Block (Padilla y Sánchez, 1986; Goldhammer, 1999). The geological formations in the catchment area vary from Mesozoic to Quaternary (Figure 2). The Jurassic is represented by the Zuloaga, La Gloria, and La Casita formations constituted for limestones, sandstones, and evaporites with variable thicknesses. In contrast, the Cretaceous is represented by the Taraises, Cupido, La Peña, Acatita, Aurora, Cuesta del Cura, Indidura, and Caracol Formations, composed of sandstones, limestones, and lutites. The Cenozoic is represented by the Auichila Formation (conglomerates, mudstone, and tuff) from the Eocene and Oligocene granitic-dioritic intrusives. There are also Pliocene volcanic deposits that vary from rhyolites to basalts in outcrops to the north of S. Pedro (Tardy, 1972; Tardy *et al.*, 1975; Padilla & Sánchez, 1986; Martínez, 1989; Goldhammer, 1999). Cretaceous formations and Quaternary alluvium are considered the most important aquifers. The second

one has a variable thickness that varies from dozens (near mountains) to hundreds of meters (350-400 m) in the central parts of the valley (CNA, 1999). Because of clayey horizons, some areas east of the region may act as local aquitards (Ortega, 2003).

The Nazas and Aguanaval are the main rivers in the endoreic alluvial-lacustrine basin, and their contributions are used mainly in agricultural activities. The Nazas River, of perennial regime, has a longitude of 580 km and is formed at the confluence of the Ramos and Sextin rivers. Its approximate annual flow of $1300 \times 10^6 \text{ m}^3$ is controlled by the Lazaro Cárdenas Dam (El Palmito), which has a capacity of $2873 \times 10^6 \text{ m}^3$, and the Francisco Zarco Dam, which has a capacity of $309 \times 10^6 \text{ m}^3$. It also has five diverting dams, Santa Rosa, Calabazas, Coyote, Cuije, and San Fernando. The Aguanaval River has an approximate longitude of 500 km and is formed by the Sain Alto and Trujillo Rivers. Their approximate annual flow of $120 \times 10^6 \text{ m}^3$ is controlled by the Santa Rosa Dam ($14 \times 10^6 \text{ m}^3$), Leobardo Reynoso Dam ($118 \times 10^6 \text{ m}^3$), and Cazadero Dam ($26.8 \times 10^6 \text{ m}^3$) (CONAGUA, 2014).

The main types of soils in the area are Xerosoles and Litosoles. Of the total cultivable area, 80 % comprises forage (alfalfa) and corn (CONAGUA, 2010). According to Rodríguez *et al.*, 2014, the estimated volumes of annual extraction during 2002 were $1088 \times 10^6 \text{ m}^3$, $1028 \times 10^6 \text{ m}^3$ in 2003, $1222 \times 10^6 \text{ m}^3$ in 2009, and $1788 \times 10^6 \text{ m}^3$ in 2013, with an average annual recharge of $518.9 \times 10^6 \text{ m}^3$. The main uses of groundwater extraction volume

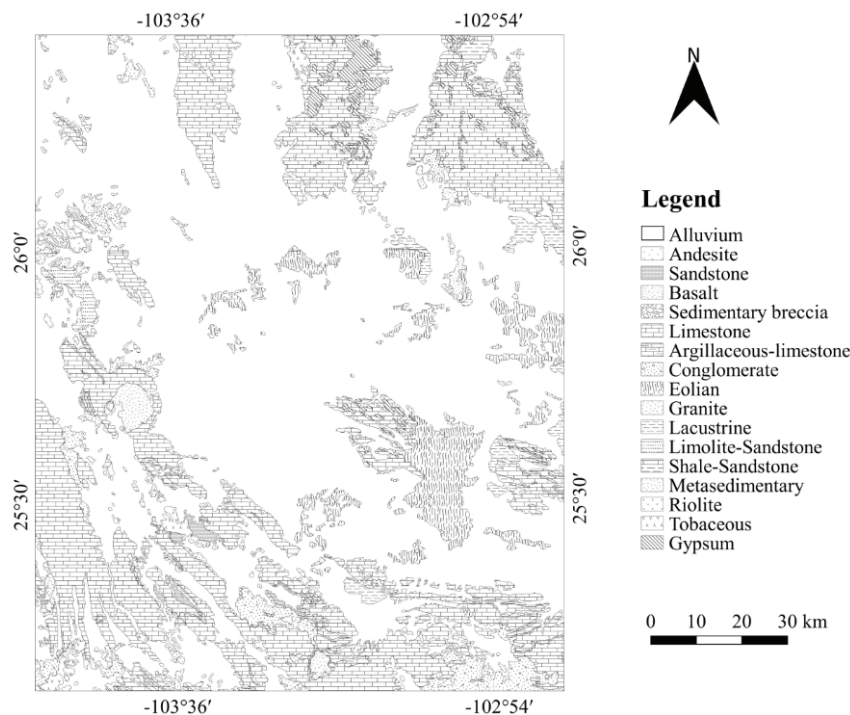


Figure 2. Principal types of lithology exposed in the Lagunera Region

are: 81.20 % agriculture, 11.61 % urban-public, 2.34 % domestic, 2.23 % livestock, 1.72 % industrial, 0.67 % service, and 0.21 % multiple uses (CNA, 2003). During 2015, potable water demand was satisfied at 98.43 % for the urban sector and 89.35 % for the rural sector (CO-NAGUA, 2018).

ESTIMATION OF WATER-BUDGET

The water-budget method helps to determine changes in groundwater storage over time by using significant components that directly influence inflows and outflows to the hydrogeological system (Healy, 2010). It has been used in several practical studies to obtain changes in storage and determine components that are difficult to estimate by other methods (Zaidi *et al.*, 2007; Skrzypek *et al.*, 2016). Accordingly, in the case of Lagunera Region the main water-budget components are shown in Table 1.

Table 1. Water-budget components in Lagunera Region

Component	Estimated value (2002)*	Estimated value (2014)*
Precipitation	78.83	63.11
Lateral inflow	334.96	307.35
Irrigation return	79.68	64.48
Lateral outflow	52.00	12.31
Pumping	441.48	422.64

*Values are in millions of cubic meters (m³)

METHODOLOGY

DISTRIBUTION OF RECHARGE-DISCHARGE PATTERNS

In general, the groundwater flow equation can be derived by using Darcy's law and the continuity equation for a representative elementary volume (REV), often a cube, where hydraulic properties are assumed to be constant (Yeh *et al.*, 2015). Thus, for steady-state conditions through an anisotropic, heterogeneous, two-dimensional porous media the groundwater flow equation can be expressed as:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \pm W \quad (1)$$

Where:

h = hydraulic head

K_x, K_y = principal components of the hydraulic tensor in the x and y directions, respectively

W = source/sink term (Anderson *et al.*, 2015)

Analytical solutions of Equation (1) are uncommon; it is customary to employ approximated solutions provided by numerical methods. Numerical methods can be used to solve the equations describing groundwater flow and solute transport. There are several numerical methods in the literature; however, one of the most widely used is the finite-difference method (Batu, 2006). In the finite-difference method, the studied domain is discretized into a group of cells (subareas), and partial derivatives are substituted by the fraction obtained between the differences in head values with respect to separation at the central nodes. Once the domain is discretized, and according to Figure 4, if contributions from all adjacent cells are considered, the total net inflow rate to a cell can be expressed using the SSP and Darcy's Law as follows (Figure 3).

$$Q_T = \sum Q_L = Q_B + Q_D + Q_F + Q_H \quad (2)$$

$$= K_x \frac{(h_D - h_E)}{\Delta x} \Delta y + K_y \frac{(h_B - h_E)}{\Delta y} \Delta x + K_x \frac{(h_F - h_E)}{\Delta x} \Delta y + K_y \frac{(h_H - h_E)}{\Delta y} \Delta x \quad (3)$$

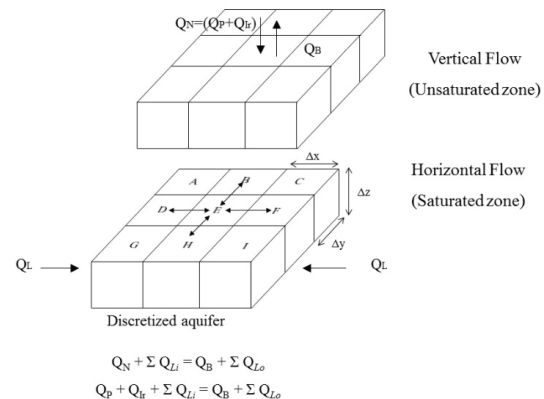


Figure 3. Schematic representation of the recharge evaluation processes in the Lagunera Region

In steady-state conditions, Equation (3) accounts for the recharge-discharge flow rates into a cell; thus, applying Equation (3) to all cells will produce a spatial distribution of the recharge-discharge patterns (Stoertz & Bradbury, 1989; Lin *et al.*, 2009). Additionally, using the same established units, external flow rates, such as pumping or vertical recharge, can be added to Equation (3). Vertical recharge (Q_N) is frequently derived from additional models, such as the water budget (Healy, 2010). The Water-budget is often applicable at the basin or local scales using time-averaged components such as precipitation (P), irrigation return (Ir), and lateral flows (Q_L). Using the general water balance principle, changes in groundwater storage in the study area can be expressed as:

$$P + Ir + Q_{Li} - Q_{Lo} - ET - Q_B = \Delta S \quad (4)$$

where P is precipitation, Ir means irrigation return, Q_{Li} is lateral inflow, Q_{Lo} represents lateral outflow, ET is evapotranspiration, Q_B refers to pumping, and ΔS refers to changes in storage over time (Şen, 2015). However, because of intensive pumping in the study area, important changes in the natural flow regime have occurred, reducing lateral outflows and causing a thick unsaturated zone and, consequently, a deep-water table (Table 1). Because the water table is profound, there is no evapotranspiration/evaporation process to account for; thus, the term ET in Equation (4) can be ignored. Therefore, considering steady-state conditions, the water budget can be expressed as follows:

$$P + Ir + Q_{Li} = Q_B + Q_{Lo} \quad (5)$$

In this way, the corresponding fraction of the resulting value of natural recharge can be added to each cell to account for the total input flow to a cell or group of cells. The final expression considering the total flow into a cell can be finally written as:

$$Q_N + \sum Q_{Li} = Q_B + \sum Q_{Lo} \quad (6)$$

CONCEPTUAL MODEL

The conceptual model was defined according to existing geological data, cross-sections, and bore-hole data obtained from the archives of the National Water Commission and a field campaign. The finite-difference numerical method was the selected algorithm to evaluate the recharge-discharge patterns in the Lagunera Region. The Model Muse-graphical user interface for MODFLOW-2005 version 4.3.0.0 was chosen for the simulation process (Winston, 2019). The modular finite-difference model of the US Geological Survey, MODFLOW-2005 (Harbaugh, 2005), was applied to perform the analysis of recharge-discharge patterns and the numerical simulation of the hydrogeological system. This code has been used to evaluate recharge in several studies producing acceptable results to implement water management policies (Ayvaz & Elçi, 2014; Siade *et al.*, 2015; Knowing & Werner, 2016).

The conceptualization process is based on the distribution of materials according to the local geology. Because the main aquifer is located in granular materials and there are no confining layers on top of the domain, the model was conceptualized as unconfined. Based on the cross-sections and lithological logs, the domain was conceptualized as a variable-thickness double-layer model. Additionally, all side domains were conceptualized

as head-dependent boundary conditions to represent the inflows and outflows to the hydrogeological system. Recharge, discharge and pumping were simulated using a specified-flux boundary condition. Because of the lack of geological or hydrologic evidence regarding the hydrologic conditions that impede flow into or out of the hydrological system, it was unnecessary to consider a no-flow boundary condition. The bottom surface of the domain (approximately 300 m below the surface) was specified as a no-flow boundary. At this depth, and because there is no reliable information, it is assumed that there is no upward flow effect from deeper layers; therefore, the groundwater flow was considered essentially horizontal.

GIS-layers containing observation data (hydraulic head) and input parameters (hydraulic conductivity and recharge-discharge) were created for model construction and calibration. The aquifer hydraulic parameter assignment was based on the local geology and data availability. The spatial distribution of the hydraulic head was determined by universal kriging. Hydraulic conductivity values were obtained from pumping tests on the ancient river pathway near the main cities and towns. The initial recharge-discharge values were obtained from the water-budget and the procedure previously described. Additionally, because majority of water volume from rivers is used in agricultural activities, it was considered as a part of the irrigation return flow in the water-budget evaluation (Table 1). For analysis, a grid system was developed to cover the study domain. A uniform square grid with 103 columns and 130 rows containing cells with an area equivalent to 1 km² produced a total of 13390 cells, of which only 5381 were active (Figure 4). Based on the pumping test, it was determined that transmissivity values vary from 8.64×10^{-5} to 8.11×10^{-3} with an average value of 1.77×10^{-3} m²/s from the north toward the central part of the study area. Storage coefficient varies from 1.245×10^{-2} to 9.936×10^{-3} (CNA, 1999).

NUMERICAL SIMULATION AND MODEL CALIBRATION

Once the conceptual model of the study area was established, it was implemented using the MODFLOW software. The initial numerical values and corresponding interval values considered for each parameter used in the model setup and calibration are presented in Table 2. Additionally, a grid system was developed based on grid dimensions during the conceptualization process. The starting hydraulic head values were assumed to be between the bottom of the top layer and the reliable land surface elevation data. Then, MODFLOW was prepared to be executed under steady-state condi-

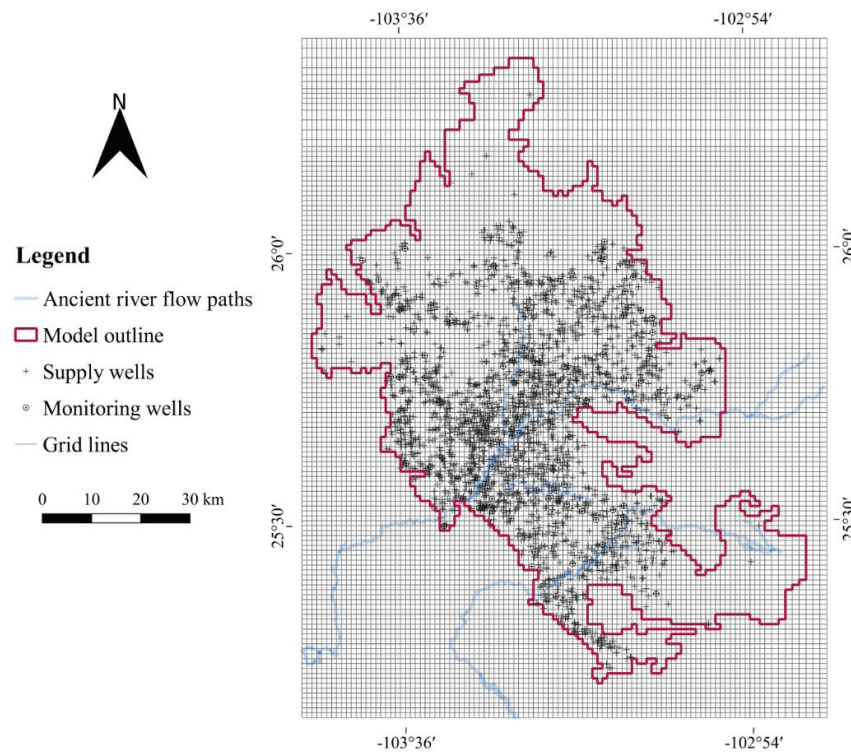


Figure 4. A map showing the finite differences grid over the study area, well locations and numerical model outline

tions. Initially, the layer property flow (LPF) package was used to define the properties that control the flow between cells, such as hydraulic conductivity, vertical and horizontal anisotropy, and layer geometry. A necessary condition for executing MODFLOW is specifying the type of boundary. According to the conceptual model of the study area, a main package was used to specify boundaries, the General-Head Boundary (GHB) package. The General-Head Boundary package is used to simulate the head-dependent flux boundaries. In the General-Head Boundary package, the flux is simulated as a proportional difference in the head. Finally, to compare the model outputs, three different solvers were used: the Strongly Implicit Procedure (SIP) package, the preconditioned conjugate-gradient (PCG) package, and the Direct Solver (DE4) package. The SIP package uses only the outer iterations. The PCG package uses both inner and outer iterations. The DE4 package uses inner or outer iterations, but not simultaneously (Harbaugh, 2005).

The universal inverse modeling computer code UCODE was employed in the calibration process (Poeter *et al.*, 2005). The ModelMate-graphical user interface for UCODE-2005 version 1.0.3 was selected for calibration (Banta, 2011). UCODE applies nonlinear regression to parameter estimation by minimizing a weighted least-squares objective function using a modified Gauss-Newton method. First, transmissivities computed from pumping test data in granular media

were used to obtain consistent hydraulic conductivity estimates according to granular materials and a literature review (CONAGUA, 2015). After that, it was also necessary to adjust the recharge values obtained with the proposed procedure. During the calibration process, the hydraulic conductivities of the two model layers were first calibrated, followed by the recharge values. This was done to avoid an undesirable correlation effect between recharge and hydraulic conductivity. Finally, according to the conceptual model, the main outflow in the aquifer is because of pumping, which is also the main cause of inversion in natural flow (CNA, 1999; CONAGUA, 2015); therefore, only lateral inflows were simulated using the general-head boundary (GHB) condition. Accordingly, during the calibration process, the conductances were also adjusted according to the geological material and boundary geometry.

To ensure an effective calibration process, it was necessary to identify a group of parameters that can satisfactorily reproduce field observations, whereas minimizing the root-mean-squared residual head (Anderson *et al.*, 2015). The established target was ± 1 for the hydraulic head data to obtain a steady-state calibration. In total, 124 observed hydraulic head data points from the wells were used to calibrate the steady-state model within the target for both years.

Table 2. Key parameters used for the calibration process

Parameter	Interval		Starting value	Observations
Hydraulic conductivity (m/s)	1.0 × 10 ⁻⁶ to 3.5 × 10 ⁻⁵		1.1 × 10 ⁻⁶	Values based on transmissivities calculated from pumping test data and literature values
Conductance (m ² /s)	2.1×10 ⁻⁶ to 4.2×10 ⁻⁵		2.50×10 ⁻⁶	Consistent with horizontal hydraulic conductivity and the existent lithology in the area
Recharge/Discharge rates (m ³ /s)	2002	2014	-2.01 × 10 ⁻⁶ to 3 × 10 ⁻⁸	Values based on the applied procedure
	-2.0 × 10 ⁻⁶ to 2.51 × 10 ⁻⁸	-8.0 × 10 ⁻⁸ to 2.1 × 10 ⁻⁸		

RESULTS AND DISCUSSION

The calibrated model results for 2002 and 2014 are shown in Figure 5. As can be noted, the calibration plots indicated a good correlation coefficient between the hydraulic head and model-simulated data for both years. Additionally, the calibration process was evaluated using many statistical indices, such as the mean error (ME), mean absolute error (MAE), and root-mean-square error (RMSE), where the error (E) is represented as the difference between the observed and model-simulated head. In both cases, the root-mean-square error (RMSE) was minimal, which suggests that the models can adequately reproduce the local hydrogeological conditions.

The contour maps of the simulated hydraulic heads for 2002 and 2014 are shown in Figure 6. It can be noted from Figure 6 that groundwater levels are not uniformly distributed in the study area. The simulated hydraulic head contours exhibited a general decline throughout the domain. As shown in Figure 6, low groundwater levels are predominant in the central parts of the domain, which appear to coincide with the agricultural areas (north of Es-

meralda, northwest of F. Madero, east of Torreon, and between Matamoros and E. Luis). The nearest neighbor analysis of pumping-well locations indicates that the observed mean distance is approximately 562.34 m, whereas the expected mean distance is 1056.39 m with the nearest neighbor index of 0.53 and a z-score of -43.05 which suggests that in the central parts of the domain, the concentration of pumping wells is high (~ 6 wells/ km^2). Furthermore, a visual inspection of Figures 3 and 6 indicates a spatial correlation between the cones of depression and the pumping-well locations. Figure 6b, which corresponds to 2014, also exhibits a similar geometry to that of Figure 6a, where equipotential lines decline toward the central and southern areas; however, groundwater-level contours are even lower than those obtained from 2002, and the cones of depression appear to be wider than those from figure 6a. This might be result from the fact that groundwater abstraction during the study period has change in a significant way to induce changes in groundwater flow pattern, and that groundwater outputs might not have been effectively compensated for by inputs to the hydrological system. Model results indicate that the average pumping during 2002 was approximately 492.85×10^6

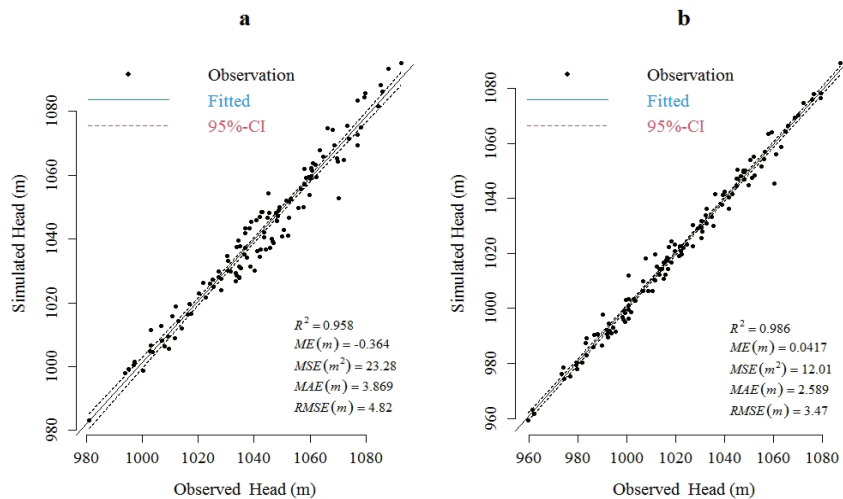


Figure 5. Calibration plots for the two steady-state models

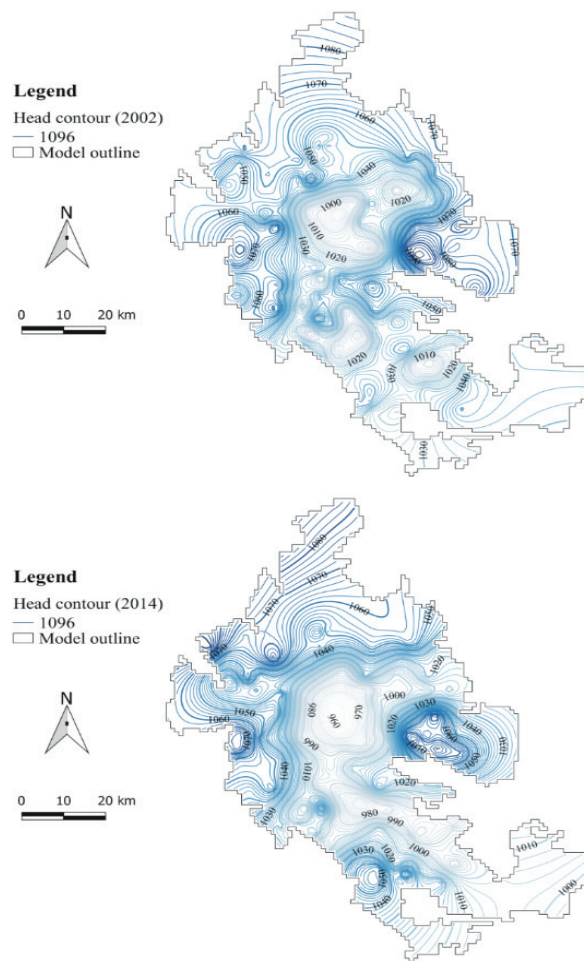


Figure 6. Simulated hydraulic head contour distribution for 2002 and 2014 years

m^3 and during 2014 was $423.44 \times 10^6 \text{ m}^3$, which are 10.4 % and 0.18 % larger than the water budget, respectively. Additionally, an analysis of average annual rainfall data from climatic monitoring stations located in the surrounding sub-basins showed a general descending trend in rainfall amounts during the period 1970-2015, with a considerable period of low rainfall amounts from 1991 to 2001 followed by a recovery period 2002-2008 and an important diminution of registered rainfall during 2008-2013 which also suggests that the apparently low groundwater levels may be in response to the general low replenishment from precipitation during this decade (Figure 7). Information analysis of pumping-well locations and rainfall data suggests that the apparently low groundwater-level distribution corresponding to 2002 and 2014 may be in response to groundwater abstraction and generally low rainfall amounts, which might lead to considerable changes in groundwater flow patterns.

On the other hand, it can also be appreciated from Figure 6 that high groundwater levels are distributed

principally on the periphery of the study area, principally from west-northwest areas (Mapimí, Bermejillo, and Sarnoso Mountains) and from the eastern areas (north of San Lorenzo Mountains) being coincident in a location with Tlahualilo, S. Pedro, El Cuije and P. Guadalupe climatic monitoring stations and where rainfall reports from this monitoring stations show an increase for the 2000 year. The groundwater-level contour distribution also indicates that inflows coming from surrounding mountains to the south and east are different than those coming from siliciclastic material in the northern areas, as was analyzed by the head-dependent boundary condition managed in the GHB package. Furthermore, agricultural activity is limited in these areas, and pumping wells are scarce ($\sim 1 \text{ wells/km}^2$); as a consequence, pumping activity is not intensive or even null. Therefore, the observed trends in the groundwater-level contour distribution result from the effects of rainfall trends in conjunction with the groundwater abstraction regime, which highly influences groundwater-recharge patterns. Although direct vertical recharge from precipitation and irrigation returns plays an important role in the aquifer replenishment (jointly representing 32.12 % in 2002 and 29.33 % in 2014), model results suggest that main inflows become from lateral boundaries as were calculated by using GHB conditions (67.87 % in 2002 and 70.66 % in 2014). This might be because groundwater levels are profound, resulting in a thick unsaturated zone (an average of 76.6 m deep) which complicates replenishment from direct vertical recharge.

The resulting spatial distributions of the recharge-discharge rate values for 2002 and 2014 are shown in Figure 8. It can be appreciated that recharge-discharge rates values for 2002 were not uniformly distributed in the study area. Discharge rate values were distributed in an approximate area of 2427.8 km^2 representing approximately 44.27 % of the studied domain, with an average rate of $-2.11 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$. Similar to the case of the groundwater-level distribution for 2002, this spatial pattern also corresponds with agricultural areas in central zones where pumping wells are abundant. In contrast, recharge rate values represent an approximate area of 3055.2 km^2 (55.72 %) with an average rate of $1.69 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$. They are mainly distributed around the studied domain where agricultural activities are non-intensive and pumping-well location is scarce, as in the groundwater-level contour distribution shown in Figure 6. This suggests a narrow relationship concerning the groundwater-level distribution, pumping-well abstraction, and recharge-discharge rate values.

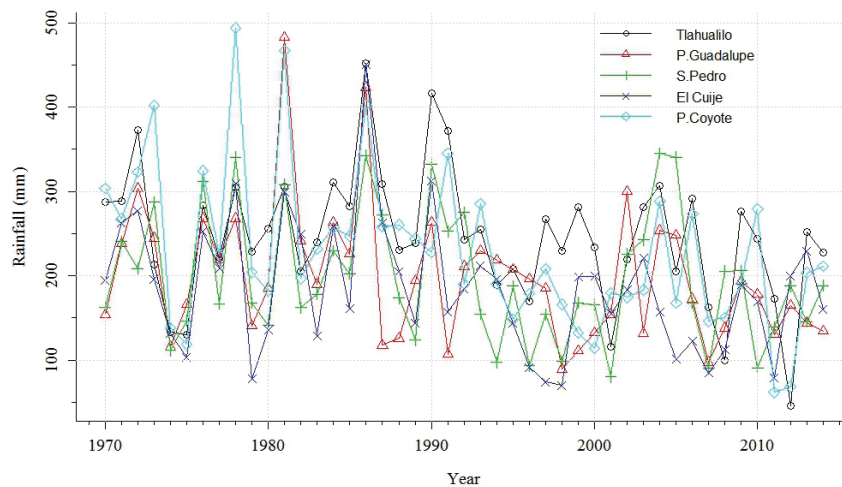


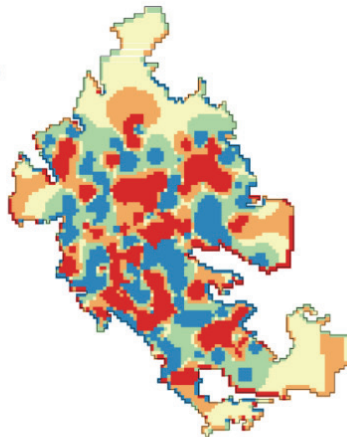
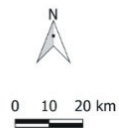
Figure 7. Time-series rainfall data plot from five monitoring stations around the study area

Legend

Estimated recharge values (2002)

- $(-6.20\text{e-}08, -1.01\text{e-}09)$
- $(-1.01\text{e-}09, -1.91\text{e-}11)$
- $(-1.91\text{e-}11, 1.80\text{e-}10)$
- $(1.80\text{e-}10, 1.07\text{e-}09)$
- $(1.07\text{e-}09, 6.23\text{e-}08)$

□ Model outline



Legend

Estimated recharge values (2014)

- $(-2.53\text{e-}07, -7.16\text{e-}09)$
- $(-7.17\text{e-}09, -2.42\text{e-}10)$
- $(-2.42\text{e-}10, 8.07\text{e-}10)$
- $(8.07\text{e-}10, 6.97\text{e-}09)$
- $(6.97\text{e-}09, 6.44\text{e-}07)$

□ Model outline

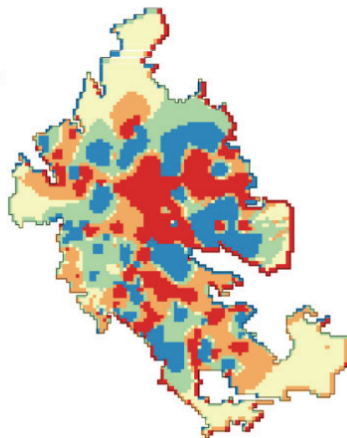
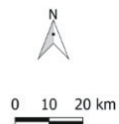


Figure 8. Estimated recharge-discharge patterns distribution from numerical simulation

The spatial distribution of the recharge-discharge rate values corresponding to 2014 is shown in Figure 8b. Regarding the spatial distribution of discharge rate values, it can be noted that they represent an approximate

area of 2596.0 km^2 (47.34 % of the studied domain), an increase of 3.76 % percent regarding the last reviewed year with an average rate of $-1.41 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$. On the contrary, recharge rate values (average rate of $1.28 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$) are represented by an area of 2887.0 km^2 (52.65 %), a decrease of 5.5 % regarding to 2002. This may be related to the reduction of 14.08 % in the estimated average pumping rates during the studied period. This estimated average pumping rate differs significantly from earlier findings of CNA (1999); CONAGUA, (2010; 2015) and (Dorjderem *et al.*, 2020) by up to 5 0% less. Data scarcity, temporal changes and parameter uncertainty might have been important factors influencing the assessment of the pumping rates. The results also suggest that the spatial distribution of recharge-discharge rates might be because the proposed procedure is highly influenced by groundwater-level distribution which in turn are influenced by pumping and replenishment conditions, where vertical recharge appears not to be the dominant process.

To analyze whether there were significant changes in the recharge-discharge rate pattern distribution between 2002 and 2014, a statistical matched-pair sign test was performed for the difference in recharge-discharge rate values in each model cell using the signmedian.test R package (v1.5.1; Yeyun & Yang, 2015) implemented in R Statistical Software version 4.1.2 (R Core Team, 2021). Adopted null hypothesis establishes no significant changes in the recharge-discharge values throughout the analyzed period. Table 3 summarizes the sign test results. The nonparametric sign test is considered adequate for analyzing temporal changes in recharge-discharge values because the differences between the paired samples neither follow a normal distribution nor exhibit symmetry. The confidence interval test on the median of the difference between the two datasets concluded that the decrease in recharge-discharge va-

lues from 2002 to 2014 was between -3.146068×10^{-9} and $3.413747 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}$ at 95 % confidence. These results also suggest the need to implement regulatory policies for groundwater abstraction. Adapting groundwater abstraction based on safe yield is a priority to preserve the hydrological system and its dependent populations.

Table 3. Results for the asymptotic matched-pair sign test (with continuity correction)

Number of pair data	5381
μ	0
α	0.05
p-value	1.864×10^{-5}
Point estimator	1.09768×10^{-10}

CONCLUSIONS

This study applies a spreadsheet program with the mass-balance method to estimate the recharge-discharge rate pattern distribution and its evolution for an alluvial aquifer in the Lagunera Region, Mexico. An SSP program was developed to obtain recharge-discharge patterns, and its results were analyzed using inverse numerical models for 2002 and 2014. The analysis and results indicate that the recharge-discharge patterns are not uniformly distributed in the study area, being discharge predominant in the central parts, whereas recharge is dominant in the surrounding areas. According to the numerical results, groundwater flow has changed its natural evolution from the surrounding areas toward the central parts of the study area, coinciding with agricultural areas. The nonparametric sign test also showed decreased recharge-discharge values from 2002 to 2014. These results suggest the necessity of adapting pumping rates to a safe yield in the main aquifer of the Lagunera Region to preserve the hydrogeological system and its dependent populations.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge to the National Council of Science and Technology (CONACYT) and to the National Autonomous University of Mexico (UNAM) especially to the Geological Institute for academic and financial supporting. The authors would also like to thank to the National Institute of Statistics, Geography and Informatics (INEGI) and the National Water Commission (CONAGUA) by data information.

REFERENCES

- Anderson, M., Woessner, W., & Hunt, R. (2015). *Applied groundwater modeling. Simulation flow and advective transport*. 2nd ed. London, United Kingdom: Academic Press.
- Ayvaz, M. T., & Elçi, A. (2014). Groundwater recharge rate and zone structure estimation using PSOLVER algorithm. *Groundwater*, 52(3), 434-447. <https://doi.org/10.1111/gwat.12077>
- Banta, E. R. (2011). ModelMate-A graphical user interface for model analysis. U.S. Geological Survey Techniques and Methods 6-E4.
- Batu, V. (2006). *Applied flow and solute transport modeling un aquifers: fundamental principles and analytical and numerical methods*. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781420037470>
- Bear, J., & Cheng, A. (2010). *Modeling groundwater flow and contaminant transport*. London, United Kingdom: Springer.
- Comisión Nacional del Agua (CNA). (1999). Estudio de simulación hidrodinámica de los acuíferos de la Comarca Lagunera, Coahuila y cuenca alta del río Aguanaval Zacatecas. Contrato No. GAS-002-PRO-99. Unpublished.
- Comisión Nacional del Agua (CNA). (2003). Estudio técnico de actualización del conocimiento geohidrológico en la zona comprendida por el acuífero "Principal-Región Lagunera" en los Estados de Coahuila y Durango. Ciudad de México: Unpublished.
- Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2010). Evaluación de la recarga incidental al acuífero principal de la Región Lagunera, por la avenida extraordinaria del río Nazas, año 2010. Convenio SGT-OCCCN-RL-10-07-RF-CC. Ciudad de México: Unpublished.
- Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2014). Programa de medidas preventivas y de mitigación de la sequía (PMPMS) en el consejo de cuenca Nazas-Aguanaul CNA-SGT-GIABA-UJED/2013. Ciudad de México: Electronic document. Retrieved on https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/99938/PMPMS_CC_Nazas-Aguanaul.pdf.
- Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2015). Actualización de la disponibilidad media anual del agua en el acuífero Principal-Región Lagunera (0523), Estados de Durango y Coahuila. Ciudad de México: Electronic document. Retrieved on https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/102876/DR_0523.pdf
- Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2018). Estadísticas del agua en México, Edición 2018. Electronic document. Retrieved on http://sina.conagua.gob.mx/publicaciones/eam_2018.pdf.
- Dandekar, A. T., Singh, D. K., Sarangi, A., & Singh, A. (2018). Modeling vadose zone processes for assessing groundwater recharge in semi-arid region. *Current Science*, 114(3), 608-618.
- Dorjderem, B., Torres, J. A., & Mählknecht, J. (2020). Intensive long-term pumping in the Principal-Lagunera Region aquifer (Mexico) causing heavy impact on groundwater quality. *Energy Reports*, 6, 862-867. <https://doi.org/10.1016/j.egy.2019.11.020>

- Ebrahimi, H., Ghazavi, R., & Karimi, H. (2016). Estimation of groundwater recharge from the rainfall and irrigation in an arid environment using inverse modeling approach and RS. *Water Resources Management*, 30, 1959-1951. <http://doi.org/10.1007/s11269-016-1261-6>
- Goldhammer, R. K. (1999). Mesozoic sequence stratigraphy and paleogeographic evolution of northeast Mexico. Bartolini C., Wilson J. L., & Lawton T. F., Eds. *Mesozoic sedimentary and Tectonic History of North-Central Mexico*. Geological Society of America Special Paper, 340, 1-58.
- Harbaugh, A. W. (2005). MODFLOW-2005, The U.S. Geological Survey modular ground-water model-The Ground-Water Flow Process. Reston, Virginia, USA: U.S. Geological Survey Techniques and Methods 6- A16.
- Healy, R. W. (2010). *Estimating groundwater recharge*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511780745>
- Hill, M. C., & Tiedeman, C. R. (2007). *Effective groundwater model calibration: with analysis of data, sensitivities, predictions and uncertainties*. New jersey, USA: John Wiley & Sons.
- INEGI. (1970). IX Censo General de Población 1970. México: Electronic document. Retrieved on <https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/1970/default.html#Publicaciones>.
- INEGI. (2010). Censo de Población y Vivienda 2010. México: Electronic document. Retrieved on <https://www.inegi.org.mx/programas/ccpv/2010/default.html#Publicaciones>.
- Jyrkama, M. I., Sykes, J. F., & Normani, S. D. (2002). Recharge estimation for transient groundwater modeling. *Groundwater*, 40(6), 638-648. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.2002.tb02550.x>
- Karahan, H., & Ayvaz, M. T. (2005). Transient groundwater modeling using spreadsheets. *Advances in Engineering Software*, 36(6), 374-384.
- Knowing, M. J., & Werner, A. D. (2016). Estimability of recharge through groundwater model calibration: Insights from a field-scale steady-state example. *Journal of Hydrology*, 540, 973-987. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.07.003>
- Lin, Y. F., Wang, J., & Valocchi, A. J. (2009). PROGRADE: GIS toolkits for ground water recharge and discharge estimation. *Ground Water*, 47(1), 122-128.
- Martínez, J. (1989). Interpretación estructural del frente de la Napa de Parras en el área de Viesca, Estado de Coahuila. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 8(2), 123-133.
- Ortega, A. (2003). Origin and geochemical evolution of groundwater in a closed-basin clayey aquitard, Northern Mexico. *Journal of Hydrology*, 284, 26-44. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(03\)00239-7](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(03)00239-7)
- Padilla, & Sánchez, R. J. (1986). Post-Paleozoic Tectonics of Northeast Mexico and its role in the evolution of the Gulf of Mexico. *Geofísica Internacional*, 25, 157-206. <https://doi.org/10.22201/igeof.00167169p.1986.25.1.804>
- Poeter, E. P., Hill, M. C., Banta, E. R., Mehl, S., & Christensen, S. (2005). *UCODE_2005 and Six Other Computer Codes for Unversal Sensitivity Analysis, Calibration, and Uncertainty Evaluation*. Reston, Virginia, USA: U.S. Geological Survey Techniques and Methods 6-A11.
- R Core Team. (2021). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Retrieved from URL <https://www.R-project.org/>
- Sanford, W. (2002). Recharge and groundwater models: an overview. *Hydrogeology Journal*, 10, 110-120. <https://doi.org/10.1007/s10040-001-0173-5>
- Şen, Z. (2015). *Practical and Applied Hydrogeology*. Amsterdam: Elsevier.
- Siade, A., Nishikawa, T., & Martin, P. (2015). Natural recharge estimation and uncertainty analysis of an adjudicated groundwater basin using a regional-scale flow and subsidence model (Antelope Valley, California, USA). *Hydrogeology Journal*, 23, 1267-1291. <https://doi.org/10.1007/s10040-015-1281-y>
- Skrzypek, G., Dogramaci, S., Rouillard, A., & Grierson, P. F. (2016). Groundwater seepage controls salinity in a hydrologically terminal basin of semi-arid northwest Australia. *Journal of Hydrology*, 542, 627-636. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.09.033>
- Stoertz, M. W., & Bradbury, K. R. (1989). Mapping recharge areas using a ground-water flow model: a case study. *Ground Water*, 27(2), 220-228. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1989.tb00443.x>
- Tardy, M. (1972). Sobre la estratigrafía de la Sierra Madre Oriental en el Sector Transversal de Parras, Coahuila: Distinción de las Series Coahuilense y Parrense. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 33(2), 51-70.
- Tardy, M., Longoria, J. F., Martínez, J., Mitre, L. M., Patiño, M., Padilla y Sánchez, R. J., & Ramírez, C. (1975). Observaciones generales sobre la Sierra Madre Oriental; la aloctonía del conjunto Cadena Alta-Altiplano Central, entre Torreón, Coah. y San Luis Potosí, S. L. P., México. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 75(1), 1-11.
- Wang, S., Shao, J., Song, X., Zhang, Y., Huo, Z., & Zhou, X. (2008). Application of MODFLOW and geographic information system to groundwater flow simulation in North China Plain, China. *Environmental Geology*, 55, 1449-1462. <http://dx.doi.org/10.1007/s00254-007-1095-x>
- Winston, R. B. (2019). ModelMuse version 4 -A graphical user interface for MODFLOW 6. Reston, Virginia, USA: U.S. Geological Survey Scientific Investigations Report 2019-5036. Retrieved on <https://doi.org/10.3133/sir20195036>.
- Yeh, T. C., Khaleel, R., & Carroll, K. (2015). *Flow through heterogeneous geological media*. New York, USA: Cambridge University Press.
- Yeyun, Y., & Yang, T. (2015). Signmedian.test: Perform Exact Sign Test and Asymptotic Sign Test in Large Samples. R package version 1.5.1. Retrieved on <https://CRAN.R-project.org/package=signmedian.test>.
- Zaidi, F. K., Ahmed, S., Dewandel, B., & Maréchal, J. C. (2007). Optimizing a piezometric network in the estimation of the groundwater budget: a case of study from a crystalline-rock watershed in southern India. *Hydrogeology Journal*, 15, 1131-1145.

Cómo citar:

Esquivel-Victoria, E. S., & Escolero-Fuentes, O. A. (2023). Application of mass-balance method to evaluate recharge rate patterns in a Quaternary aquifer in northern Mexico. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-13. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.023>



Distribución del campo eléctrico en una boquilla de baja tensión de un transformador de potencia

Distribution of the electric field in a low voltage bushing of a power transformer

Alejandro-León José Enrique
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
Correo: jalejandroleon93@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-3777-6833>

Olivares-Galván Juan Carlos
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
Departamento de Energía
Correo: jolivaresgalvan@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1935-2669>
(Autor para correspondencia)

Hernández-Ávila, José Luis
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
Departamento de Energía
Correo: hajl@correo.azc.uam.mx
<https://orcid.org/0000-0002-5691-9329>

Ocón-Valdez Rodrigo
Universidad Nacional Autónoma de México
FES Aragón
Correo: rodrigocon99@aragon.unam.mx
<https://orcid.org/0000-0001-7525-1910>

Resumen

Las boquillas de un transformador de potencia generalmente representan el elemento con mayor riesgo de fallas en el dispositivo, esto se debe a los grandes esfuerzos dieléctricos a los que se somete. Estos aisladores se diseñan para reducir al máximo el campo eléctrico al que están expuestos, tanto en la superficie como en su interior. La contribución de este trabajo resulta en el cálculo del campo eléctrico en una boquilla de tipo sólida, marca H-J, con el objetivo de identificar las zonas donde habrá mayores concentraciones de estrés eléctrico, esto servirá de base para posteriores estudios de varios fenómenos que pueden causar el deterioro gradual del aislamiento, el más importante, las descargas parciales. Se realiza un resumen de la evolución histórica de las boquillas, así como su clasificación según su tipo; se describe el desarrollo matemático para calcular las concentraciones de campo eléctrico y diferentes particularidades del software utilizado, COMSOL Multiphysics®. Se detallan las propiedades físicas y las especificaciones geométricas de la boquilla en estudio. Finalmente, se realiza una comparación entre los modelados en 2D y 3D para observar diferentes comportamientos en la intensidad del campo eléctrico. La boquilla opera en un transformador de 30 MVA a 115/34.5 kV.

Descriptores: Boquilla de baja tensión, transformador, potencial eléctrico, campo eléctrico, método de elementos finitos, esfuerzo dieléctrico.

Abstract

The bushings of a power transformer generally represent the element with the greatest risk of failure in the device, this is due to the large dielectric stresses to which it is subjected. These insulators are designed to minimize the electric field to which they are exposed, both on the surface and inside. The contribution of this work results in the calculation of the electric field in a solid type of bushing, brand H-J, with the aim of identifying the areas where there will be higher concentrations of electrical stress, this will serve as a basis for further studies of various phenomena that can cause the gradual deterioration of the insulation, the most important, partial discharges. A summary of the historical evolution of the bushing is made, as well as their classification according to their type. The mathematical development to calculate the electric field concentrations and different particularities of the software used, COMSOL Multiphysics®, are described. The physical properties and geometric specifications of the bushing under study are detailed. Finally, a comparison is made between the 2D and 3D models, to observe different behaviors in the intensity of the electric field. The bushing operates on a 30 MVA transformer at 115/34.5 kV.

Keywords: Low voltage bushing, transformer, electric potential, electric field, finite element method, dielectric stress.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de las boquillas está ligado al surgimiento de los primeros transformadores en 1890. Eran de tipo sólidas, diseñadas con un conductor central rodeado por un aislante. Fueron muy exitosas porque su construcción era muy simple, pero al aumentar cada vez más la demanda energética se volvió impráctico su uso, por encima de los 34.5 kV, ya que a mayores niveles de tensión se requería incrementar las dimensiones radiales de la boquilla, lo que hacía al dispositivo demasiado grande y pesado.

A partir de 1908 la compañía americana Westinghouse comienza a desarrollar las primeras boquillas con capacitancia, al mismo tiempo la compañía sueca ASEA, (Allmänna Svenska Elektriska Aktiebolaget, cuya traducción al español es: Compañía Eléctrica General Sueca), produce las primeras boquillas tipo capacitivas. Después de la Segunda Guerra Mundial, ocurre un aumento considerable de energía eléctrica y para satisfacer estas demandas se necesitó de boquillas capaces de operar a mayor tensión. Hasta esa fecha se utilizaba la tecnología de papel aglomerado con resina (RBP) que operaba hasta 69 kV, pero esta no pudo aplicarse con éxito para niveles más altos, entonces surge la tecnología constructiva de papel impregnado en aceite (OIP), la cual soportaba niveles de 170 kV. Sobre el año 1950 se desarrollaron las boquillas condensadoras, que se construían con la tecnología de papel impregnado en resina (RIP), esta podía soportar niveles hasta de 765 kV (Ellis, 2011).

La Figura 1 muestra las diferentes tecnologías de construcción de boquillas (Ellis, 2011).

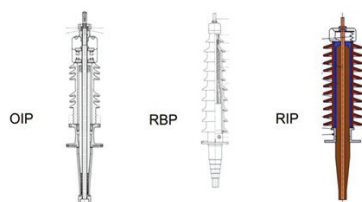


Figura 1. Tecnologías de construcción de las boquillas

A finales de la década del 1950, comienza en Estados Unidos la campaña antimonopolios y se vivieron escándalos en la fijación de los precios, lo que obligó a los productores de componentes eléctricos a reducir los costos en todos sus productos, esto trajo como consecuencia un aumento en la tasa de fallas de estos y se redujo también la calidad y confiabilidad de todos los dispositivos. La compañía fabricante suiza, Haefely, en el año 1991, diseña la primera norma de la IEEE para la construcción de boquillas, su tecnología creció constantemente y se introdujo en los mercados de boquillas de Estados Unidos y Canadá (Ellis, 2011).

Este proceso de desarrollo continuo es la base de las diferentes tecnologías de boquillas que se conocen y se utilizan en la actualidad, que hacen del dispositivo un elemento indispensable para el correcto funcionamiento de los transformadores.

Este trabajo se estructura de la siguiente manera: en la sección 2 se describen los diferentes tipos de boquillas existentes y su clasificación; en la sección 3 se hace una descripción del modelado de la boquilla en estudio; en la sección 4 se analizan las ecuaciones que se resuelven para el cálculo del campo eléctrico, además se brinda información sobre la utilización del software COMSOL Multiphysics®; en la sección 5 se muestran las simulaciones y gráficos obtenidos, así como la comparación del modelado en 3D y axisimétrico-2D; y en la sección 6 se presentan las conclusiones sobre el estudio realizado.

CLASIFICACIÓN DE LAS BOQUILLAS

La Figura 2 muestra la clasificación de las boquillas según su tipo (Ellis, 2011), (CFE, 2006).

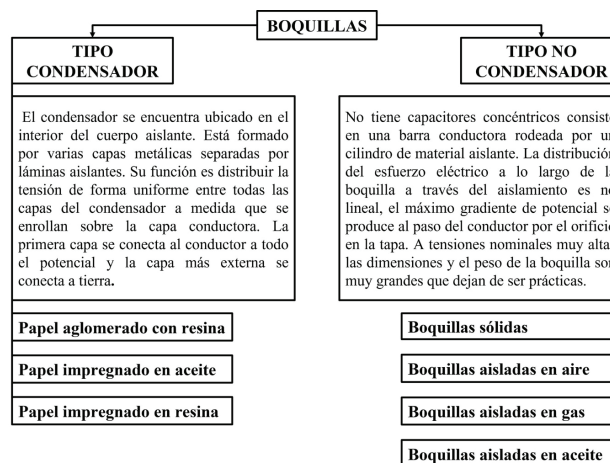


Figura 2. Clasificación de las boquillas

Los diferentes tipos de boquillas tienen las siguientes características (Ellis, 2011):

Papel aglomerado con resina. El papel utilizado para la construcción de esta boquilla se recubre primero con resina fenólica o epóxica, después se enrolla en forma cilíndrica con calor y presión, insertando las capas en intervalos apropiados. Debido a esta configuración, el dispositivo va a contener una gran cantidad de aire que se distribuye entre las fibras del papel y en los bordes de la capa atenuada. Su uso se ha limitado a baja tensión, principalmente en interruptores, ya que, al aumentar los niveles de tensión, aumenta considerablemente el ancho del papel utilizado en su construcción y

el peligro de inestabilidad térmica del aislamiento debido a las pérdidas del material.

Papel impregnado en aceite. El papel utilizado para la construcción de esta boquilla debe ser lo suficientemente poroso para permitir la impregnación eficiente con aceite mineral y así mantener la rigidez dieléctrica adecuada, la cual se logra mediante un proceso de secado al vacío que asegura baja humedad y bajo contenido de gas. Se utilizan hasta los niveles de tensión más altos, debido a su construcción y su bajo punto de congelación se pueden utilizar instalaciones a baja temperatura.

Papel impregnado en resina. El papel utilizado para la construcción de esta boquilla se seca a una temperatura estrictamente controlada y se le realiza una impregnación al vacío con resina epóxica y tratamiento de curado, donde se controla la contracción del material para evitar la producción de grietas debido a esfuerzos mecánicos internos, esto asegura bajas pérdidas dieléctricas.

Boquillas sólidas. En su construcción interna solo presentan el conductor central y el envolvente de porcelana o polímero. Su utilización se limita para niveles nominales de voltaje menores de 34.5 kV en transformadores y generadores de potencia. No necesitan graduación de campo eléctrico debido a los gradientes eléctricos reducidos con los que trabaja.

Boquillas aisladas en aire. Son de tipo sólido en su construcción, pero utilizan aire a presión atmosférica entre el aislante y la barra conductora. Se utilizan solamente en equipos aislados en aire, donde uno de los extremos de la boquilla se encuentra expuesto a las condiciones medioambientales y el otro no, se tiene en cuenta una distancia de fuga considerable en el extremo externo, para que soporte la contaminación y las lluvias.

Boquillas aisladas en gas. En su construcción utilizan gas presurizado como aislante entre la barra conductora y aislante principal. Utilizan una pantalla aterrada que funciona como mecanismo de control de los campos eléctricos y no tienen graduación capacitiva. En algunos casos se construyen con un núcleo hecho de una película plástica compatible con el gas Hexafluoruro de Azufre SF_6 , lo que le da al núcleo del dispositivo propiedades capacitivas. Su uso generalmente es en subestaciones aisladas completamente en SF_6 .

Boquillas aisladas en aceite. Son de tipo sólido en su construcción, pero en su interior poseen un ducto de aceite que funciona como material aislante y refrigerante, que separa la barra central conductora del aislamiento principal. Son generalmente las que más se utilizan, con mayores aplicaciones en transformadores de potencia, a tensiones nominales no mayores de los 34.5 kV.

DESCRIPCIÓN DEL MODELADO DE LA BOQUILLA

Para realizar un correcto análisis es necesario que el modelado de las boquillas en el software COMSOL Multiphysics® sea lo más cercano posible a la realidad, por lo que las características tanto eléctricas como estructurales son de gran importancia para obtener buenos resultados y predecir con exactitud el comportamiento del dispositivo (Madrid *et al.*, 2013).

La boquilla que analizar es de tipo sólido y en su construcción interna tiene un tubo de mylar que divide un ducto de aceite permitiendo la circulación de este y que funciona como material aislante. Esta se ubica en el lado de baja tensión del transformador a 34.5 kV (H-J, ENTERPRISES); su función es proteger el conductor que va del devanado del transformador a la línea de transmisión y permitir su conexión eléctrica de forma segura (CFE, 2007). El transformador donde está ubicada la boquilla entrega una potencia de 30 MVA, con voltajes de 115/34.5 kV.

Se construyó la boquilla mediante la utilización de un plano proporcionado por la empresa H-J, donde se desglosan los materiales usados en su construcción, además se colocó una estructura que simula el tanque del transformador y otros elementos que están cerca de la parte sumergida en aceite de la boquilla (H-J, ENTERPRISES). La Figura 3 muestra los elementos que conforman la boquilla:

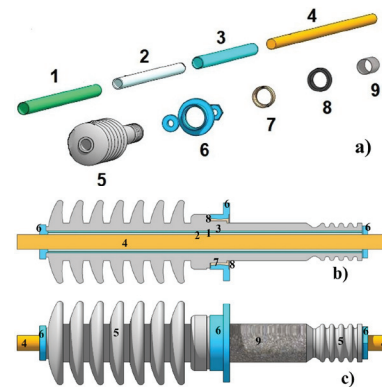


Figura 3. Boquilla H-J: a) Elementos que conforman la boquilla en estudio, b) Corte transversal, c) Vista exterior

1. Tubo de mylar.
2. Aceite próximo a la barra.
3. Aceite próximo a la cerámica.
4. Barra central.
5. Cuerpo de cerámica.
6. Tuercas, arandelas y brida de montaje.
7. Pegamento.
8. Empaques.
9. Pintura semiconductor

ESPECIFICACIONES GEOMÉTRICAS Y PROPIEDADES FÍSICAS

Esta boquilla tiene una longitud de 41.38 pulgadas, el cuerpo de cerámica aísla al conductor, las campanas que lo forman tienen un diámetro de 9.06 pulgadas. La barra central conductora de cobre tiene un diámetro de 1.625 pulgadas y es el elemento de unión entre los devanados y la línea exterior (H-J, ENTERPRISES), (CFE, 2007). El tubo de mylar es de poliéster, con una elevada resistencia dieléctrica, además es extremadamente resistente y constituye una barrera mecánica entre el aceite que pega a la barra y el que está cerca de la cerámica. Las tuercas y arandelas son el sistema que aprieta una junta de neopreno conocidas como empaques, realiza un cierre hermético con la cerámica que evita la salida de aceite de la boquilla y del transformador. La brida de montaje de aluminio se adhiere al cuerpo de cerámica mediante el pegamento y constituye el mecanismo de fijación que permite que la boquilla esté rígidamente unida al tanque del transformador, y también permite la conexión a tierra del dispositivo (CFE, 2007), (Rahman & Nigude, 2019).

MODELADO DEL CAMPO ELÉCTRICO

El estudio a realizar para esta investigación es electrostático, esto indica que no van a existir variaciones respecto al tiempo, se desprecia la circulación de corriente y por ende la existencia del campo magnético. Se utilizan las ecuaciones de Maxwell para los cálculos del campo electrostático, estas son, en su forma diferencial:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2)$$

Donde:

$\mathbf{E}$ = fuerza del campo eléctrico en volt por cada metro (V/m)

$\mathbf{D}$ = densidad de campo eléctrico en Coulomb por cada metro cuadrado (C/m²)

ρ = densidad volumétrica de carga eléctrica en Coulomb por cada metro cúbico (C/m³)

La ecuación constitutiva que va a relacionar los dos campos presentes es:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (3)$$

Donde ϵ es la permitividad del material en (F/m).

La intensidad del campo eléctrico se define como el gradiente del potencial eléctrico escalar:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (4)$$

Se agrega un signo negativo en la ecuación anterior para dar sentido físico al potencial, se define como el trabajo realizado en contra del campo eléctrico. Sustituyendo (4) en (3) y luego en (2):

$$\mathbf{D} = -\epsilon \nabla V$$

$$-\epsilon \nabla \cdot \nabla V = \rho$$

Se obtiene entonces la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 V = -\rho / \epsilon \quad (5)$$

Como en el caso de estudio no existe carga, entonces:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (6)$$

La ecuación (6) se conoce como la ecuación de Laplace, es la expresión que se va a resolver para calcular los valores del campo eléctrico en la boquilla (Madrid *et al.*, 2013).

MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF)

El MEF es un procedimiento muy eficaz que permite la resolución de una gran variedad de problemas complejos. En sus inicios, se utilizó con más intensidad en el campo del análisis de estructuras mecánicas, pero en la actualidad su aplicación se extiende en las diferentes áreas de la ingeniería, como análisis electromagnéticos, de calor, acústicos, dinámicos, biomédicos, entre otros.

Esta herramienta computacional se basa en la resolución numérica de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales y funciones suaves continuas por partes, para aproximar las cantidades desconocidas. Propone un método de solución matemática donde se divide un dominio continuo en pequeños subdominios finitos llamados elementos, este proceso es conocido como discretización. Los elementos se conectan entre sí por una cantidad de puntos llamados nodos. Para el caso lineal, el dominio se divide mediante puntos para problemas bidimensionales mediante líneas y tridimensionales mediante superficies imaginarias, de forma tal, que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de elementos en que se subdivide. El conjunto que se forma entre elementos y nodos recibe el nombre de malla (Illias *et al.*, 2010).

El MEF es una herramienta numérica que se aplica a objetos que tienen forma irregular, compuestos de diferentes materiales y con variadas condiciones de fronteras. Se pueden obtener soluciones en estado estacionario

o variantes en el tiempo, así como problemas que involucren materiales con propiedades no lineales. La precisión de los resultados depende de la calidad del mallado que se realice, para esto hay que tener en cuenta la geometría del sistema en estudio, las condiciones de frontera, las incógnitas y variables que se calculan, entre otros detalles que favorecen el correcto modelado del problema (Rahman & Nirgude, 2019).

La Figura 4 muestra los pasos a seguir para poder realizar la construcción, modelado y análisis de la boquilla en el software COMSOL Multiphysics® (Madrid *et al.*, 2013).

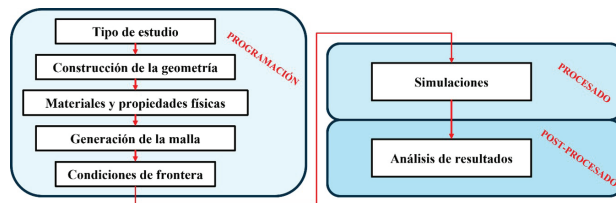


Figura 4. Diagrama para hacer un estudio en COMSOL Multiphysics®

MALLADO DE LA GEOMETRÍA

Cuando se realiza una simulación en cualquier software que use el MEF, el mallado de la geometría del objeto de estudio, es uno de los factores más importantes en la estabilidad y precisión de los cálculos numéricos. Para esto se deben tener en cuenta las características físicas del problema que se va a analizar, también se debe considerar el tiempo necesario para crear la malla y los costos computacionales que esto conlleva.

COMSOL Multiphysics® ofrece un escenario de mallado interactivo, se pueden mallar fácilmente las caras individuales o dominios. Este software contiene la función de adaptación y estimación de error, muy eficaz para estudios estacionarios, que adapta automáticamente la malla con base en las estimaciones de errores incorporados y se refina en las regiones críticas del estudio. El software tiene un asistente que pide al usuario las características del mallado, se ajusta la malla controlada por la física del problema y se selecciona el tamaño del elemento (Madrid *et al.*, 2013).

El proceso automático de mallado genera una solución basada en una malla inicial gruesa, luego refina la malla en áreas de alta densidad de errores y genera una nueva solución. Cuando los parámetros seleccionados convergen dentro de un límite deseado, el software se sale del ciclo (Madrid *et al.*, 2013; Patil & Pangarkar, 2018).

En el mallado de la boquilla se eliminan los elementos considerados de mala calidad, superficies con ángulos obtusos; se aumenta la densidad de la malla en las

regiones de interés en el modelo: Barra central de cobre, tuercas, arandelas y brida de montaje; y se observa una distribución progresiva entre los elementos adyacentes.

La Figura 5 representa la malla propuesta para la geometría, en 3D y en axisimétrico-2D.

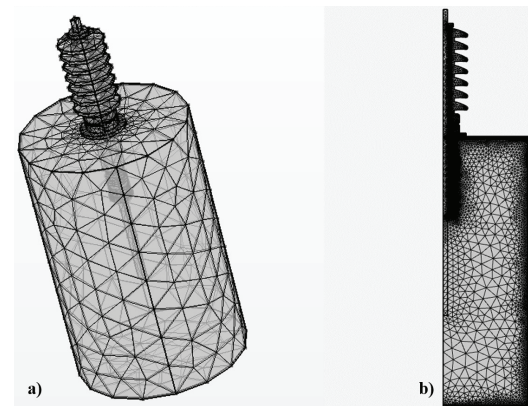


Figura 5. Mallado del modelo: a) 3D, b) Axisimétrico-2D

Para el caso en 3D se ajusta el tamaño del elemento en “normal”, tiene: 456 elementos de vértices, 4400 elementos de aristas, 22069 elementos de contorno para un total de **63718** elementos y se tarda 2.73 segundos en construirse. Para el caso axisimétrico-2D se ajusta el tamaño de la malla en “extrafina”, tiene: 113 elementos de vértice, 6680 elementos de contorno, 6509 elementos de contorno para un total de **174491** de elementos.

CONDICIONES DE FRONTERA DEL MODELO

Para la realización de las simulaciones, tanto para el modelo en Axisimétrico-2D, como para el 3D, se asume una superficie esférica sólida de 80 pulgadas de radio, con una capa de 0.2 pulgadas, que envuelve toda la geometría de la boquilla. El interior de esta esfera representa la región de aire que hace contacto con los diferentes dispositivos que conforman el transformador. A la capa externa se le agrega la condición de frontera de dominio de elementos infinitos, como se observa en la Figura 6, concepto que simula que un espacio infinito alrededor de nuestro objeto sea infinito, para ello, hace que los campos que llegan a esta capa no reboten y sean totalmente absorbidos, simulando que el campo o la onda sigue propagándose (Illias *et al.*, 2010).

Para obtener resultados con mayor precisión se evalúa todo el dominio de estudio, la excitación del modelo se aplica a la barra central de cobre con voltaje nominal $34.5/\sqrt{3} = 19.9185$ kV. Se conectan a potencial cero, la pared metálica del tanque del transformador y la brida de montaje. La pintura semiconductor funcio-

na para establecer un potencial de referencia en la parte inferior de la boquilla, así que esta se pone también en cero volts.

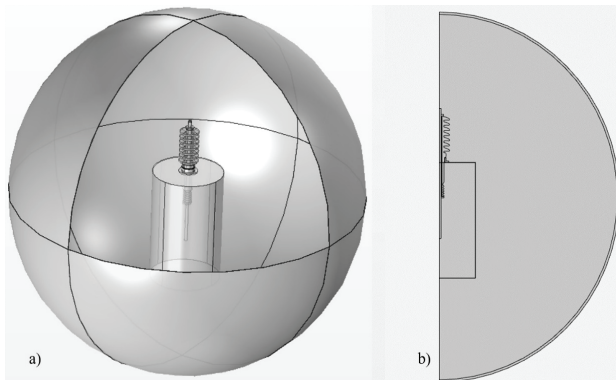


Figura 6. Condición de dominios de elementos infinitos del modelo: a) 3D, b) axisimétrico-2D

SIMULACIONES

Para hacer el estudio se propone acoplar la boquilla a un dominio cilíndrico que representa el tanque del transformador simulando las distancias dieléctricas hacia los componentes internos, de tal forma que la parte que hace contacto con la brida de sujeción es la pared del tanque del transformador, conectada a tierra. El dominio interno representa el aceite del transformador, y el alargamiento de la barra central simula el cable de la boquilla hacia la bobina. Se dibuja un conductor recto para que no existan distorsiones apreciables del campo eléctrico en la zona de la cola de la boquilla. Se calculan los valores del campo eléctrico para los modelos 3D y Axisimétrico-2D propuestos. El estudio es estacionario, la distribución del campo eléctrico en los materiales que conforman la boquilla indicará en qué zonas existe el mayor esfuerzo eléctrico. Las condiciones iniciales son simplemente los voltajes aplicados para la prueba, la barra central de la boquilla se encuentra a voltaje nominal, 19.9185 kV. Las condiciones de operación del transformador son a tensión nominal y sin carga.

La Figura 7 muestra las líneas equipotenciales para los modelados en 3D y Axisimétrico-2D. En el primer caso, aprovechando la simetría de la boquilla, se muestra un corte transversal en el plano z, para una mejor visualización. Se observa que las líneas de potencial son concéntricas al conductor central y van disminuyendo de valor conforme se acercan a las regiones conectadas a tierra, estas nunca van a cruzar los electrodos aterrizados, pues se encuentran a potencial cero.

La distribución del potencial en ambos modelos tiene el mismo comportamiento. El valor máximo de po-

tencial, de 19.9185 kV, se observa en la región del conductor central. En la Figura 7 se observa que las líneas equipotenciales se concentran en la zona cercana a la brida de montaje, esto indica que en esas zonas se tendrá la mayor concentración de campo eléctrico. La pintura semiconductora es la referencia a tierra en la parte inferior de la boquilla, por lo que, en esa región, también el potencial es cero.

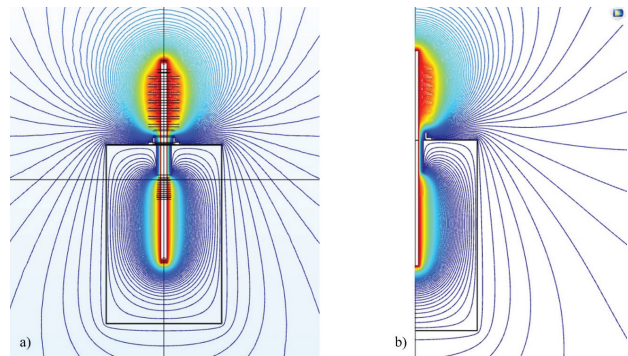


Figura 7. Líneas equipotenciales: a) 3D, b) axisimétrico-2D

La Figura 8 muestra la distribución del potencial eléctrico en ambos modelos, en escala de colores en lugar de líneas equipotenciales, para una mejor visualización. Se nota como el conductor central se encuentra en color rojo intenso, a 19.9185 kV, indicando el máximo valor de potencial, esto representa la conducción de la barra central, como se definió anteriormente. Se observa la distribución del potencial en todo el espacio y materiales, en función de la geometría y la permitividad relativa de cada material. Se obtiene el mismo comportamiento para el modelado 3D y Axisimétrico-2D.

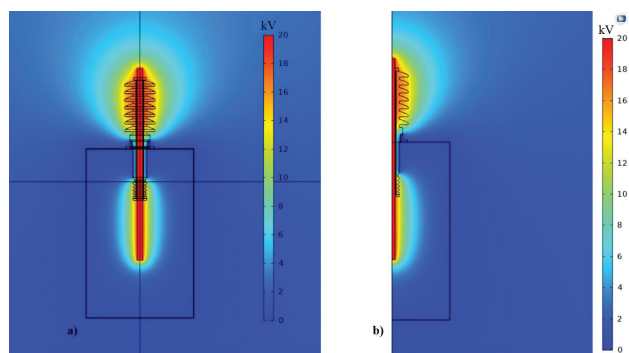


Figura 8. Distribución del potencial eléctrico en la boquilla: a) 3D, b) axisimétrico-2D

La Figura 9 muestra la concentración del campo eléctrico para el modelo en 3D y Axisimétrico-2D. Al realizar las simulaciones, se obtiene que las mayores concentraciones de campo eléctrico ocurren en el aceite que circula cercano a la barra central de conducción. Al observar

la distribución en las zonas 1 y 2, correspondientes al aceite, se detecta que comienza a intensificarse el campo eléctrico con valores de 1 kV/mm, para ambos modelos.

El máximo valor de campo eléctrico obtenido, zona 3, es de aproximadamente 2 kV/mm, en la región del aceite que pega a la barra, cerca de la brida de montaje que funciona como aterramiento de la boquilla. Se observa que este material es el más afectado, por ende, es el que mayor esfuerzo eléctrico soporta. Esto debido a que, en la construcción de la boquilla, el aceite es el material que menor permitividad eléctrica posee ($\epsilon=2.3$), entonces el esfuerzo eléctrico incrementa de manera inversa al valor de permitividad

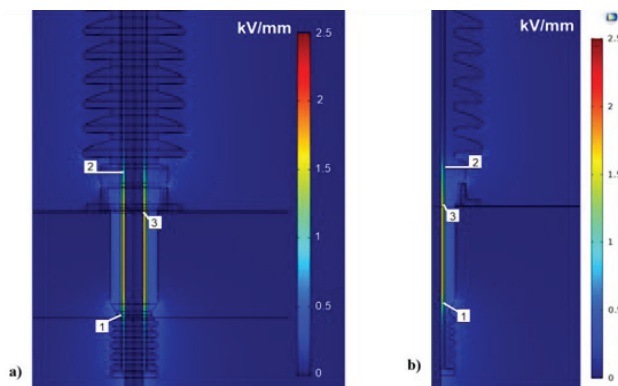


Figura 9. Concentraciones de campo eléctrico: a) 3D, b) axisimétrico-2D

La Figura 10 muestra un corte radial realizado a la boquilla, en la zona correspondiente a la brida de montaje. Se observan los valores del campo eléctrico en las diferentes fronteras de los materiales respecto a la longitud radial del dispositivo. Esas magnitudes de campo eléctrico están directamente relacionadas con los valores de permitividad eléctrica de cada material.

El área externa de la boquilla no presenta variación del campo eléctrico, este comienza a crecer una vez que se llega a la cerámica, mostrando valores que varían de 0.2 a 0.4 kV/mm.

El campo aumenta al llegar al aceite cercano a la cerámica, alcanzando los 1.3 kV/mm. Al llegar a la región del tubo de mylar, los valores disminuyen hasta 0.65 kV/mm, esto demuestra la función de este elemento, es un material de poliéster con elevada resistencia dieléctrica de 133 kV/mm, que reduce el tamaño del ducto, además funciona como una barrera mecánica entre la barra central y la cerámica, dividiendo el conducto de aceite en dos, permitiendo la circulación de este dentro del dispositivo.

El material más afectado por el campo eléctrico es el aceite, específicamente el que circula cercano a la barra

central de conducción. Esto se debe a sus valores de permitividad relativa, menor que los demás materiales. Los valores de campo eléctrico son de aproximadamente 2 kV/mm, por lo cual es considerada la zona de mayor atención y con mayor riesgo de una ruptura del aislamiento en caso de que existan condiciones favorables para la generación de descargas parciales (burbujas de aire, humedad el aceite o partículas contaminantes).

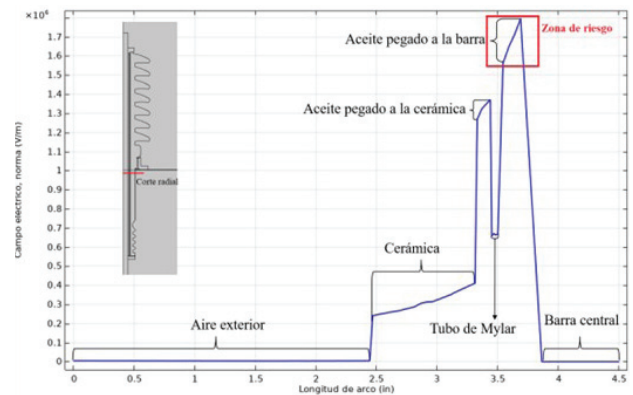


Figura 10. Campo eléctrico determinado en las fronteras de los materiales que conforman la boquilla en la zona de la brida de montaje

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se realizó el cálculo del potencial y el campo eléctrico en una boquilla de tipo sólida, marca H-J, utilizando el método de elementos finitos considerando un modelo en 3D y otro en 2D-axisimétrico. Al observar las diferentes figuras mostradas, se concluye que los resultados para el modelo en 3D y en axisimétrico-2D son prácticamente iguales, con un 0.05 % de error. El hecho de completar la geometría de la boquilla en 3D es muy complejo, ya que hay que tener en cuenta muchos detalles de construcción, evitar la intersección de superficies y diferentes planos de trabajo, y un conocimiento más profundo de las herramientas del software utilizado; por lo que deja de ser práctico. Además, la geometría de la boquilla permite, de forma mucho menos laboriosa, el trabajo en axisimétrico-2D. Si bien las simulaciones realizadas en 3D no exceden los 7.0 minutos de cómputo, al resolver utilizando la axisimétrico-2D, se disminuye considerablemente el tiempo empleado, menos de 1.0 minuto, lo que demuestra que este modelado es mucho más eficiente y de la misma forma, permite obtener resultados correctos.

Utilizando el modelado de la boquilla y gracias a las simulaciones realizadas, se pueden ubicar las zonas donde hay mayor concentración de campo eléctrico. Los gráficos y los resultados obtenidos arrojan, que las

mayores concentraciones de estrés eléctrico ocurren en el interfaz del aceite aislante con la barra central de conducción, zona que se ubica cerca de la brida de montaje.

Las boquillas estructuralmente están sometidas a elevados campos eléctricos, existen varios mecanismos que van a ir debilitando su aislamiento gradualmente, uno de los más importantes y que en la actualidad es una de las principales fallas que afecta a las boquillas y por consiguiente al transformador, son las descargas parciales.

Una vez ubicadas estas zonas de concentraciones de campo eléctrico, como trabajo futuro, se pretende realizar un análisis del fenómeno de descargas parciales, observar su comportamiento y los efectos que este proceso causa en el deterioro del aislamiento de la boquilla de baja tensión en estudio.

REFERENCIAS

- CFE. (2006). Manual de boquillas de alta tensión de 15 kV a 420 kV, para transformadores y reactores de potencia.
- CFE. (2007). Manual de transformadores y reactores de potencia.
- Ellis, K. (2011). *Bushings for power transformers: A handbook for power engineers*. Author House.0
- ENTERPRISES, H-J. The HJ Family of companies is a worldwide manufacturer and supplier in the transformer, switchgear, and breaker industry, info@hj.com
- Illias, H. A., Chen, G., & Lewin, P. L. (2010). Modelling of cycle-to-cycle behavior for partial discharge events within a spherical cavity in a solid dielectric material, 1-8. <http://dx.doi.org/10.1109/ICSD.2010.5567996>
- Madrid, G. L., Mendoza, J. D., & Vergara, L. (2013). *Análisis de diferentes técnicas para la atenuación del campo eléctrico en boquillas de alta tensión*, (Tesis de Licenciatura), ESIME Zacatenco, IPN. <http://tesis.ipn.mx:8080/xmlui/handle/123456789/13207>
- Patil, A., & Pangarkar, R. (2018). Modelling of partial discharge phenomena in a spherical void within solid dielectric material. In International Conference on Current Trends towards Converging Technologies, 1-4. <http://dx.doi.org/10.1109/ICCTCT.2018.8550930>
- Rahman, M. F., & Nirgude, P. (2019). A new approach to study partial discharge inception due to particles in transformer oil using electric field analysis, in International Conference on High Voltage Engineering and Technology (ICHVET), 1-6. <http://dx.doi.org/10.1109/ICHVET.2019.8724179>

Cómo citar:

Alejandro-León, J. E., Olivares-Galván, J. C., Hernández-Ávila, J. L., & Ocón-Valdez, R. (2023). Distribución del campo eléctrico en una boquilla de baja tensión de un transformador de potencia. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 24 (03), 1-8. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2023.24.3.024>